P.F.I.E.V

QUANG HỌC
1

THƯ VIỆN TRƯỜNG ĐHBK

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC I VIỆT NAM

HACHETTE Supérieur

"Cuốn sách này được xuất bản trong khuôn khổ Chương trình Đào tạo Kĩ sư Chất lượng cao tại Việt Nam, với sự trợ giúp của Bộ phận Văn hóa và Hợp tác của Đại Sứ quán Pháp tại nước Cộng hòa Xã hội Chủ nghĩa Việt Nam".

"Cet ouvrage, publié dans le cadre du Programme de Formation d'Ingénieurs d'Excellence au Vietnam bénéficie du soutien du Service Culturel et de Coopération de l'Ambassade de France en République socialiste du Vietnam".

Quang học

(Tái bản lần thứ ba)

Dưới sự hướng dẫn của

JEAN - MARIE BRÉBEC
Giáo sư giảng dạy các lớp dự bị đại học
trường Lixê Saint - Louis ở Paris

PHILIPPE DENÈVE
Giáo sư giảng dạy các lớp dự bị đại học
trường Lixê Henri - Wallon ở Valenciennes

THIERRY DESMARAIS
Giáo sư giảng dạy các lớp dự bị đại học
trường Lixê Sainte - Marie - Fénelon ở Paris

MARC MÉNÉTRIER
Giáo sư giảng dạy các lớp dự bị đại học
trường Lixê Thiers ở Marseille

BRUNO NOËL
Giáo sư giảng dạy các lớp dự bị đại học
trường Lixê Champollion ở Grenoble

CLAUDE ORSINI
Giáo sư giảng dạy các lớp dự bị đại học
trường Lixê Dumont - d'Urville ở Toulon

Người dịch : NGÔ PHÚ AN

Năm thứ nhất

MPSI - PCSI

PTSI

THƯ VIỆN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC
XÂY DỰNG

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

Optique

sous la direction de
JEAN - MARIE BRÉBEC
Professeur en Classes Préparatoires
au Lycée Saint - Louis à Paris

PHILIPPE DENÈVE
Professeur en Classes Préparatoires
au Lycée Henri - Wallon à Valenciennes

THIERRY DESMARAIS
Professeur en Classes Préparatoires
au Lycée Sainte - Marie - Fénelon à Paris

MARC MÉNÉTRIER
Professeur en Classes Préparatoires
au Lycée Thiers à Marseille

BRUNO NOËL
Professeur en Classes Préparatoires
au Lycée Champollion à Grenoble

CLAUDE ORSINI
Professeur en Classes Préparatoires
au Lycée Dumont - d'Urville à Toulon

1re année

MPSI - PCSI

PTSI

THƯ VIỆN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC
XÂY DỰNG

HACHETTE
Supérieur

Lời nói đầu

Bộ giáo trình này có liên quan đến các chương trình mới của các lớp dự bị vào các trường Đại học, được áp dụng cho kì tựu trường tháng 9/1995 đối với các lớp năm thứ nhất MPSI, PCSI và PTSI, và cho kì tựu trường tháng 9/1996 đối với các lớp năm thứ hai MP, PC, PSI.

Theo tinh thần của các chương trình mới, thì bộ giáo trình này đưa ra một sự đổi mới trong việc giảng dạy môn Vật lí ở các lớp dự bị đại học.

- Trái với truyền thống đã in sâu đậm nét, mà theo đó Vật lí bị xếp vào hàng môn học thứ yếu sau toán học vì các hiện tượng đã bị che lấp bởi khía cạnh tính toán. Tuy nhiên ở đây các tác giả đã cố gắng thu xếp để đặt toán học vào đúng chỗ của nó bằng cách ưu tiên dẫn dắt tư duy và lập luận Vật lí, đồng thời nhấn mạnh lên các tham số có ý nghĩa và các hệ thức đã kết hợp chúng lại với nhau .

- Vật lí là một môn khoa học thực nghiệm nên phải được giảng dạy theo tinh thần đó. Các tác giả đã quan tâm đặc biệt đến việc mô tả các thiết bị thí nghiệm nhưng vẫn không bỏ qua khía cạnh thực hành. Mong sao những cố gắng của các tác giả sẽ thúc đẩy thày và trò cải tiến hoặc tạo ra các hoạt động thí nghiệm luôn luôn đầy chất sáng tạo.

- Vật lí không phải là một khoa học coi thường vật chất, chỉ chú trọng lí thuyết mà dửng dưng với thực tiễn công nghệ. Mỗi khi vấn đề được nêu lên, thì các tác giả đã dành một chỗ xứng đáng cho các áp dụng khoa học hay công nghiệp, đặc biệt để kích thích các nhà nghiên cứu và kĩ sư tương lai.

- Vật lí không phải là một khoa học thiếu tính độc đáo và vĩnh hằng, mà Vật lí là sản phẩm của một thời đại và không tự tách ra khỏi phạm vi hoạt động của con người.

Các tác giả không coi thường các tài liệu tham khảo về lịch sử các khoa học để mô tả sự biến đổi của các mô hình lí thuyết cũng như là để thay thế các thí nghiệm trong bối cảnh của họ.

Nhóm tác giả mà Jean-Marie Brébec phối hợp, gồm các giáo sư các lớp dự bị rất từng trải, đã tham gia chấm nhiều kì thi tuyển vào các trường Đại học và có năng lực khoa học cao được mọi người nhất trí công nhận. Nhóm này có quan hệ mật thiết với các tác giả của các bộ giáo trình của Durandeau và Durupthy cho cấp hai các trường trung học (tương đương trung học phổ thông của Việt Nam). Sách cho các lớp dự bị đã kế tiếp hoàn hảo sách ở cấp trung học cả về hình thức, nội dung lẫn ý tưởng.

Chúng tôi bảo đảm rằng các cuốn sách này là những công cụ quý báu cho sinh viên để chuẩn bị có hiệu quả cho các kì thi tuyển, cũng như để có được một sự trau dồi khoa học vững chắc.

J.P.DURANDEAU

Mục lục

Lời nói đầu 5

1 Tổng quan về ánh sáng 7

2 Các cơ sở của quang hình 17

3 Các khái niệm về vật, về ảnh, về tính tương điểm và tính tương phẳng 34

4 Tính tương điểm và tính tương phẳng của các hệ quang học đơn giản khác nhau 49

5 Hệ đồng trục trong các điều kiện của GAUSS 61

6 Gương cầu 69

7 Các thấu kính mỏng cầu 92

8 Các dụng cụ quang học : mắt và kính lúp 121

9 Kính ngắm, ống chuẩn trực và kính quan trắc 135

10 Các dụng cụ quang học : kính hiển vi và kính thiên văn 150

11 Sử dụng các nguồn sáng, các vật và các ảnh 170

12 Bài thí nghiệm - Giáo án : Đo tiêu cự 179

13 Bài thí nghiệm - Giáo án : Lăng kính, sử dụng trong quang phổ học 199

Phụ lục 1 : Nhắc lại một số kiến thức toán học 215

Phụ lục 2 : Nguyên tắc của du xích 218

Phụ lục 3 : Điều chỉnh một máy đo góc chính xác 220

Phụ lục 4 : Một số khái niệm về máy ảnh 226

TỔNG QUAN VỀ ÁNH SÁNG

1

Mở đầu

Ánh sáng là gì ?

Nhiều đáp án khác nhau (hay các mẫu) đã được đề xuất, đã bị bác bỏ hoặc đã được hoàn thiện trong tiến trình lịch sử.

Hiện nay đang cùng tồn tại hai mẫu bổ trợ cho nhau.

- *Một mẫu liên quan đến khái niệm sóng và trình bày ánh sáng như là một trường điện từ lan truyền trong không gian với vận tốc c (khoảng 3.10^8 m.s^{-1}) trong chân không, và với vận tốc $v = \frac{c}{n}$ trong một môi trường vật chất, n kí hiệu chiết suất của môi trường ($n > 1$).*

  Đó là mẫu sóng.

- *Một mẫu khác dựa trên thuyết hạt cho rằng ánh sáng cấu tạo bởi các hạt năng lượng lan truyền trong chân không với vận tốc c.*

  Các hạt đó là các hạt không có khối lượng được gọi là các phôton.

  Người ta nói về mẫu hạt.

MỤC TIÊU

- Bản chất của ánh sáng.
- Khái niệm về chiết suất.

ĐIỀU CẦN BIẾT TRƯỚC

- Các khái niệm cơ bản về sóng :
  - tần số và bước sóng ;
  - liên hệ giữa chu kì, tần số và bước sóng.

Một ít về lịch sử

1.1. Mẫu hình học

Trước thế kỉ XVII, bản chất của ánh sáng và sự lan truyền của nó không phải là những vấn đề quan trọng. Tuy nhiên các khái niệm về tia sáng và sự quay ngược trở lại của ánh sáng đã cho phép EUCLIDE (thế kỉ thứ IV - III trước Công nguyên) xây dựng các cơ sở của quang hình học (đặc biệt việc nghiên cứu các gương). Các cơ sở đó về sau được phát triển bởi các học trò của ông : HIPPARQUE, PTOLÉMÉE và HÉRON d' ALEXANDRIE.

Phải đợi đến thế kỉ XI ALHAZEN (965 - 1039) một nhà vật lí người Arập mới gán cho ánh sáng một nguồn gốc ngoài con mắt, mới định nghĩa khái niệm về ảnh và giải thích sự tạo thành ảnh trong mắt. Ngoài ra ông còn đề xuất nhiều thí nghiệm sử dụng các thấu kính cầu và các gương.

Việc phổ biến các công trình đó, cũng như các công trình của EUCLIDE và PTOLÉMÉE đã cho phép phát triển ngành quang học thực nghiệm ở châu Âu vào thế kỉ thứ XVI.

Việc sản xuất các kính ngắm đầu tiên và các kính hiển vi đầu tiên được bắt đầu vào cuối thế kỉ XVI hoặc đầu thế kỉ XVII. Đặc biệt GALILÉE (1564 - 1642) năm 1610 đã quan sát được bốn vệ tinh của Sao Mộc bằng một chiếc kính do ông chế tạo.

Vào thời đó lí thuyết của DÉSCARTES (1596 - 1650) sử dụng các quy tắc của việc mô hình hóa hạt ánh sáng bằng sự tương tự với cơ học : một nguồn sáng phát ra các hạt chúng bị phản xạ bởi các gương và đi qua các môi trường vật chất với các vận tốc phụ thuộc bản chất của môi trường.

Đáng tiếc là lí thuyết đạn đạo đó áp đặt một vận tốc ánh sáng trong nước và trong thủy tinh lớn hơn vận tốc ánh sáng trong chân không, điều đó trái với thực nghiệm.

Một cách tương tự , FERMAT (1601 - 1665) đề xuất một quang học dựa trên nguyên lí thời gian tối thiểu. Một nguyên lí tương tự sẽ được LAGRANGE và HAMILTON dùng sau này trong cơ học.

Các công trình của NEWTON (1642 - 1727) về quang học rất nhiều (các thấu kính không cầu, lăng kính và sự tán sắc ánh sáng, gương parabôn, lí thuyết về mầu sắc) ; các công trình đó được công bố vào năm 1704 trong quyển sách mang tên "Optics".

H.1. *Kính GALILÉE*

1.2. Mẫu sóng (thế kỉ XIX)

Từ cuối thế kỉ XVII, HUYGENS đề xuất một lí thuyết sóng về ánh sáng cho phép tìm được các kết quả của quang hình học và ứng với một vận tốc ánh sáng trong không khí lớn hơn trong các môi trường vật chất. Việc tìm ra các hiện tượng giao thoa và nhiễu xạ vào thế kỉ XVII và nhất là ở thế kỉ XVIII đã buộc phải công nhận lí thuyết đó, tiếp theo là các công trình của FRESNEL (1788 - 1827).

Một sóng âm không tồn tại trong chân không. Nó chỉ có thể lan truyền trong một môi trường vật chất chịu nén, ví dụ không khí. Tương tự với các sóng âm đó, ánh sáng là một sóng lan truyền trong một môi trường giả thiết là tương đương, được gọi là ête. Nhiều thí nghiệm đã được thực hiện để chứng minh sự tồn tại của môi trường đó (thí nghiệm của MICHELSON và MORLEY năm 1887).

Các công trình của MAXWELL (1831 - 1879) và của HERTZ cho phép mô tả ánh sáng như là một sóng điện từ, nghĩa là một điện trường và một từ

H.2. *GALILÉE*

trường biến thiên theo thời gian, với một tần số, đó là tần số của ánh sáng quan sát được. Lí thuyết điện từ của MAXWELL cho giá trị của vận tốc ánh sáng trong chân không :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

trong đó ε_0 có mặt trong lực COULOMB : $f = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$, và μ_0 trong biểu thức của từ trường : $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ đối với dây thẳng dài "vô hạn".

Giá trị đó của c (phù hợp với thực nghiệm) không phụ thuộc vào hệ quy chiếu galilê đã chọn.

Sự không tương hợp của tính độc lập đó với các định luật về cộng vận tốc của GALILÉE đã dẫn EINSTEIN (1879 - 1955) đề xuất vào năm 1905.

H.3. *Isaac NEWTON.*

1.3. Mẫu hạt : phôtôn

Các phát minh về hiệu ứng quang điện và bức xạ của vật đen (một vật phát ra một bức xạ điện từ mà các đặc trưng phụ thuộc vào nhiệt độ của vật : ví dụ tia hồng ngoại) đã dẫn PLANCK và EINSTEIN trở lại mẫu hạt về ánh sáng (1906) bằng cách đưa vào các *lượng tử* năng lượng gọi là các phôtôn : các hạt không khối lượng, năng lượng $\varepsilon = h\nu$, chuyển động với vận tốc ánh sáng.

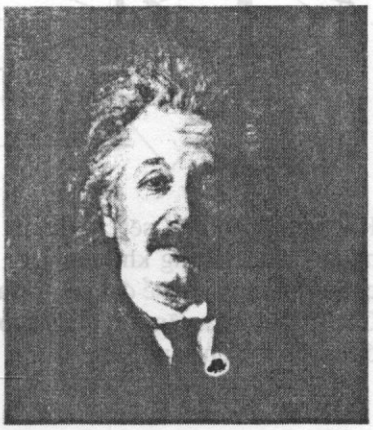
Hai mẫu, sóng và hạt, gắn bó chặt chẽ với nhau và bổ trợ cho nhau.

Lưỡng tính sóng hạt này của ánh sáng lúc đó đã được tổng quát hóa cho các hạt trong cơ học lượng tử bởi BROGLIE, BOHR, HEISENBERG, SCHRÖDINGER...

1.4. Điện động lực học lượng tử

Một số các mâu thuẫn giữa phương diện sóng và hạt của ánh sáng chỉ có thể được loại bỏ bởi một mẫu được phát triển trong những năm 50 bởi TOMONOGA, SCHWINGER và FEYNMAN, mang tên điện động lực học lượng tử.

Như vậy, trong tiến trình của lịch sử, quang học đã cho phép xây dựng nên nhiều lí thuyết thúc đẩy các tri thức khoa học phát triển.



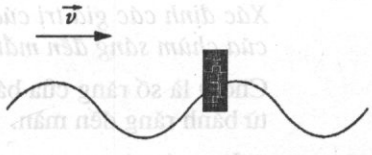
H.4. *Albert EINSTEIN.*

2 Ánh sáng, một sóng điện từ

2.1. Một sóng là gì ?

Cho một vật rơi vào trong một chất lỏng và quan sát bề mặt của chất lỏng đó. Các đường lồi, lõm xuất hiện trên bề mặt của chất lỏng, tạo ra các vòng tròn lớn dần xung quanh điểm rơi : sự biến dạng thẳng đứng của bề mặt đó được lan truyền. Một nút chai nổi trên mặt nước khi sóng đi qua sẽ chịu những dao động thẳng đứng (ngang) (*h.*5).

Các dao động đó sẽ được tồn tại nếu hiện tượng trên được duy trì : ví dụ bằng cách đập đều đặn trên mặt chất lỏng với một chiếc mũi dao động. Như vậy chúng ta thực hiện một sóng ngang trong một mặt phẳng (hai chiều trong không gian).



H.5. *Trong quá trình chuyển dịch của sóng, nút chai chịu các dao động thẳng đứng.*

MAXWELL, vào năm 1873, đã thiết lập các phương trình mô tả sự tiến triển của điện trường E và từ trường B ; sự hoạt động của trường điện từ (hoạt động được xác nhận bởi các thí nghiệm của HERTZ vào năm 1888) biểu thị sự giống nhau với ví dụ trước đây.

Các sóng điện từ lan truyền theo mọi hướng trong không gian, ngay cả khi không có môi trường vật chất.

Vận tốc lan truyền v và tần số f (hay chu kì T) là hai đại lượng quan trọng cho phép đặc trưng một sóng một cách tổng quát.

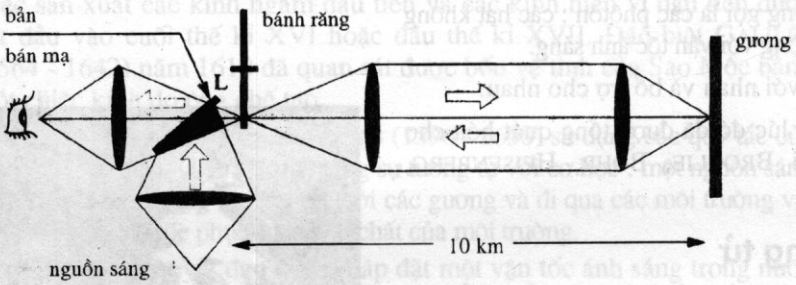
Bước sóng λ được định nghĩa bởi $\lambda = vT = \frac{v}{f}$.

2.2. Ánh sáng

2.2.1. Vận tốc lan truyền của ánh sáng trong chân không

Việc chứng minh lần đầu tiên đặc trưng hữu hạn của vận tốc ánh sáng bắt đầu từ năm 1676 : Olaf RÖMER khi nghiên cứu dao động của các vệ tinh của Sao Mộc đã chứng tỏ rằng ánh sáng có vận tốc lan truyền 214000 km.s^{-1} (sai số tương đối 30%).

Vào năm 1849, FIZEAU đo vận tốc ánh sáng nhờ một thiết bị bánh răng với một gương đặt cách nguồn sáng cỡ một chục kilômét (*h*.6).



◀ **H.6.** *Nguyên tắc của phương pháp* FIZEAU.

Khi quay bánh xe sẽ che khuất một cách tuần hoàn chùm sáng đến từ nguồn sáng. Trong khi ánh sáng đến và quay trở lại từ gương, góc quay của bánh răng có thể đạt giá trị sao cho một răng che khuất chùm phản xạ. Các giá trị của vận tốc quay tương ứng với hiện tượng đó cho phép xác định vận tốc của ánh sáng.

Áp dụng

• *Người ta thực hiện thí nghiệm của* FIZEAU *(h.6) nhờ một bánh răng có 250 răng giống nhau và quay với vận tốc góc ω. Gương đặt cách bánh răng* 15 km.

Xác định các giá trị của ω tương ứng với sự tắt của chùm sáng đến mắt.

Cho p là số răng của bánh và d là khoảng cách từ bánh răng đến màn.

Để sự tắt xảy ra thì bánh răng cần phải quay một góc $\left(n+\frac{1}{2}\right)\frac{2\pi}{p}$ (n số nguyên) trong thời gian ánh sáng đến và quay trở lại, từ đó :

$\omega = \left(n+\frac{1}{2}\right)\frac{\pi c}{pd}$, nghĩa là $\omega = 40\left(n+\frac{1}{2}\right)$ vòng.s^{-1}.

Chú ý : Điều đó như vậy là hoàn toàn có thể thực hiện được. Hiện nay, trong một thí nghiệm tương tự, bánh răng được thay bằng một tế bào của hiệu ứng KERR. *Tế bào* KERR *sử dụng các biến đổi của các tính chất quang học của một số môi trường trong suốt (ví dụ nitrô – benzen) dưới tác dụng của một điện trường có thể dao động với các tần số cỡ* MHz (mêgahec).

FOUCAULT vào năm 1850 đã hiệu chỉnh một thiết bị gương quay với các kích thước (khoảng vài chục mét) cho phép đo vận tốc ánh sáng trong các môi trường vật chất, đặc biệt trong nước.

Thí nghiệm đó cho phép giải quyết dứt khoát giữa mẫu sóng (vận tốc ánh sáng trong nước nhỏ hơn trong không khí) và mẫu hạt của thế kỉ XVII (hay ngược lại).

Thí nghiệm của MICHELSON và MORLEY năm 1887 đã chứng minh sự kiện là chuyển động quay của hệ quy chiếu quả đất xung quanh Mặt Trời với vận tốc khoảng 30 km. s^{-1} không làm thay đổi vận tốc của ánh sáng ; hiện tượng đó là mâu thuẫn với các định luật của cơ học cổ điển.

Các thí nghiệm hiện nay cho vận tốc của ánh sáng giá trị c = 299 792 458 m. s^{-1}.

Trong chân không, ánh sáng lan truyền với vận tốc c = 299 792 458 m. s^{-1} $\approx 3.10^8$ m. s^{-1}.

Độ chính xác của các phép đo hiện nay đã dẫn đến việc định nghĩa lại các đại lượng chuẩn. Chuẩn giây được định nghĩa từ chu kì của một đồng hồ xêdi ; chuẩn mét không tồn tại nữa : mét là khoảng cách truyền bởi ánh sáng trong chân không trong thời gian $\frac{1}{299\,792\,458}$ s.

Chú ý :

• *Các đơn vị và các mẫu chuẩn cơ bản*

Bảy đơn vị sơ cấp hay cơ bản, đó là mét, kilôgam, giây, ampe *(Hệ* MKSA*) và cả* kelvin *(nhiệt độ),* candêla *(cường độ sáng) và mol đã được định nghĩa. Tất cả các đơn vị khác được suy ra từ chúng.*

• *Các mẫu chuẩn cơ bản của Hệ* MKSA

Khối lượng : kilôgam *chuẩn được đặt trong một tòa nhà ở Sèvres từ năm 1889. Độ chính xác của việc tái tạo lại chuẩn đó là* 2.10^{-9} kg *(đó là độ lớn chuẩn kém chính xác nhất).*

Thời gian (1968) : 1 s *bằng* 9 192 631 770 chu kì *của bức xạ tương ứng với dịch chuyển giữa hai mức siêu tinh tế từ trạng thái cơ bản của nguyên tử xêdi* 133. *Độ chính xác của việc tái tạo là* 10^{-13} s, *nghĩa là* $\frac{1}{100}$ s *sau* 1000 năm ! *(đó là độ lớn chuẩn chính xác nhất.)*

Chiều dài (1983) : 1 m *bằng khoảng cách truyền bởi ánh sáng trong chân không trong khoảng thời gian* $\frac{1}{299\,792\,458}$ s. *Độ chính xác của chuẩn trước kia khi dùng đèn kripton là* 10^{-8} m, *trong khi các đo đạc đòi hỏi một độ chính xác hơn* 10^{-10} m.

Cường độ dòng điện : không có mẫu chuẩn phổ biến (định nghĩa về ampe dựa trên lực tác dụng giữa hai dây dẫn trong một thí nghiệm hầu như không thực hiện được). Thực tế $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ SI *định nghĩa ampe.*

2.2.2. Ánh sáng trong phổ điện từ

Bước sóng ánh sáng được định nghĩa bởi

$$\lambda = cT = \frac{c}{\nu}$$, trong đó ν là tần số và T là chu kì.

Thông thường ánh sáng là sự chồng chất của các sóng điện từ với các bước sóng khác nhau. Một ánh sáng đơn sắc tương ứng với một sóng hình

sin với tần số hoàn toàn xác định. Với ánh sáng trắng thì ngược lại, nó có thể được phân tích bởi một lăng kính hay một cách tử để tạo thành một quang phổ, một ánh sáng đơn sắc là không tách ra được.

Vùng ánh sáng nhìn thấy bởi mắt người tương ứng với các bước sóng trong chân không giữa 0,4 μm và 0,8 μm (400 nm và 800 nm).

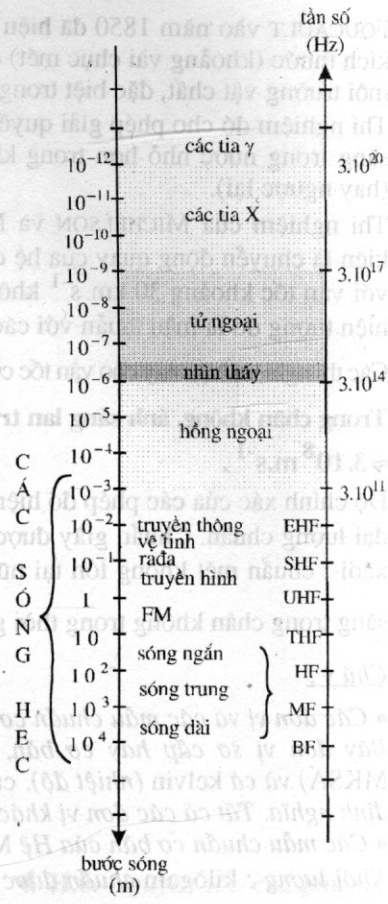
Các bước sóng bên cạnh nhưng nhỏ hơn tương ứng với các tia tử ngoại và các bước sóng lớn hơn tương ứng với các tia hồng ngoại. Độ nhạy cực đại của mắt nhận được với bước sóng khoảng 0,56 μm (vàng - xanh).

Phổ nhìn thấy chỉ biểu thị một phần rất nhỏ của phổ điện từ (*h*.8).

Bảng dưới đây cho các liên hệ giữa bước sóng, tần số và màu sắc.

màu sắc	bước sóng (nm)	tần số (10^{14} Hz)
giới hạn của tia tử ngoại	400	7,50
tím	420	7,14
tím xanh (chàm)	440	6,80
xanh	470	6,40
xanh lục	500	6,00
lục	530	5,70
vàng lục	560	5,36
vàng	580	5,17
vàng da cam	590	5,08
da cam	600	5,00
đỏ da cam	610	4,92
đỏ	650	4,62
giới hạn của tia hồng ngoại	780	3,85

H.7.



H.8. *Phổ điện từ.*

3 Nguồn sáng

Không thể tạo ra được một sóng đơn sắc. Quá trình phát của một số nguồn sáng nào đó cho phép nhận được các sóng gần như đơn sắc.

3.1. Các nguồn với phổ vạch hay phổ các dãy vạch

Các nguồn sáng dựa trên việc đưa các nguyên tử từ trạng thái kích thích về trạng thái với năng lượng thấp hơn (các nguyên tử trước đó bị kích thích do va chạm hay do phóng điện) phát ra một bức xạ gồm các sóng đơn sắc được phân bố thành các "bó" với các tần số rất gần nhau : $\frac{\Delta\nu}{\nu} \approx 10^{-7}$.

Việc phân tích ánh sáng, phát ra bởi việc đưa các nguyên tử từ trạng thái kích thích về trạng thái với năng lượng thấp hơn, bởi một lăng kính hay một cách tử cho một tập hợp các vạch đặc trưng cho cấu tạo của nguồn sáng.

Trong trường hợp đưa các phân tử từ trạng thái kích thích về trạng thái với năng lượng thấp hơn chúng ta nhận được một phổ của các dãy vạch. Các dãy vạch đó thực tế là một tập hợp của các vạch rất gần nhau.

3.2. Các nguồn với phổ liên tục

Các nguồn với phổ liên tục dựa trên quá trình bức xạ của vật đen. Một vật hấp thụ có nhiệt độ T phát ra một bức xạ điện từ gồm tất cả các bước sóng λ của phổ.

Bước sóng λ_m tương ứng với cực đại của bức xạ của vật đen được cho bởi định luật WIEN :

$$\lambda_m T = 2,987.10^{-3} \text{ K.m.}$$

Nếu chúng ta muốn cực đại của cường độ ánh sáng ở 0,56 µm (cực đại của độ nhạy của mắt), nguồn phải có nhiệt độ 5400 K (nhiệt độ của lớp bề mặt phát sáng của Mặt Trời vào cỡ 6000 K).

Chú ý :

- *Chúng ta quan sát phổ của Mặt Trời nhờ một kính quang phổ : đó là một phổ liên tục được ngăn cách bởi các vạch tối. Các vạch tối đó tương ứng với sự hấp thụ ánh sáng bởi lớp bề mặt phát sáng (đặc biệt bởi hiđrô).*
- *Trong trường hợp một ngôi sao hay một thiên hà ở xa, việc so sánh phổ hấp thụ với phổ của các vạch đã biết cho phép đánh giá được vận tốc xuyên tâm của ngôi sao nhờ sự dịch chuyển của các vạch do hiệu ứng DOPPLER–FIZEAU* (xem chương 13).*

3.3. Trường hợp đặc biệt của các laser

Một nguồn LASER (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation) được dựa trên nguyên tắc của bức xạ cảm ứng : các nguyên tử của nguồn từ trạng thái kích thích chuyển về trạng thái với năng lượng thấp hơn một cách đồng bộ, nguồn được gọi là nguồn kết hợp. Các tần số của các sóng tạo thành ánh sáng của một laser rất gần nhau : $\frac{\Delta\nu}{\nu} \approx 10^{-10}$.

Laser được sử dụng nhiều nhất trong các công trình thực nghiệm là laser hêli - nêon có màu đỏ với bước sóng $\lambda = 632,8$ nm.

4 Sự truyền của ánh sáng trong các môi trường vật chất

4.1. Hấp thụ và tán sắc

Các tương tác của ánh sáng với một môi trường vật chất làm biến đổi quá trình lan truyền : vận tốc lan truyền v của ánh sáng không bằng c nữa.

Trong các môi trường trong suốt ánh sáng truyền với vận tốc $v = \frac{c}{n}$, trong đó *n*, chiết suất của môi trường, phụ thuộc vào tần số (hay vào bước sóng).

Do phụ thuộc vào tần số ν, tức vào bước sóng, nên vận tốc của ánh sáng đỏ lớn hơn vận tốc của ánh sáng xanh trong các môi trường trong suốt. Đó là hiện tượng tán sắc được sử dụng để phân tích ánh sáng bởi một lăng kính.

$$\nu_{xanh} > \nu_{đỏ}, \ \lambda_{xanh} < \lambda_{đỏ} \text{ và } v_{xanh} < v_{đỏ}$$

** Hiệu ứng DOPPLER – FIZEAU : nguồn lại gần người quan sát : vạch hấp thụ bị dịch chuyển về phía xanh (tăng tần số quan sát). Nguồn ra xa người quan sát : vạch hấp thụ bị dịch chuyển về phía đỏ (giảm tần số quan sát).*

Cường độ ánh sáng giảm khi ánh sáng truyền trong môi trường vật chất. Một cách tổng quát định luật về sự giảm là một hàm mũ của khoảng cách lan truyền và phụ thuộc vào tần số, tức vào bước sóng. Đó là hiện tượng hấp thụ.

Lí thuyết mô hình hóa sự truyền các sóng điện từ trong các môi trường trong suốt chứng tỏ rằng hấp thụ và tán sắc là hai hiện tượng liên quan với nhau.

Việc hấp thụ chọn lọc trong vùng nhìn thấy cho phép giải thích màu sắc của các môi trường gần như trong suốt (màu tím của dung dịch $KMnO_4$ hay màu lục của dung dịch rượu clorofin).

4.2. Chiết suất của môi trường trong suốt

Với một sóng đơn sắc, bước sóng λ, chiết suất $n(\lambda)$ của môi trường được định nghĩa bằng tỉ số của vận tốc ánh sáng trong chân không và vận tốc trong môi trường vật chất :

$$n(\lambda) = \frac{c}{v}.$$

Với ánh sáng nhìn thấy và các môi trường trong suốt, n lớn hơn 1 và giảm khi bước sóng tăng theo một trong các công thức thực nghiệm của CAUCHY :

$$n^2(\lambda) = A_0 + \frac{A_1}{\lambda^2} + \frac{A_2}{\lambda^4},$$

trong đó A_0, A_1 và A_2 là các hằng số dương.

$$\lambda_{xanh} < \lambda_{đỏ}, \text{ vậy } n_{xanh} > n_{đỏ}$$

Tính **chiết quang** của một môi trường là một đặc trưng liên quan với chiết suất của môi trường đó : chiết suất càng lớn thì môi trường càng chiết quang.

4.3. Một số giá trị của chiết suất

Chiết suất của không khí (khô) ở các điều kiện tiêu chuẩn là 1,000 293. Vậy từ nay về sau ta coi không khí như chân không.

Phần lớn các môi trường trong suốt có chiết suất nghiệm đúng tương đối tốt công thức đơn giản của CAUCHY :

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}.$$

Hai hệ số là đủ cho việc xác định $n(\lambda)$; đó là :

- chiết suất của môi trường đối với tia vàng D của natri (589,3 nm) ;
- số ABBE của môi trường hay độ tán sắc

$$v = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C},$$

trong đó n_D, n_F, n_C là các chiết suất tương ứng với các bước sóng 589,3 nm (tia D : tia vàng của natri), 486,1 nm (tia F : tia xanh của hiđrô), 656,3 nm (tia C : tia đỏ của hiđrô). v càng nhỏ, thủy tinh càng tán sắc.

	n_F	n_D	n_C	v
nước	1,3371	1,3330	1,3311	55,5
mẫu *crown*	1,522	1,517	1,514	64,625
mẫu *flint*	1,682	1,666	1,658	27,75
kim cương	2,435	2,417	2,410	56,68

H.9. *Một số giá trị của chiết suất : crown là loại thủy tinh thông dụng (silic, xút, kali hiđrôxit, canxi) ; flint là một thủy tinh trong đó ôxit chì được thay bằng canxi (ví dụ tinh thể).*

Độ tán sắc lớn của *flint* cho phép giải thích ánh chói của thủy tinh tinh thể, vì rằng ánh sáng bị phân tách mạng ở trong đó.
Kim cương có chiết suất rất lớn. Điều đó giải thích sự chói sáng của nó : ánh sáng bị giam trong đó do hiện tượng phản xạ toàn phần.

Hiện nay có khoảng hai trăm loại thủy tinh khác nhau được chế tạo để thực hiện các dụng cụ quang học. Chiết suất của chúng là từ 1,4 đến 2 và độ tán sắc từ 20 đến 70 (*h.*10).

chiết suất của các chất khác nhau, đối với các bức xạ khác nhau								
	chiết suất đối với các bức xạ						$v = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C}$	**các quan sát**
	A	**A'**	**C**	**D**	**F**	**G'**		
fluor-*crown*	1,4847		1,4873	**1,4895**	1,4945	1,4985	68	các mẫu thủy tinh quang học
***crown* trung bình**	1,5096		1,5127	**1,5153**	1,5214	1,5264	59	
***flint* đặc**	1,6495		1,6553	**1,6605**	1,6735	1,6847	36	
***flint* siêu đặc**	1,7694		1,7788	**1,7875**	1,8100	1,8298	25	
silic thủy tinh		1,4544	1,4568	**1,4588**	1,4636	1,4673	65	các mẫu thủy tinh hữu cơ
mêtacrilat mêthil			1,4904	**1,4930**	1,4990		56	
fluorine CaF_2		1,4309	1,4325	**1,4338**	1,4370	1,4396	95	các mẫu tinh thể
muối khoáng NaCl		1,5368	1,5406	**1,5442**	1,5533	1,5608	35	
kim cương				**2,4173**				
H_2O ở 20°C		1,3289	1,3311	**1,3300**	1,3371	1,3404	56	
CS_2 ở 20°C		1,6087	1,6182	**1,6277**	1,6523	1,6748	18	

H.10. Một số giá trị của chiết suất trong các tài liệu.

bước sóng λ trong không khí và tần số *f* của các bức xạ thấy được khác nhau				
bức xạ		**λ (nm)**	**v (Hz)**	**các quan sát**
K	của canxi.....	393,3	$7,62.10^{14}$	ở giới hạn tử ngoại
	tím của thủy ngân.....	404,7		
G'	tím của hiđrô.....	434,0		
	xanh tím của thủy ngân.....	435,8		
F	xanh của hiđrô.....	486,1		
e	lục của thủy ngân.....	546,1		
	vạch kép vàng của thủy ngân....	577,0		
	.....	579,1		
D_3	vàng của hêli.....	587,5		
D	vàng của natri.....	589,3	$5,09.10^{14}$	D_1 = 589,6 nm và D_2 = 589,0 nm
C	đỏ của hiđrô.....	656,3		
A	đỏ của ôxi.....	759,4		
A'	vạch kép đỏ của kali.....	768,2	$3,90.10^{11}$	ở giới hạn hồng ngoại

H.11. *Một số giá trị của bước sóng và tần số. Bức xạ D của natri gồm hai bức xạ gần nhau (vạch kép) :* D_1 (589,6 nm) và D_2 (589,0 nm).

ĐIỀU CẦN GHI NHỚ

■ CÁC SÓNG ĐIỆN TỪ

• Chúng truyền theo mọi hướng trong không gian ngay cả khi không có môi trường vật chất.

• Vận tốc lan truyền v và tần số f (hay chu kì T) là hai đại lượng quan trọng cho phép đặc trưng một cách tổng quát một sóng.

• Bước sóng λ được định nghĩa bởi $\lambda = vT = \dfrac{v}{f}$.

■ CÁC NGUỒN SÁNG

• Việc phân tích ánh sáng bởi một lăng kính hay một cách tử cho một tập hợp các vạch đặc trưng cho cấu tạo của nguồn sáng.

• Bước sóng λ_m ứng với cực đại của phát xạ của vật đen được cho bởi định luật WIEN:

$$\lambda_m T = 2{,}987.10^{-3}\ \text{K.m.}$$

■ ÁNH SÁNG

• Vùng ánh sáng nhìn thấy bởi mắt người tương ứng với các bước sóng bao gồm giữa 0,4 μm và 0,8 μm (400 nm và 800 nm).

• Trong chân không, ánh sáng truyền theo mọi hướng trong không gian với vận tốc :

$$c = 299\,792\,458\ \text{m.s}^{-1} \approx 3.10^8\ \text{m.s}^{-1} \quad \left(c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}\right).$$

• Bước sóng của ánh sáng được định nghĩa bởi $\lambda = cT = \dfrac{c}{\nu}$, trong đó ν là tần số và T là chu kì.

• Trong các môi trường trong suốt, ánh sáng truyền với vận tốc $v = \dfrac{c}{n}$, trong đó n là chiết suất phụ thuộc tần số (hay phụ thuộc bước sóng).

■ CHIẾT SUẤT CỦA MỘT MÔI TRƯỜNG TRONG SUỐT

• Với một sóng đơn sắc, bước sóng λ, chiết suất n (λ) của một môi trường được định nghĩa như là tỉ số của vận tốc ánh sáng trong chân không và vận tốc của ánh sáng trong môi trường vật chất :

$$n(\lambda) = \frac{c}{v}.$$

Phần lớn các môi trường trong suốt có chiết suất nghiệm đúng tương đối tốt công thức đơn giản của CAUCHY :

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}.$$

tần số	$\nu_{\text{xanh}} > \nu_{\text{đỏ}}$
bước sóng	$\lambda_{\text{xanh}} < \lambda_{\text{đỏ}}$
chiết suất	$n_{\text{xanh}} > n_{\text{đỏ}}$
vận tốc lan truyền	$v_{\text{xanh}} < v_{\text{đỏ}}$

CÁC CƠ SỞ CỦA QUANG HÌNH 2

THƯ VIỆN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC
XÂY DỰNG

Mở đầu

Để nghiên cứu sự truyền của ánh sáng một cách định lượng chúng ta phân tích ánh sáng thành vô số các tia sáng độc lập với nhau.

Trong một môi trường đồng nhất (khi chiết suất không phụ thuộc các tọa độ không gian) các tia đó truyền theo đường thẳng ; trong một môi trường không đồng nhất thì không phải như vậy, khi đó các tia sáng sẽ bị lệch với độ lệch là một hàm của sự thay đổi theo vị trí của chiết suất.

Một sự thay đổi đột ngột theo không gian của chiết suất tạo ra một sự thay đổi đột ngột trong sự định hướng của tia sáng. Việc nghiên cứu định lượng sự không liên tục đó được thực hiện nhờ các định luật của DESCARTES về phản xạ và khúc xạ.

Một sự thay đổi từ từ theo không gian của chiết suất tạo ra một sự thay đổi từ từ trong sự định hướng của tia sáng.

Mặt lõm của một tia sáng luôn luôn được quay về phía có chiết suất tăng : đặc biệt điều này cho phép giải thích các hiện tượng ảo ảnh.

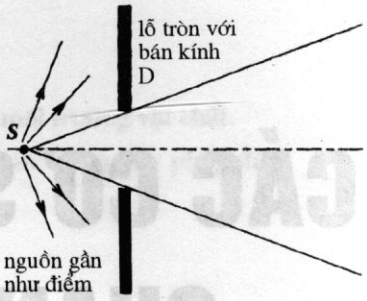
MỤC TIÊU

- Giới hạn của quang hình.
- Các tia sáng.
- Các định luật phản xạ và khúc xạ.

ĐIỀU CẦN BIẾT TRƯỚC

- Các sóng ánh sáng.
- Bước sóng.
- Chiết suất.

1 Sự gần đúng cơ bản của quang hình



H.1a.

Sự truyền của các sóng điện từ được mô tả bởi các phương trình MAXWELL (được nghiên cứu ở năm thứ hai). Việc giải các phương trình đó chỉ dễ dàng tiếp cận được đối với các trường hợp đơn giản. Người ta không xem xét sự tạo ảnh bởi các thấu kính bằng phương pháp đó.

Sự gần đúng hình học tạo ra cách giải gần đúng tốt các phương trình MAXWELL nếu như các đặc trưng của môi trường ít biến đổi trên quy mô của bước sóng. Quy mô đó, trong vùng các bức xạ thấy được từ $0{,}4\ \mu m < \lambda < 0{,}8\ \mu m$ rất nhỏ hơn kích thước của các hệ nghiên cứu, là có giá trị.

Việc xây dựng hình học đường đi của ánh sáng (tia sáng) cho phép nghiên cứu đơn giản nhiều hệ quang học thông dụng.

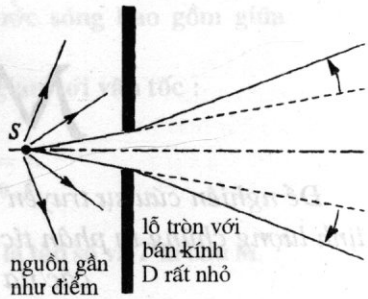
Chú ý : Quang hình học không kể đến đặc trưng hạt, tức sự gián đoạn của ánh sáng.

2 Các tia sáng

2.1. Khái niệm về tia sáng

Chúng ta có thể coi tia laser như là một tia sáng.

Xét một chùm sáng phát ra từ một nguồn điểm (ví dụ một "đèn điểm"). Ta giới hạn bề rộng của chùm nhờ một tấm chắn. Nếu lỗ của tấm chắn rất nhỏ ta tách được một tia sáng rất mảnh ; nó giống một đường vạch bởi ánh sáng : **tia sáng**. Việc truyền năng lượng của ánh sáng được thể hiện dọc theo vệt sáng đó.



H.1b. *Chùm mở.*

Nhưng khái niệm về tia sáng vẫn còn trừu tượng. Về mặt thực nghiệm không thể có được một tia sáng vô cùng mảnh. Với một màn có lỗ tròn đường kính D vào cỡ một số lần bước sóng, tia sáng "mở rộng ra" sau màn (*h.*1b). Đó là hiện tượng **nhiễu xạ**. Độ mở góc của chùm sáng (liên quan với đặc trưng sóng của ánh sáng) vào cỡ $\frac{\lambda}{D}$ (*h.*1c).

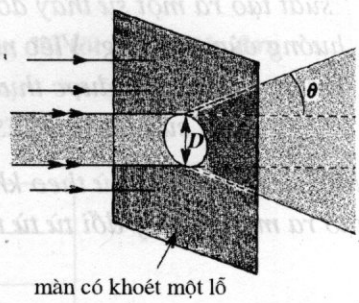
2.2. Nguyên lí độc lập của các tia sáng

Một chùm sáng là một tập hợp các tia sáng mà chúng ta mô tả là độc lập đối với nhau : đó là một nguyên lí cơ bản của quang hình học. Các thí nghiệm sau đây chứng minh cho nguyên lí đó.

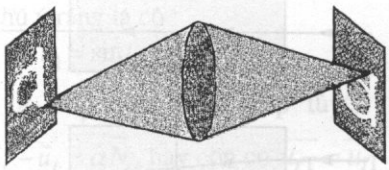
Một thấu kính tập trung ánh sáng phát ra từ một nguồn điểm để tạo một ảnh điểm trên một màn quan sát (*h.* 2a). Chúng ta chọn các tia sáng nhờ một màn chắn có lỗ. Chúng ta thấy rằng độ sáng của ảnh thay đổi (giảm) nhưng cấu trúc của ảnh vẫn như cũ ngay cả khi ta dịch chuyển màn chắn. Điều này chỉ có giá trị nếu như ánh sáng đi qua cùng một hệ quang học ở các vị trí khác nhau khi hệ có tính tương điểm (xem chương 3).

Điều đó tạo nên nguyên lí độc lập của các tia sáng của quang hình học. Nguyên lí này không đúng với một số thiết bị nào đó (ví dụ các khe YOUNG chẳng hạn), với các thiết bị này ta quan sát được hiện tượng giao thoa liên quan đến đặc trưng sóng của ánh sáng.

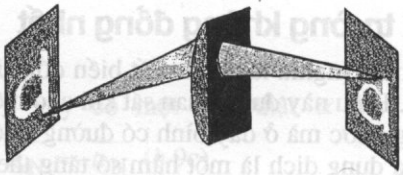
Việc truyền của ánh sáng được dựa trên tính độc lập của các tia sáng mà đường đi của chúng được vẽ bằng cách sử dụng các định luật của SNELL - DESCARTES.



H.1c. *Vết nhiễu xạ cho bởi một lỗ tròn. Độ mở θ của chùm vào cỡ* $\frac{\lambda}{D}$.



H.2a.



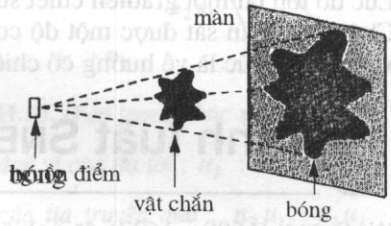
H.2b. *Ảnh không bị biến đổi nếu ta dịch chuyển màn.*

2.3. Sự truyền thẳng trong môi trường đồng nhất

Chúng ta thực hiện thí nghiệm theo sơ đồ của hình 3. Chiếu sáng một hình chắn sáng và quan sát hình chiếu lên màn quan sát.

Bóng ở trên màn đồng dạng với vật với tỉ lệ bằng tỉ lệ của các khoảng cách từ nguồn sáng đến màn và từ nguồn sáng đến vật. Việc quan sát này là phù hợp với nguyên lí truyền thẳng của ánh sáng :

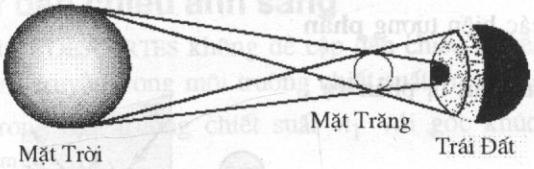
Trong một môi trường đồng nhất và đẳng hướng ánh sáng truyền theo đường thẳng ; các tia sáng là các đường thẳng.



H.3. *Chứng minh sự truyền thẳng của các tia sáng trong một môi trường đồng nhất.*

Áp dụng 1

Trong trường hợp nguồn sáng rộng, việc chuyển từ miền tối sang miền sáng không tức thời và tương ứng với một miền nửa tối.



H.4.

Một ví dụ của hiện tượng đó tương ứng với hiện tượng nguyệt thực quan sát được khi Mặt Trời bị che khuất bởi Mặt Trăng.

Nhờ các số liệu bằng số, hãy tính :

a) *đường kính của vùng tối và vùng nửa tối trên bề mặt của Trái Đất ;*

b) *khoảng thời gian của một nguyệt thực toàn phần.*

Các số liệu : *đường kính Trái Đất :* $d_T = 12800$ km *đường kính Mặt Trăng :* $d_L = 3\,500$ km, *tỉ số của đường kính biểu kiến của Mặt Trời và của Mặt Trăng (thấy từ Trái Đất) trong các điều kiện thuận lợi:* $\alpha = 0{,}9$, *khoảng cách Trái Đất – Mặt Trời :* $R \approx 1{,}5 \cdot 10^8$ km, *khoảng cách Trái Đất – Mặt Trăng* $r = 3{,}8 \cdot 10^5$ km.

a) Ứng dụng định lí THALÈS (*h*.5)

$\frac{R}{D-H} = \frac{r}{d-H}$ (H : đường kính của vùng tối), từ đó $H = \frac{d}{1-\frac{r}{R}}\left(1-\frac{D}{R}\frac{r}{d}\right) \approx (1-\alpha)d \approx 350$ km.

Tương tự, $\frac{R}{D+h} = \frac{r}{h-d}$ (h : đường kính của vùng nửa tối), từ đó :

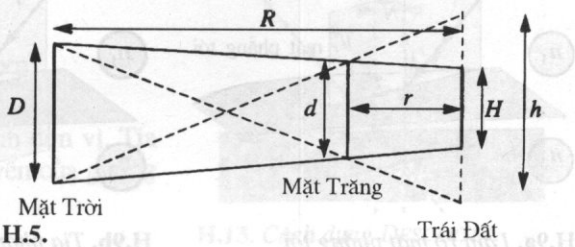
$h = \frac{d}{1-\frac{r}{R}}\left(1+\frac{D}{R}\frac{r}{d}\right) \approx (1+\alpha)d \approx 7\,300$ km.

Các điều kiện thuận lợi nhất tương ứng với Mặt Trăng ở gần Trái Đất nhất và Mặt Trời ở xa Trái Đất nhất.

Nếu đường kính biểu kiến của Mặt Trời lớn hơn của Mặt Trăng thì nguyệt thực biến mất.

b) $\tau = \frac{D}{v}$ (v : vận tốc của một điểm trên bề mặt Trái Đất do chuyển động tự quay của Trái Đất).

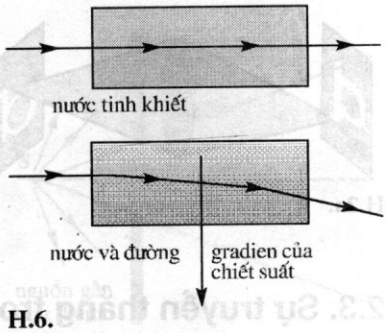
$v = \frac{6\,400 \times 2\pi}{86\,400} \approx 0{,}47$ km.s^{-1} ; từ đó $\tau = 12$ phút.



H.5.

2.4. Tia sáng trong một môi trường không đồng nhất

Trong một môi trường không đồng nhất (nghĩa là chiết suất biến đổi) tia sáng không truyền theo đường thẳng. Điều này được quan sát khi cho một chùm sáng truyền qua một bình đựng nước mà ở đáy bình có đường (môi trường bão hòa) (*h*.6). Chiết suất của dung dịch là một hàm số tăng theo nồng độ của đường hòa tan. Vậy chiết suất đó ở phía đáy bình là lớn hơn. Lúc đó tồn tại một gradien chiết suất hướng về phía đáy của bình.
Chúng ta quan sát được một độ cong của các tia sáng có mặt lõm hướng xuống dưới tức là về hướng có chiết suất tăng.



H.6.

3 Định luật SNELL - DESCARTES

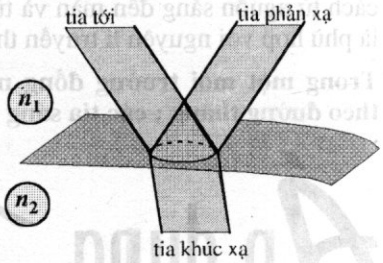
W. SNELL (1580 - 1627) đã nghiên cứu đường đi của một tia sáng ở mặt phân cách của hai môi trường (lưỡng chất). DESCARTES một cách độc lập đã tìm lại các kết quả đó và công bố vào năm 1637.
Chúng ta sẽ nghiên cứu các định luật đó, chúng cũng đã được đề cập đến trong các năm học trước.

3.1. Phản xạ và khúc xạ của một chùm sáng

Một chùm sáng song song truyền trong một môi trường đồng nhất đến đập lên một lưỡng chất (*h*.7). Chúng ta sẽ quan sát thấy gì ?

Ở mặt phân cách của hai môi trường với chiết suất khác nhau (lưỡng chất), thông thường một tia sáng làm xuất hiện một tia phản xạ và một tia khúc xạ, hay truyền qua, nằm trong mặt phẳng tới.

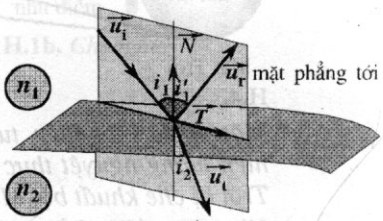
Nhiều thí nghiệm cho phép nghiên cứu định lượng các hiện tượng **phản xạ** và **khúc xạ**.
Nếu một chùm sáng đập lên một gương nó sẽ hoàn toàn bị phản xạ ; không có hiện tượng khúc xạ.



H.7.

3.2. Mặt phẳng tới

Mặt phẳng tới là mặt phẳng chứa tia tới và pháp tuyến với bề mặt phân cách của lưỡng chất (*h*.8 và 9a).



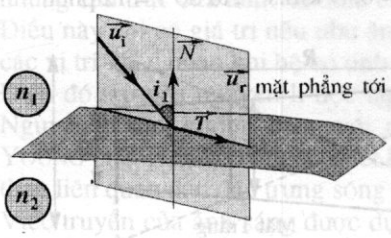
H.8. *$\vec{u}_i$: vectơ đơn vị tương ứng với tia tới ; $\vec{u}_r$: vectơ đơn vị tương ứng với tia phản xạ ; $\vec{u}_t$: vectơ đơn vị tương ứng với tia truyền qua.*

3.3. Định luật phản xạ

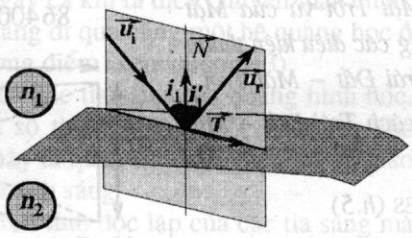
Tia phản xạ nằm trong mặt phẳng tới (*h*.9b và 9c).

Tia phản xạ là đối xứng với tia tới đối với pháp tuyến của mặt phân cách.
Góc phản xạ là bằng góc tới :

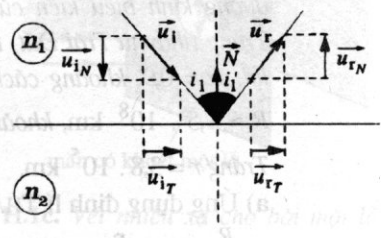
$$i'_1 = i_1$$



H.9a. *Làm rõ mặt phẳng tới.*



H.9b. *Tia phản xạ trong mặt phẳng tới.*



H.9c.

Chú ý rằng ta có :

• $\sin i'_1 = \sin i_1$;

• $\vec{u}_t - \vec{u}_i$ nằm trên pháp tuyến $\vec{N}$; vậy có một góc thật α mà $\vec{u}_t - \vec{u}_i = \alpha\vec{N}$, hay còn có $\overrightarrow{u_{rT}} = \overrightarrow{u_{iT}}$ và $\overrightarrow{u_{rN}} = -\overrightarrow{u_{iN}}$ (*h.*9c).

3.4. Định luật khúc xạ

Tia khúc xạ nằm trong mặt phẳng tới.

Góc khúc xạ i_2 liên hệ với góc tới i_1 bởi :

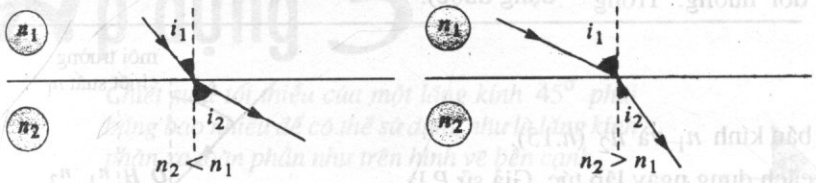
$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

Chú ý rằng ta có (*h.*11) :

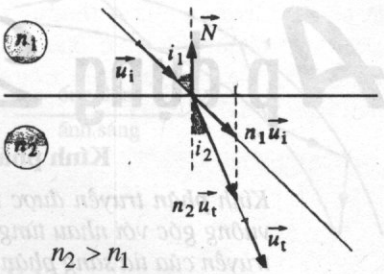
$n_2\vec{u}_t - n_1\vec{u}_i$ nằm trên pháp tuyến $\vec{N}$, vậy có một góc thực α mà

$$n_2\vec{u}_t - n_1\vec{u}_i = \alpha\vec{N}.$$

Tia sáng nằm càng xa pháp tuyến trong môi trường càng kém chiết quang, nghĩa là chiết suất càng bé (*h.*11).



H.11.



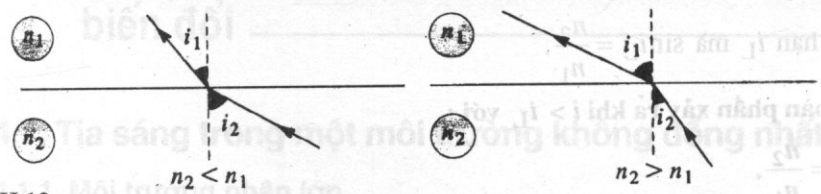
H.10. *Hiện tượng khúc xạ.* $\vec{u}_i$ *: vectơ đơn vị của tia tới ;* $\vec{u}_t$ *: vectơ đơn vị của tia truyền qua ;* $n_2\vec{u}_t - n_1\vec{u}_i$ *nằm trên pháp tuyến* $\vec{N}$.

3.5. Sự đảo chiều ánh sáng

Các định luật DESCARTES không đề cập đến chiều truyền của ánh sáng. Một tia sáng truyền trong môi trường chiết suất n_2 với góc tới i_2 sẽ bị khúc xạ trong môi trường chiết suất n_1 với góc khúc xạ i_1 sao cho $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$.

Điều đó phù hợp với nguyên lí đảo chiều ánh sáng mà chúng ta sẽ thường sử dụng (*h.*12) :

Các định luật DESCARTES tuân theo nguyên lí đảo chiều ánh sáng : ánh sáng có thể truyền theo chiều ngược chiều truyền của nó.



H.12.

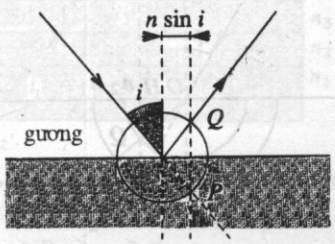
3.6. Các áp dụng

3.6.1. Gương phẳng : cách dựng hình học tia phản xạ

Chúng ta giới thiệu cách dựng tia phản xạ trên *hình* 13.

Giả sử P là điểm giao nhau của tia tới và vòng tròn bán kính đơn vị. Tia phản xạ đi qua điểm giao nhau Q của vòng tròn với pháp tuyến của gương đi qua điểm P.

Các định luật của DESCARTES tự động được nghiệm đúng.

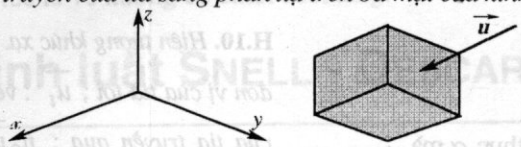


H.13. *Cách dựng* DESCARTES.

Áp dụng 2

Kính phản truyền

Kính phản truyền được tạo bởi ba gương phẳng vuông góc với nhau từng đôi một. Hãy chỉ hướng truyền của tia sáng phản xạ trên ba mặt của kính.



H.14.

Ví dụ tia sáng đến trên mặt song song với mặt phẳng (Oy, Oz). Các thành phần của vectơ chỉ hướng song song (Oy, Oz) là bảo toàn, còn thành phần theo (Ox) bị đổi hướng. Trong phản xạ đó các thành phần của vectơ chỉ hướng bị biến đổi $(a, b, c) \to (-a, b, c)$.

Vậy khi tia sáng bị phản xạ lên ba mặt, vectơ định hướng của nó chuyển từ các thành phần (a, b, c) sang các thành phần $(-a, -b, -c)$: nó quay trở lại theo hướng ngược với hướng ban đầu.

Đo thời gian cần thiết cho đường đi - về của tia sáng giữa Trái Đất và một kính phản xạ như vậy đặt trên vệ tinh của nó, người ta đo được khoảng cách Trái Đất - Mặt Trăng.

Một kính phản xạ bằng kim loại loại này được đặt trên một số tàu thủy và dùng để tạo một vệt sáng trên màn rađa (vấn đề không còn là các sóng ánh sáng nữa, nhưng các kết quả vẫn áp dụng được).

3.6.2. Tia khúc xạ

■ Cách dựng hình học tia khúc xạ

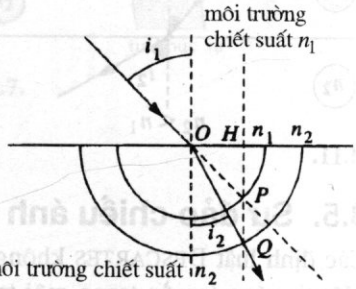
Vẽ trong mặt phẳng tới hai vòng tròn bán kính n_1 và n_2 (*h*.15).

Các liên hệ của DESCARTES cho một cách dựng ngay lập tức. Giả sử P là điểm giao nhau giữa vòng tròn bán kính n_1 và tia tới. Gọi Q là điểm giao nhau giữa vòng tròn bán kính n_2 và pháp tuyến với mặt phân cách lưỡng chất đi qua điểm P. Tia khúc xạ đi qua điểm Q.

$$OH = n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2.$$

Chúng ta thấy rằng nếu $n_2 > n_1$ thì dù P thế nào vẫn tồn tại điểm Q, vậy :

Nếu $n_2 > n_1$, tia khúc xạ luôn luôn tồn tại.



H.15. *Cách dựng của* DESCARTES. $OH = n_1 sini_1 = n_2 sini_2$

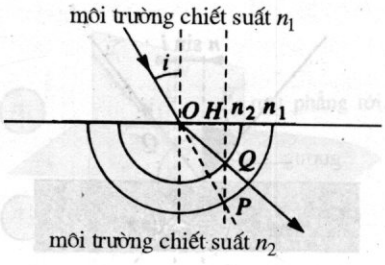
▶ Để tập luyện : bài tập 1.

■ Phản xạ toàn phần

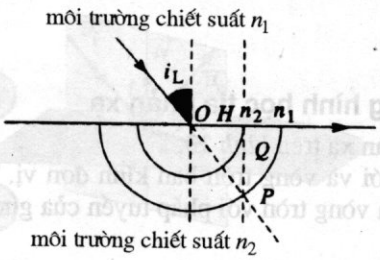
Trong trường hợp khi $n_1 > n_2$, điểm Q không luôn luôn tồn tại (*h*.16a và 16b) : ta làm sáng tỏ một góc tới giới hạn i_L mà $\sin i_L = \dfrac{n_2}{n_1}$.

Nếu $n_1 > n_2$ hiện tượng phản xạ toàn phần xảy ra khi $i > i_L$ với :

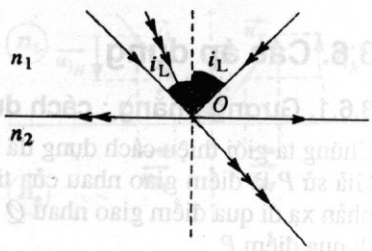
$$\sin i_L = \frac{n_2}{n_1}.$$



H.16a.



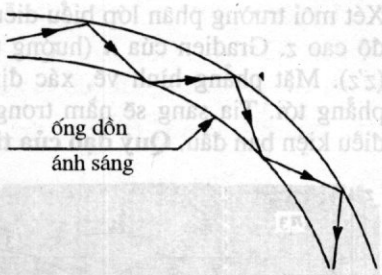
H.16b.



H.16c. $n_1 > n_2$.

Hiện tượng phản xạ toàn phần được sử dụng để định hướng ánh sáng. Bằng cách đó các bóng đèn của một số đèn "trang trí" chiếu sáng một tập hợp các ống mềm trong suốt mà các đầu của chúng hiện ra như là rất nhiều điểm sáng.

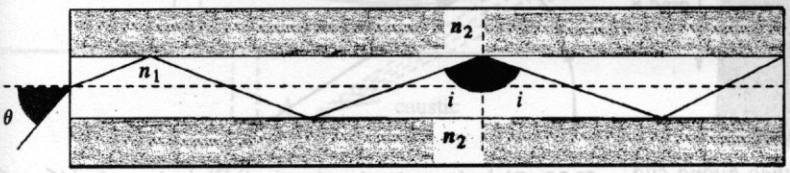
Nguyên lí này được ứng dụng trong các vòi sáng ở đó các ống chất lỏng dồn các tia sáng về một hướng (*h*.17). Ánh sáng lại đi vào không khí chỉ khi mà tia sáng bị tách ra thành rất nhiều giọt sáng.



H.17.

Tính chất này cũng được ứng dụng trong các sợi quang học với chiết suất thay đổi đột ngột (*h*.18). Có tồn tại một giá trị θ_{max} mà : $n_1 \sin i = n_2$.

Chúng ta sẽ gặp lại ứng dụng này để truyền thông tin bằng các sợi quang học.



◀ H.18.

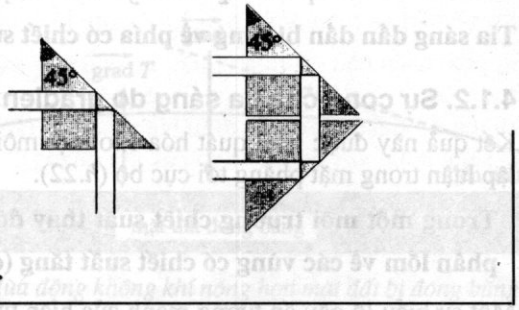
Áp dụng 3

Chiết suất tối thiểu của một lăng kính 45^o *phải bằng bao nhiêu để có thể sử dụng như là lăng kính phản xạ toàn phần như trên hình vẽ bên cạnh.*

Chiết suất cần phải nghiệm $n > \dfrac{1}{\sin i}$.

Mà $i = 45^o$, nên $n > 1{,}41$.

Với thủy tinh chiết suất 1,5, vậy thí nghiệm này là thực hiện được.



H.19.

▶ **Để tập luyện : bài tập 9.**

4 Ứng dụng các định luật DESCARTES trong các môi trường có chiết suất biến đổi

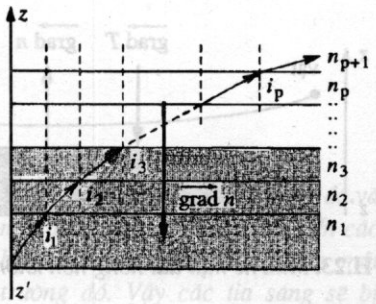
4.1. Tia sáng trong một môi trường không đồng nhất

4.1.1. Môi trường phân lớp

Ta tưởng tượng cắt một môi trường không đồng nhất thành một loạt liên tiếp các lớp phẳng đồng nhất có chiết suất khác nhau.

Với một chiết suất biến đổi liên tục cần phải kể đến các lớp vô cùng mỏng với các chiết suất vô cùng gần nhau. Lí thuyết sóng cho phép chứng minh rằng không có tia phản xạ.

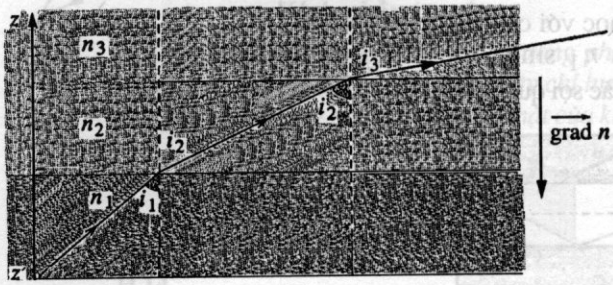
Bằng cách sử dụng các định luật DESCARTES với sự khúc xạ qua mỗi thay đổi của môi trường, dần dần ta có thể nhận được đường đi của tia sáng (*h*.20).



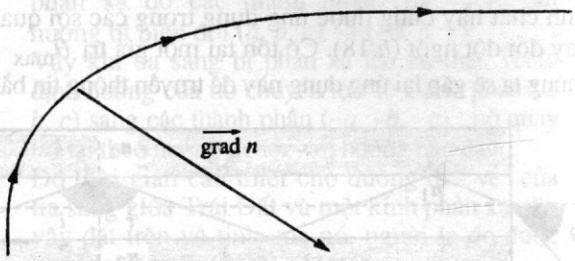
H.20. *Sự truyền ánh sáng trong một môi trường phân lớp.*

$n_1 > n_2 > ... > n_p$.

Xét môi trường phân lớp biểu diễn trên hình 21. Chiết suất chỉ phụ thuộc độ cao z. Gradien của n (hướng theo chiều n tăng) song song với trục (z'z). Mặt phẳng hình vẽ, xác định bởi trục (z'z) và tia tới là một mặt phẳng tới. Tia sáng sẽ nằm trong mặt phẳng đó được xác định bởi các điều kiện ban đầu. **Quỹ đạo của tia sáng là phẳng.**



H.21. $\overrightarrow{\text{grad}}n$: $n_1 < n_2 < n_3$, *gradien hướng theo hướng của chiết suất tăng.*



H.22. *Phần lõm của tia sáng hướng về vùng có chiết suất tăng (chiều của* $\overrightarrow{\text{grad}}n$ *).*

Định luật hai về khúc xạ cho phép ta khẳng định rằng tia sáng dần dần cong xuống. Thực vậy : $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 = n_3 \sin i_3 = \ldots$ từ đó $n_i \sin i_i = \text{const}$; do $n_1 > n_2 > n_3 > \ldots$, khi đó :

$$\sin i_1 < \sin i_2 < \sin i_3 < \ldots \text{ và } i_1 < i_2 < i_3 < \ldots$$

Tia sáng dần dần bị cong về phía có chiết suất tăng.

4.1.2. Sự cong của tia sáng do gradien của chiết suất

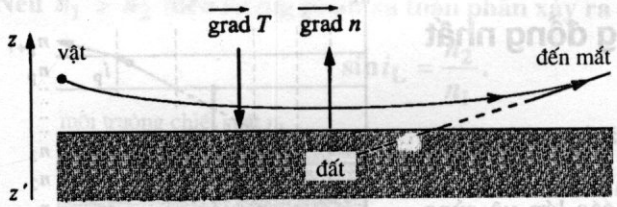
Kết quả này được khái quát hóa cho một môi trường không phân lớp khi lập luận trong mặt phẳng tới cục bộ (*h.*22).

Trong một môi trường chiết suất thay đổi tia sáng bị cong và quay phần lõm về các vùng có chiết suất tăng (chiều của vectơ $\overrightarrow{\text{grad}}n$).

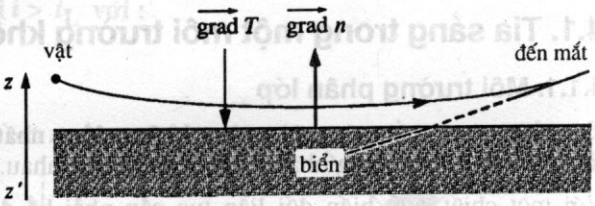
Một sự biểu lộ gây ấn tượng mạnh của hiện tượng đó là việc tạo thành các "ảo ảnh quang học".

Xét một chất khí (không khí) ở áp suất khí quyển. Ở áp suất không đổi, khi nhiệt độ tăng, khí bị "loãng ra" và các đặc trưng của môi trường tiến gần đến các đặc trưng của chân không, vậy chiết suất giảm và tiến dần đến 1. Như vậy ở áp suất không đổi nhiệt độ và chiết suất của khí biến đổi theo chiều ngược nhau : **gradien của nhiệt độ và của chiết suất là đối nhau.**

Xét các *hình* 23 và 24.



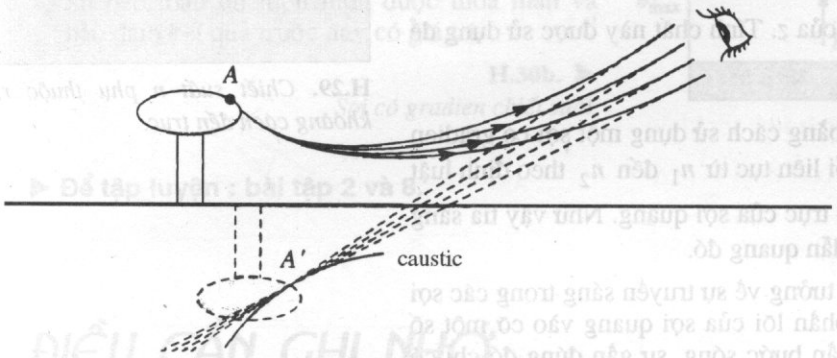
H.23. *Mùa hè mặt đất nóng hơn không khí.*



H.24. *Mùa đông không khí lạnh hơn nước biển.*

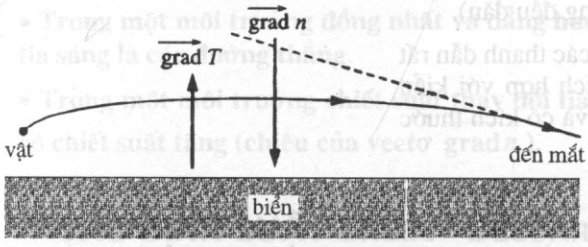
Lúc đẹp trời ta có thể thấy một tình trạng là không khí ở ngay sát mặt đất bị quá nóng. Về mặt vị trí chiết suất là một hàm tăng theo độ cao z. Các tia sáng quay phần lõm của chúng lên phía trên và một số tia đập vào mắt. "Vũng nước" mà chúng ta "nhìn thấy" ở cuối con đường rải nhựa trong

một ngày nóng nực mùa hè một cách tổng quát chỉ là "ảnh phản chiếu" của bầu trời trên con đường quá nóng. Hiện tượng tương tự cũng quan sát được ở bờ biển vào mùa đông, lúc đó nhiệt độ của nước biển cao hơn nhiệt độ của không khí. Ảnh mà quan sát viên thấy được, như biểu diễn bằng sơ đồ trên *hình* 25, thường hơi bị biến dạng và có thể là ảnh bội.

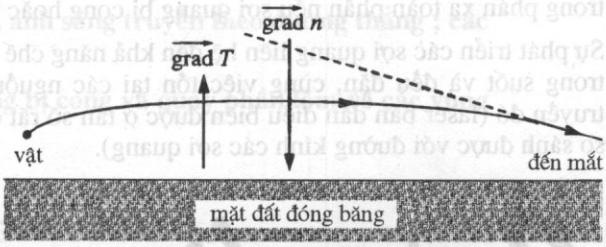


◀ **H.25.** *Hiệu ứng ảo ảnh : vạch các tia sáng. Caustic là một mặt mà các tia sáng xuất phát từ A "tựa" trên đó. Mắt người "thấy" mặt đó sáng hơn.*

Vào một ngày đẹp trời trên bờ biển có thể thấy những con tàu hay những hòn đảo ở rất xa bờ, những vật này thậm chí có thể ở khuất sau đường chân trời, tia sáng có thể đi theo đường cong theo mặt quả đất của nước biển (*h*.26). Quan sát tương tự có thể được thực hiện vào mùa đông khi mặt đất bị đóng băng (*h*.27).



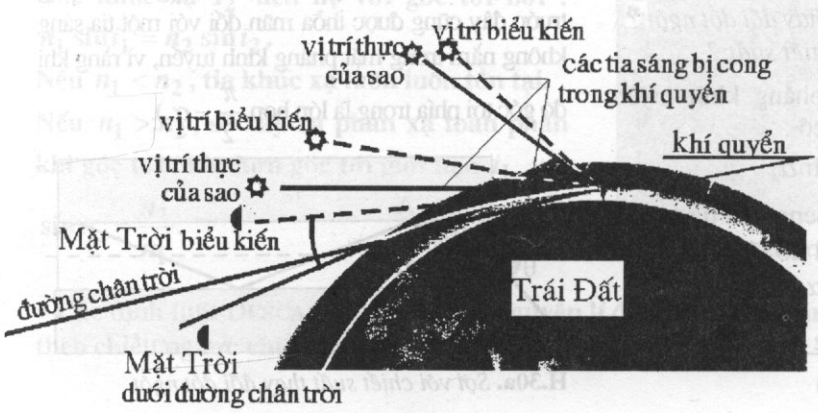
H.26. *Mùa hè không khí nóng hơn nước biển, lúc đó có thể thấy được các vật rất xa.*



H.27. *Mùa đông không khí nóng hơn mặt đất bị đóng băng.*

Chú ý rằng độ cong của các tia này rất yếu. Vậy thường phải quan sát các hiệu ứng trên ở các khoảng cách lớn và trong những điều kiện đặc biệt của gradien nhiệt độ. Ít nhất nhiệt độ không khí phải biến đổi một số độ ở khoảng một mét trên bề mặt.

Có thể sơ đồ hóa như vậy ở quy mô lớn hơn đường đi của các tia sáng (*h*.28). Mặt Trời xuất hiện ở cao hơn chân trời sau khi đã "lặn".

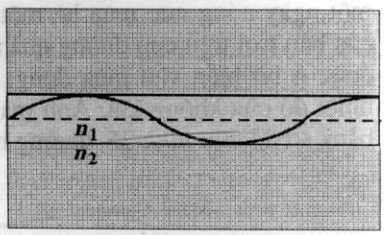


◀ **H.28.** *Sự biến đổi của nhiệt độ và mật độ trong khí quyển dẫn đến các biến đổi về chiết suất trong môi trường đó. Vậy các tia sáng sẽ bị cong. Hiện tượng này đóng góp vào việc nâng ảnh của Mặt Trời lên trên đường chân trời và làm dịch chuyển vị trí thực của các ngôi sao.*

4.2. Các sợi quang - Nguyên lí dẫn quang

Để dẫn ánh sáng theo một hướng cho trước, người ta thực hiện các sợi quang có chiết suất giảm khi ra xa trục của chúng.

Trên hình 21, chúng ta nhận thấy có phản xạ toàn phần khi góc tới tiến đến $\frac{\pi}{2}$. Tia sáng đạt giá trị cực trị của z. Tính chất này được sử dụng để "giam hãm" hay để dẫn một tia sáng.



H.29. *Chiết suất n phụ thuộc r, khoảng cách đến trục.*

Ta có thể hạn chế nhược điểm này bằng cách sử dụng một sợi có gradien chiết suất (*h*.29), trong đó n biến đổi liên tục từ n_1 đến n_2 theo định luật $n = n(r)$, r kí hiệu khoảng cách đến trục của sợi quang. Như vậy tia sáng sẽ bị cong liên tục bên trong thanh dẫn quang đó.

Ở đây quang hình học cho ta một ý tưởng về sự truyền sáng trong các sợi quang. Tuy nhiên nếu kích thước phần lõi của sợi quang vào cỡ một số micrômet, nghĩa là vào cỡ một số lần bước sóng, sự gần đúng đó chỉ có tính chất sơ đồ và một sự trình bày theo quan điểm sóng là cần thiết để nghiên cứu chính xác hơn sự truyền ánh sáng trong sợi quang.

Hơn nữa sự nghiên cứu đơn giản đó đã không kể đến các hiện tượng khác nhau gây ra các mất mát trong sợi quang (sự hấp thụ bởi môi trường, sự khuếch tán nếu môi trường có các khuyết tật về tính đồng nhất, khuyết tật trong phản xạ toàn phần nếu sợi quang bị cong hoặc không đều đặn).

Sự phát triển các sợi quang liên hệ đến khả năng chế tạo các thanh dẫn rất trong suốt và đều đặn, cùng việc tồn tại các nguồn thích hợp với kiểu truyền đó (laser bán dẫn điều biên được ở tần số rất cao và có kích thước so sánh được với đường kính các sợi quang).

Áp dụng 4

Độ mở số của một sợi quang

Người ta gọi O.N. $= 1.\sin\theta_{max}$ *là độ mở số của một sợi quang, trong đó* θ_{max} *kí hiệu góc tới cực đại của tia sáng (trong không khí) tương hợp với sự giam tia sáng trong sợi quang (h.*30a*).*

Hỏi độ mở số :

a) *của một sợi với chiết suất thay đổi đột ngột ?*

b) *của một sợi có gradien chiết suất ?*

a) Xét một tia theo mặt phẳng kinh tuyến, nghĩa là cắt trục của sợi, ta có :

$$1.\sin\theta = n_1.\sin\alpha,$$

trong đó α kí hiệu góc nghiêng của tia tới với trục của sợi ở bên trong sợi đó (*h*.30a). Sẽ có phản xạ toàn phần ở A nếu $\alpha < \alpha_L$ với :

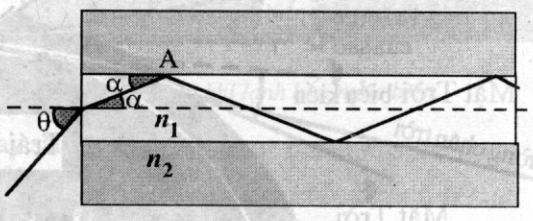
$$\cos\alpha_L = \frac{n_2}{n_1}.$$

vậy $\sin\alpha < \sqrt{1 - \frac{n_2^2}{n_1^2}}$.

Khi đó $\sin\theta < \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$,

từ đó : O.N. $= \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$.

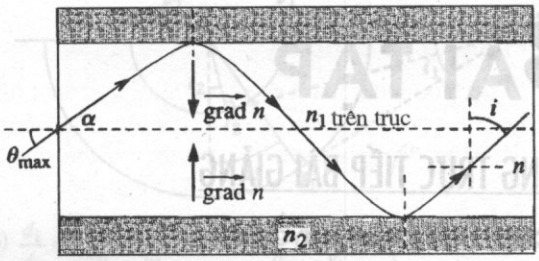
(Hơn nữa ta có thể thấy điều kiện về sự giam tia sáng trước đây cũng được thỏa mãn đối với một tia sáng không nằm trong mặt phẳng kinh tuyến, vì rằng khi đó góc tới phía trong là lớn hơn $\frac{\pi}{2} - \alpha$).



H.30a. *Sợi với chiết suất thay đổi đột ngột.*

b) Sự bảo toàn của đại lượng $n \sin i$ đối với một sợi có gradien chiết suất (*h*.30b) được thể hiện ở đây một cách liên tục và không còn gián đoạn nữa.

Sự bảo toàn đó luôn luôn được thỏa mãn và bảo đảm kết quả trước đây có giá trị.



H.30b. ▶
Sợi có gradien chiết suất.

▶ **Để tập luyện : bài tập 2 và 8.**

ĐIỀU CẦN GHI NHỚ

■ CÁC TIA SÁNG

• Sự truyền của ánh sáng dựa trên tính độc lập của các tia sáng, chúng được vẽ nên bằng cách áp dụng các định luật SNELL - DESCARTES.

• Trong một môi trường đồng nhất và đẳng hướng, ánh sáng truyền theo đường thẳng ; các tia sáng là các đường thẳng.

• Trong một môi trường chiết suất thay đổi tia sáng bị cong và quay phần lõm về các vùng có chiết suất tăng (chiều của vectơ $\overrightarrow{\text{grad}}n$).

■ CÁC ĐỊNH LUẬT SNELL - DESCARTES

• Ở mặt phân cách của hai môi trường với chiết suất khác nhau (lưỡng chất), thông thường một tia sáng làm xuất hiện một tia phản xạ và một tia truyền qua (khúc xạ), chúng nằm trong mặt phẳng tới được xác định bởi tia tới và pháp tuyến với lưỡng chất.

• Sự phản xạ

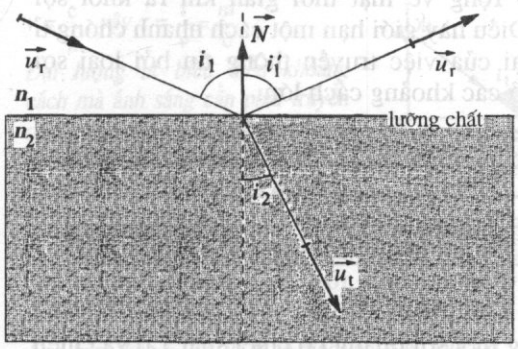
Tia phản xạ đối xứng với tia tới đối với pháp tuyến của mặt phân cách. Góc phản xạ là bằng góc tới : $i_1 = i'_1$.

• Sự khúc xạ

Góc khúc xạ i_2 liên hệ với góc tới bởi : $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$.

Nếu $n_1 < n_2$, tia khúc xạ luôn luôn tồn tại.

Nếu $n_1 > n_2$, sẽ xảy ra phản xạ toàn phần khi góc tới i lớn hơn góc tới giới hạn i_L với $\sin i_L = \dfrac{n_2}{n_1}$.



Hình vẽ được thực hiện với $n_1 < n_2$.

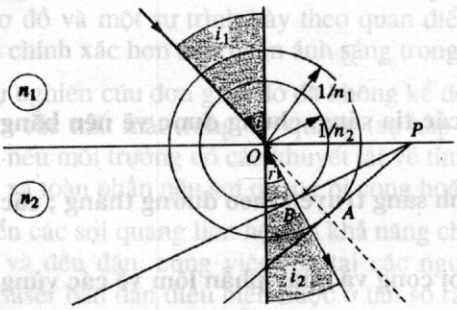
• Các định luật DESCARTES tuân theo nguyên lí đảo chiều ánh sáng : ánh sáng có thể truyền theo chiều ngược chiều truyền của nó.

BÀI TẬP

ÁP DỤNG TRỰC TIẾP BÀI GIẢNG

1 Cách dựng của HUYGENS

Có thể có một cách khác để dựng hình học tia khúc xạ bằng cách xét đến các vòng tròn bán kính $\frac{1}{n_1}$ và $\frac{1}{n_2}$, và các tiếp tuyến với các vòng tròn đó. Chứng minh cách dựng sau đây :

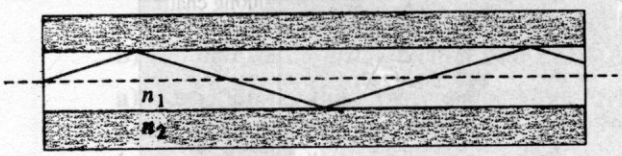


• *Lời giải*

$OA \perp PA$ và $OB \perp PB$. $OP = \dfrac{\frac{1}{n_1}}{\sin i_1} = \dfrac{\frac{1}{n_2}}{\sin i_2}$, *nghĩa là* $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$.

2 Sợi quang

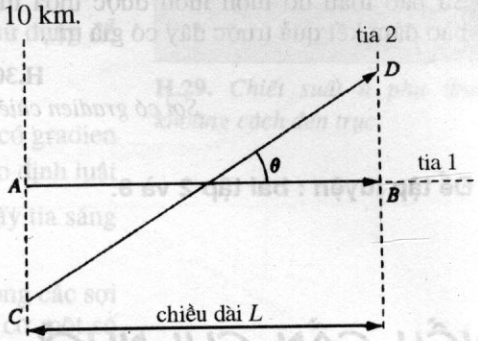
Các tia sáng có độ nghiêng khác nhau sẽ không truyền theo cùng một con đường trong sợi quang, vậy thời gian truyền của chúng thay đổi. Một xung ánh sáng có bề rộng nhỏ gửi vào trong sợi quang sẽ chịu một sự mở rộng về mặt thời gian khi ra khỏi sợi quang đó. Điều này giới hạn một cách nhanh chóng tỉ suất cực đại của việc truyền thông tin bởi loại sợi quang này ở các khoảng cách lớn.



1) Tính sự khác nhau về thời gian của hai tia sáng truyền trong một sợi quang có chiết suất 1,6 và chiều dài L, một truyền theo trục và một nghiêng một góc $\theta = 20^\circ$ so với trục đó.

2) Số các thông tin có thể truyền trong một đơn vị thời gian trong một sợi như vậy bằng bao nhiêu ?

Số liệu : Để áp dụng bằng số lấy $L = 1$ m, $L = 100$ m và $L = 10$ km.



• *Lời giải :*

1) $AB = L$, $t_1 = \dfrac{L}{v} = \dfrac{n_1 L}{c}$; $CD = \dfrac{L}{\cos\theta}$, $t_2 = \dfrac{n_1 L}{c.\cos\theta}$;

$$\Delta t = \frac{n_1 L}{c}\left(\frac{1}{\cos\theta} - 1\right).$$

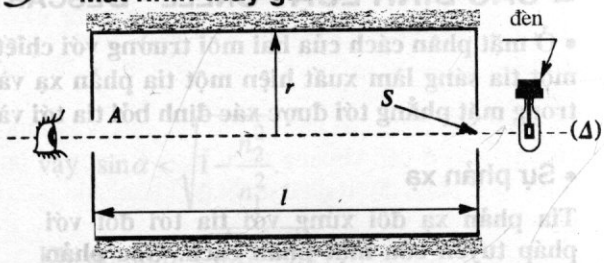
2) $n = \dfrac{1}{\Delta t}$.

A.N. : $L = 1$ m, $\Delta t = 3{,}4.10^{-10}$ *s*, $n = 3.10^9$;

$L = 100$ m, $\Delta t = 3{,}4.10^{-8}$ *s*, $n = 3.10^7$;

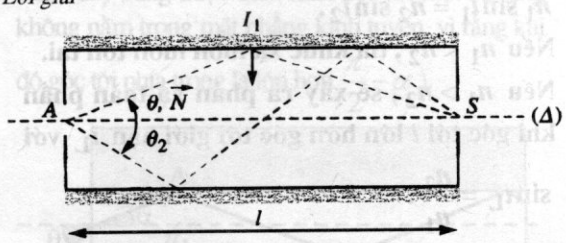
$L = 10$ *km*, $\Delta t = 3{,}4.10^{-6}$ *s*, $n = 3.10^5$;

3 Mắt nhìn thấy gì ?



Một mắt nhìn một ngọn đèn qua một hình trụ có các thành phía trong phản xạ. Các đáy của hình trụ bán kính r và dài l được khoét hai lỗ nhỏ. Mắt nhìn thấy gì ?

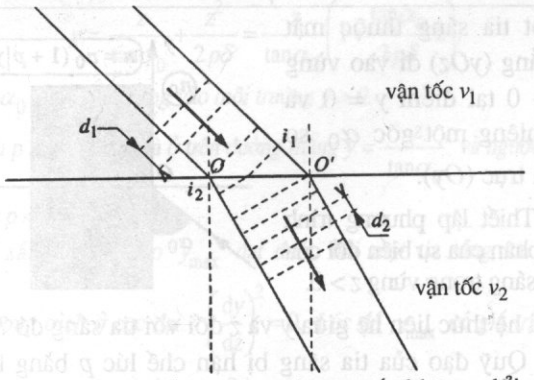
• *Lời giải*



Do đối xứng mắt thấy các vòng tròn. Các tia sáng phát ra từ S đến A sau khi phản xạ một hoặc nhiều lần trên mặt trụ là nằm trong một mặt phẳng : pháp tuyến tại I với mặt trụ cắt trục Δ = (SA) ;

mặt đó là một mặt phẳng tới. Chúng ta tính các góc θ_k khác nhau (k biểu diễn số lần phản xạ). Hình vẽ cho phép ta nhận được biểu thức đơn giản sau đây : $\text{tg}\theta_k = 2k_r / l$.

4 Diễu hành giữ nguyên hàng ngang Cách vẽ Fresnel



Một đoàn quân diễu hành với vận tốc không đổi v_1. Các hàng ngang vuông góc với hướng chuyển động và cách đều nhau. Đoàn quân tiến vào một môi trường mới ở đó họ chuyển động với vận tốc v_2.

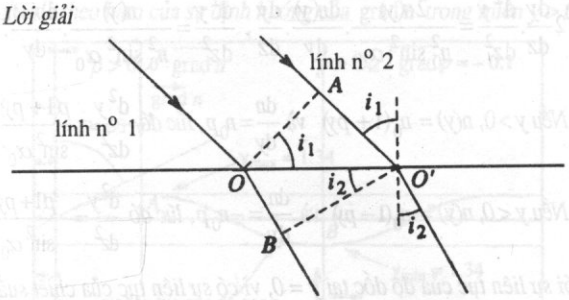
1) Hỏi họ cần phải chọn góc i_2 nào (i_1 cho trước) để các hàng trong môi trường 2 vẫn vuông góc với hướng chuyển động.

2) Kí hiệu τ khoảng thời gian cần thiết để các người lính trong một hàng cho trước đi qua điểm O và điểm O'. Đề xuất một phương pháp vẽ bằng đồ thị góc i_2, i_1 cho trước.

3) Giữa d_1 và d_2 có tồn tại hệ thức nào ?

4) Giới thiệu sự tương tự của các kết quả trên đây với sự khúc xạ.

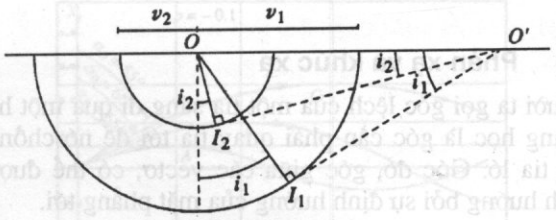
• *Lời giải*



1) *Khi người lính 1 ở O, người lính 2 sẽ ở A. Khi người lính 2 ở O' người lính 1 sẽ ở B.*

$$\tau = \frac{AO'}{v_1} = \frac{OB}{v_2} = \frac{OO'\sin i_1}{v_1} = \frac{OO'\sin i_2}{v_2}, \text{ từ đó } \frac{\sin i_1}{v_1} = \frac{\sin i_2}{v_2}.$$

2) $v_1\tau = OO'\sin i_1$ *và* $v_2\tau = OO'\sin i_2$.



3) $\frac{d_1}{d_2} = \frac{O'A}{OB} = \frac{v_1}{v_2}$, *nghĩa là* $\frac{d_1}{d_2} = \frac{v_1}{v_2}$.

4) *Trong quang học* $v = \frac{c}{n}$, *từ đó hệ thức của* 1) *được viết :*

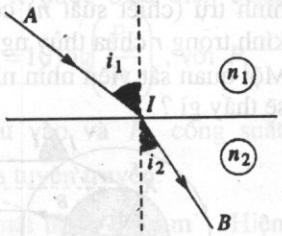
$$\frac{\sin i_1}{v_1} = \frac{n_1 \sin i_1}{c} = \frac{\sin i_2}{v_2} = \frac{n_2 \sin i_2}{c} \text{ nghĩa là } n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2.$$

Chúng ta tìm lại được các định luật DESCARTES *đối với sự khúc xạ.*

d_1 *và* d_2 *có sự tương tự quang học với các bước sóng* λ_1 *trong môi trường 1 và* λ_2 *trong môi trường 2 :* $n_1\lambda_1 = n_2\lambda_2$ *(bước sóng trong chân không).*

Chú thích : Các hàng quân có sự tương tự quang học với các mặt sóng. Ở năm thứ 2 chúng ta sẽ thấy rằng các mặt sóng đó vuông góc với các tia sáng.

5 Tia sáng vội vàng Quang lộ



1) Hỏi thời gian cần thiết để tia sáng thực hiện đường đi AIB trên hình bên ? Chứng minh rằng thời gian đó là cực tiểu khi áp dụng các định luật DESCARTES.

2) Tính chiều dài tương đương mà ánh sáng đi trong chân không trong cùng thời gian đó.

Biểu diễn chiều dài đó theo hàm của n_1, n_2, AI và IB. Chiều dài đó mang tên là quang lộ (quang trình).

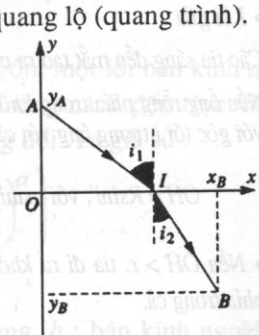
• *Lời giải*

$v = \frac{c}{n}$, *vậy* $\tau = \frac{l}{v} = \frac{nl}{c}$.

Đại lượng nl biểu diễn khoảng cách mà ánh sáng cần phải truyền qua trong chân không trong cùng thời gian. Đó là quang lộ.

Quang lộ L để đi từ A đến B qua I:

$L = n_1 AI + n_2 IB =$



$$n_1 \frac{y_A}{\cos i_1} - n_2 \frac{y_B}{\cos i_2} (y_B < 0!), \text{ với } y_A \text{tg}i_1 - y_B \text{tg}i_2 = x_B.$$

Đạo hàm theo i_1 *(A và B cố định) hai biểu thức đó :*

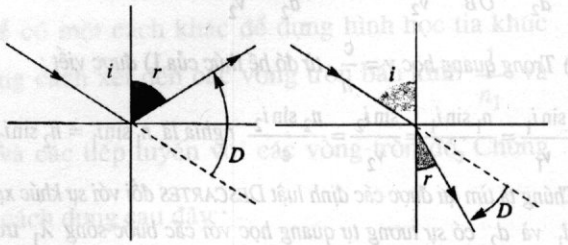
$$n_1 y_A \frac{\sin i_1}{\cos^2 i_1} - n_2 y_B \frac{\sin i_2}{\cos^2 i_2}\left(\frac{\delta i_2}{\delta i_1}\right) = 0 \text{ và } y_A \frac{1}{\cos^2 i_1} - y_B \frac{1}{\cos^2 i_2}\left(\frac{\delta i_2}{\delta i_1}\right) = 0.$$

Từ đó $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$.

6 Phản xạ và khúc xạ

Người ta gọi góc lệch của một tia sáng đi qua một hệ quang học là góc cần phải quay tia tới để nó chồng lên tia ló. Góc đó, góc giữa các vectơ, có thể được định hướng bởi sự định hướng của mặt phẳng tới.

Trường hợp phản xạ : Trường hợp khúc xạ :



Tính D theo hàm của i và r trong hai trường hợp trên đây.

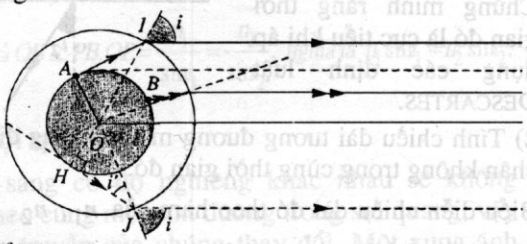
• *Lời giải*

Môđun của D bằng $\pi - 2r$ trong trường hợp phản xạ và bằng $i - r$ trong trường hợp khúc xạ.

7 Quan sát một nhiệt kế

Giả sử một nhiệt kế cấu tạo bởi một ống thủy tinh hình trụ (chiết suất n) có bán kính ngoài R và bán kính trong r chứa thủy ngân.

Một quan sát viên nhìn nhiệt kế đó. Quan sát viên đó sẽ thấy gì ?



• *Lời giải*

Các tia sáng đến mắt tạo ra một chùm hầu như song song.

Nếu ống rỗng phía trong không tồn tại, các tia sáng đi ra khỏi ống với góc tới i tương ứng với các tia trong thủy tinh mà :

$$OH = R\sin i',\ \text{với } n\sin i' = \sin i, \text{ nghĩa là } OH = \frac{R}{n}\sin i.$$

• *Nếu $OH > r$, tia đi ra không tương ứng với điểm nào của ống phía trong cả.*

• *Nếu $OH < r$, tia đi ra tương ứng với một điểm của ống phía trong (điểm A và B).*

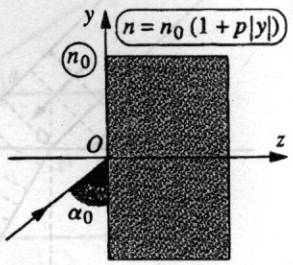
Nếu $\sin i < \dfrac{nr}{R}$, quan sát viên sẽ nhìn thấy thủy ngân.

Nếu $nr > R$, thủy ngân chiếm cả ống, nếu không nó được thấy lớn hơn trong thực tế : hiệu ứng kính lúp.

8 Sự giữ tia sáng bằng gradien chiết suất

môi trường	chiết suất
$y = 0$	$n(y) = n_0$
$y < 0$ và $y > 0$	$n(y) = n_0(1 + p\lvert y\rvert)$

Một tia sáng thuộc mặt phẳng (yOz) đi vào vùng $z > 0$ tại điểm $y = 0$ và nghiêng một góc α_0 so với trục (Oy).

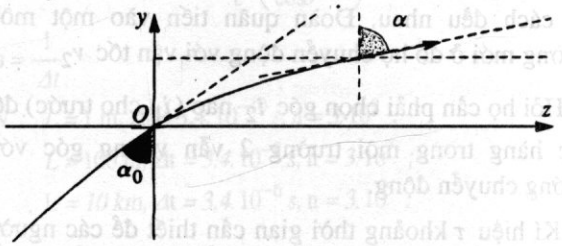


1) Thiết lập phương trình vi phân của sự biến đổi của tia sáng trong vùng $z > 0$.

Hỏi hệ thức liên hệ giữa y và z đối với tia sáng đó ?

2) Quỹ đạo của tia sáng bị hạn chế lúc p bằng bao nhiêu ? Xác định các giá trị cực trị tương ứng của y.

• *Lời giải*



1) *Môi trường được phân lớp, từ đó $n_0 \sin\alpha_0 = n(y)\sin\alpha(y)$ và $\dfrac{dy}{dz} = \dfrac{1}{\tan\alpha}$.*

Lúc đó $1 + \left(\dfrac{dy}{dz}\right)^2 = 1 + \dfrac{1}{\tan^2\alpha} = \dfrac{1}{\sin^2\alpha} = \dfrac{n^2(y)}{n_0^2 \sin^2\alpha_0}$.

Lấy đạo hàm theo z :

$$2\frac{dy}{dz}\cdot\frac{d^2y}{dz^2} = \frac{2n(y)}{n_0^2\sin^2\alpha_0}\cdot\frac{dn(y)}{dy}\cdot\frac{dy}{dz},\quad \frac{d^2y}{dz^2} = \frac{n(y)}{n_0^2\sin^2\alpha_0}\cdot\frac{dn(y)}{dy}.$$

• *Nếu $y > 0$, $n(y) = n_0(1 + py)$ và $\dfrac{dn}{dy} = n_0 p$, lúc đó $\dfrac{d^2y}{dz^2} = \dfrac{p(1+py)}{\sin^2\alpha_0}$;*

• *Nếu $y < 0$, $n(y) = n_0(1 - py)$ và $\dfrac{dn}{dy} = -n_0 p$, lúc đó $\dfrac{d^2y}{dz^2} = \dfrac{p(1+py)}{\sin^2\alpha_0}$,*

với sự liên tục của độ dốc tại $y = 0$, vì có sự liên tục của chiết suất.

2) *Trên các mô phỏng : sự cong của tia sáng phụ thuộc vào dấu của p. Phần lõm hướng về phía có chiết suất tăng. Vậy nếu $p > 0$, chiết suất sẽ tăng khi y tăng (đối với $y > 0$) ; chiều lõm là đúng.*

Đối với $y > 0$, $\dfrac{d^2y}{dz^2} = +\dfrac{p^2}{\sin^2\alpha_0}\left(\dfrac{1}{p} + y\right) = \dfrac{1}{\delta^2}\left(\dfrac{1}{p} + y\right)$ có nghiệm:

$y = -\frac{1}{p} + Ae^{\frac{z}{\delta}} + Be^{\frac{z}{\delta}}$, *với* $y(z=0) = 0$ *và* $\left.\frac{dy}{dz}\right|_{z=0} = \frac{1}{\tan\alpha_0}$,

nghĩa là : $y = \frac{1}{p}\left(-1 + \text{ch}\frac{y}{\delta}\right) + \frac{\delta}{\tan\alpha_0}\,sh\frac{z}{\delta}$.

Khai triển có giới hạn của y(z) lân cận z = 0 :

$$y = \frac{z}{\tan\alpha_0} + \frac{z^2}{2p\delta} = \frac{z}{\tan\alpha_0}\left(1 + \frac{\tan\alpha_0}{2p\delta}z\right).$$

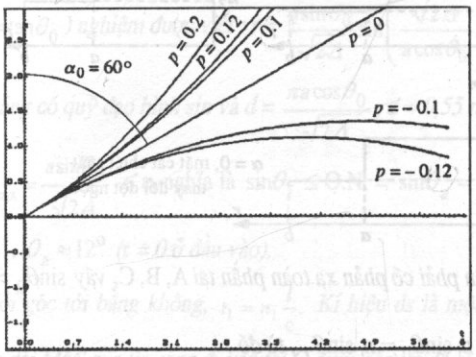
$\tan\alpha_0 > 0$, *vì tia sáng vào môi trường* $y > 0$.

Nếu $p > 0$, *tia sáng là ở trên đường thẳng* $y = \frac{z}{\tan\alpha_0}$ *và ngược lại nếu* $p < 0$.

Để xác định độ cao y_{max} *đạt được bởi một tia sáng, ta viết phương trình ở cực đại :* $\left(\frac{dy}{dz}\right)^2 = 0$. *Lúc đó* y_{max} *có giá trị mà* $n(y_{max}) = n_0 \sin\alpha_0$ $(y_{max} > 0)$.

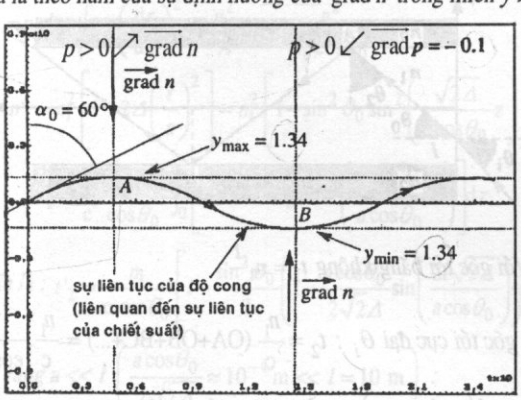
Điều đó chúng ta sẽ xác minh trên các mô phỏng dưới đây.

Chú ý : Để hệ thức cuối cùng nghiệm đúng, cần phải có : $1 + py < 1$, *vậy* $p < 0$ *đối với* $y > 0$.



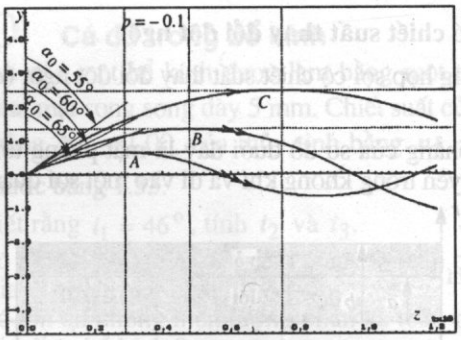
Sự biến đổi các quỹ đạo theo hàm của các giá trị của p.

Ta chú ý đến độ cong của các tia sáng theo hàm của dấu của p, nghĩa là theo hàm của sự định hướng của $\overrightarrow{\text{grad}}\,n$ *trong miền* $y > 0$.



Ở A : 1 - 0,1 $y_{max} = \sin 60^o$. *Ở B :* 1 + 0,1 $y_{min} = \sin 60^o$.

Sự biến đổi của các quỹ đạo theo hàm của α_0 *với* $p = -0{,}1$.



Sự biến đổi của các quỹ đạo theo hàm của α_0 với $p = -0{,}1$.

	α_0	y_{max}	z_{max}
A	65^o	0,66	2,91
B	60^o	1,34	4,79
C	55^o	2,47	7,43

VẬN DỤNG VỐN KIẾN THỨC

9 Sợi quang

1) Sự suy giảm trong sợi quang

Sự mất mát do truyền qua X được biểu diễn bằng dB.km^{-1}. Người ta gọi $X_{dB} = 10\log\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$, với P_1 công suất quang học ở đầu vào và P_2 công suất quang học ở một kilômet của tuyến truyền.

Khoảng năm 1970, sự mất mát là 10 dB.km^{-1}. Hiện nay một độ giảm cỡ 0,005 dB.km^{-1} là thông dụng. Trong cả hai trường hợp các mất mát ở một kilômet được biểu diễn theo %.

2) Mặt cắt của chiết suất

Thông thường một sợi quang gồm một lõi bán kính a có chiết suất thay đổi theo khoảng cách đến trục và một lớp vỏ chiết suất n_2 không đổi. Ta giả sử :

- với $r < a$, $n^2(r) = n_1^2\left(1 - 2\Delta\left(\frac{r}{a}\right)^\alpha\right)$,
- với $a < r < b$, $n^2(r) = n_2^2$.

với $n_2 < n_1$, α : hằng số dương, b : bán kính ngoài của lớp vỏ và $\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2}$,

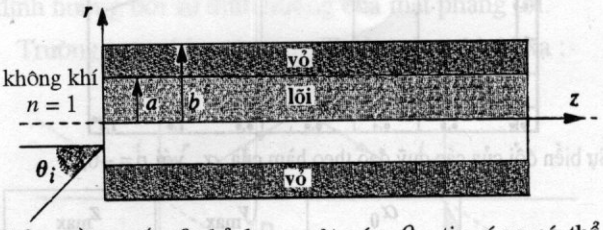
Trong thực tế, n_1 và n_2 có các giá trị rất gần nhau và Δ rất nhỏ, thông thường $\Delta \approx 10^{-2}$.

Biểu diễn $n = f(r)$ với $\alpha = 1$, $\alpha = 2$ và α lớn vô cùng.

3) Sợi có chiết suất thay đổi đột ngột

Xét trường hợp sợi có chiết suất thay đổi đột ngột (α lớn vô cùng).

a) Mặt phẳng của sơ đồ dưới đây là mặt phẳng tới của tia *SI* truyền trong không khí và đi vào một sợi quang :



Chỉ ra rằng nếu θ nhỏ hơn một góc θ_i, tia sáng có thể được dẫn hướng ở trong lõi. Gọi độ mở bằng số *O.N.* là lượng $\sin\theta_a$. Biểu diễn *ON* theo hàm của n_1 và Δ.

Các số liệu : $\Delta = 10^{-2}$ và $n_1 = 1{,}5$.

b) Một xung sáng lúc $t = 0$ đến điểm O ($r = 0$) dưới dạng một chùm nón hội tụ với nửa góc đỉnh θ_i ($\theta_i < \theta_a$).

Với một sợi dài l, tính độ mở rộng thời gian Δt của xung đó ở đầu ra của sợi.

Biểu diễn Δt theo hàm l, n_1, c và θ_i.

Các số liệu : $l = 10$ m, $\theta_i = 8^\circ$ và $n_1 = 1{,}5$.

4) Sợi với gradien chiết suất

Đặc biệt để khắc phục sự mở rộng thời gian của các xung người ta đã chế tạo các sợi với gradien chiết suất (n thay đổi theo r). Thực tế lõi của sợi gồm một số lớp (khoảng năm chục) có chiết suất giảm dần. Với $r = 0$, $n = n_1$.

Xét một tia sáng truyền vào sợi tại O và truyền trong một mặt phẳng trục và ở trong lõi.

a) Chứng tỏ rằng $\left(\frac{dr}{dz}\right)^2 = \left(\frac{n}{A}\right)^2 - 1$, trong đó A là một hằng số được biểu diễn theo hàm của n_1 và $\theta_0 = \text{Arc sin}\left(\frac{1}{n_1}\sin\theta_i\right)$.

Từ nay ta xét sợi với $n(r)$ có dạng được biểu thị trên đây với $\alpha = 2$.

Các số liệu : $\alpha = 25$ µm, $n_1 = 1{,}5$ và $\Delta = 10^{-2}$.

b) Tích phân phương trình vi phân trước đây và cho phương trình quỹ đạo của một tia theo hàm của a, Δ, θ. Bản chất của quỹ đạo đó ?

Chứng tỏ rằng tia sáng cắt trục Oz tại các điểm cách đều nhau một khoảng d và biểu diễn nó theo hàm của a, Δ và θ_0.

Các số liệu : $\theta_i = 8^\circ$.

c) Trong các điều kiện trước đây, hỏi điều kiện của θ_i để tia sáng truyền trong lõi của sợi ? Cho độ mở số O.N. theo hàm của Δ và n_1. Tính O.N. Hỏi giá trị θ_i mà O.N. không phải vượt qua ? Xác minh rằng điều kiện đó được thực hiện trong áp dụng bằng số của câu hỏi **b)**.

d) Lại xét xung ánh sáng định nghĩa ở câu hỏi **3) b)** (với $\sin\theta_i <$ O.N.). Hãy tính độ mở rộng $\Delta t'$ của xung đó ở đầu ra của một sợi có gradien chiết suất dài l.

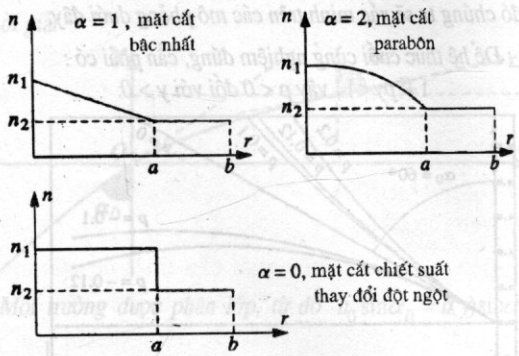
Cho θ_i đủ nhỏ và a << 1 để có thể thực hiện mọi tính gần đúng có ích khi tính toán, biểu diễn $\Delta t'$ theo hàm của n_1, l, c và θ_0.

Các số liệu : $\theta_i = 8^\circ$ và $l = 10$ m.

• *Lời giải*

1) $X = 10\,dB.\,km^{-1}$, $\frac{P_2}{P_1} = 10\%$; $X = 0{,}005\,dB.\,km^{-1}$, $\frac{P_2}{P_1} = 99{,}9\%$.

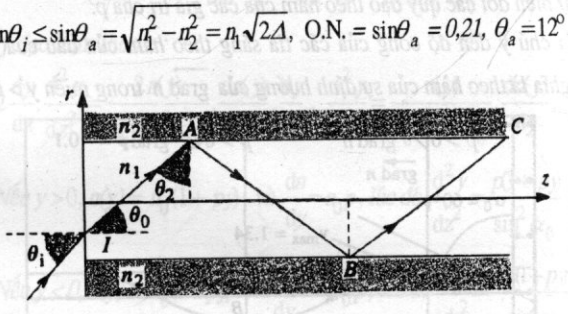
2)



3) a) *Cần phải có phản xạ toàn phần tại* A, B, C, *vậy* $\sin\theta_2 > \frac{n_2}{n_1}$.

$\sin\theta_i = n_1\sin\theta_0 = n_1\sin\theta_2$, *từ đó :*

$\sin\theta_i \le \sin\theta_a = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = n_1\sqrt{2\Delta}$, O.N. $= \sin\theta_a = 0{,}21$, $\theta_a = 12^\circ$.



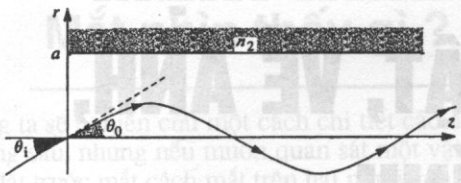
b) *Với góc tới bằng không* $t_1 = n_1\frac{l}{c}$.

Với góc tới cực đại θ_i : $t_2 = \frac{n_1}{c}(OA+OB+BC+...) = \frac{n_1}{c}\cdot\frac{1}{\cos\theta_0}$.

$$\Delta t = \frac{n_1 l}{c}\left(\frac{1}{\cos\theta_0} - 1\right) = \frac{n_1 l}{c}\left(\frac{1}{1-\left(\frac{\sin\theta_i}{n_1}\right)^2} - 1\right) = 2{,}17.10^{-10}\ s.$$

4) a) $\sin\theta_i = n_1 \sin\theta_0$ *ở O. Định luật* DESCARTES :

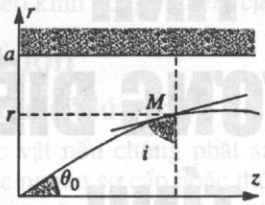
$$n(r)\sin i = \text{cte} = n_1 \cos\theta_0 .$$



Và ở M, $\left(\frac{dr}{dz}\right)^2 = \frac{1}{\tan^2 i} = \frac{1}{\sin^2 i} - 1$

và $\left(\frac{dr}{dz}\right)^2 = \left(\frac{n}{A}\right)^2 - 1$,

với $A = n_1 \cos\theta_0$.



b) *Lấy* $n^2 = n_1^2\left(1 - 2\Delta\left(\frac{r}{a}\right)^2\right)$, *và đạo hàm hệ thức nhận được trước đây :* $\frac{d^2 r}{dz^2} = -\frac{2\Delta}{a^2 \cos^2\theta_0 r}$.

Kể đến các điều kiện áp đặt ở đầu vào (tại z = 0, r = 0, $\frac{dr}{dz} = \tan\theta_0$ *) nghiệm được viết :* $r = \frac{a\sin\theta_0}{\sqrt{2\Delta}} \sin\left(\frac{\sqrt{2\Delta}}{a\cos\theta_0} z\right)$.

Tia sáng có quỹ đạo hình sin và $d = \frac{\pi a \cos\theta_0}{\sqrt{2\Delta}}$, $d = 0{,}55$ *mm.*

c) $r_{max} = \frac{a\sin\theta_o}{\sqrt{2\Delta}} \leq a$, nghĩa là $\sin\theta_i \leq$ O.N. $= \sin\theta_a = n_1\sqrt{2\Delta}$ $= 0{,}21$, $\theta_a \approx 12^o$ (r = 0 *ở đầu vào).*

d) *Với góc tới bằng không,* $t_1 = n_1 \frac{l}{c}$. *Kí hiệu ds là một phần tử chiều dài MM' của tia sáng đi vào tại O dưới góc tới* θ_i :

$$t'_2 = \int_{b,k} \frac{n(r)}{c} ds = \frac{1}{c}\int_{b,k} n(r) ds.$$

$$n\,ds = n\,dz\sqrt{1 + \left(\frac{dr}{dz}\right)^2} = \frac{n^2}{A} dz = \frac{n^2}{n_1 \cos\theta_0} dz,$$

với $n^2 = n_1^2\left[1 - 2\Delta\left(\frac{r}{a}\right)^2\right] = n_1^2\left[1 - \sin^2\theta_0 \sin^2\left(\frac{\sqrt{2\Delta}}{a\cos\theta_0} z\right)\right]$.

$$t'_2 = \frac{n_1}{c\,\cos\theta_0}\int_0^l \left[1 - \sin^2\theta_0 \sin^2\left(\frac{\sqrt{2\Delta}}{a\cos\theta_0} z\right)\right] dz,$$

nghĩa là : $t'_2 = \frac{n_1}{c\,\cos\theta_0}\left[l - \frac{\sin^2\theta_0}{2}\left(l - \frac{a\cos\theta_0}{2\sqrt{2\Delta}} \sin\left(\frac{2l\sqrt{2\Delta}}{a\cos\theta_0}\right)\right)\right]$.

Biết rằng $a << l$ $\left(\frac{a\cos\theta_0}{2\sqrt{2\Delta}} \approx 10^{-4}\,\text{m} << l = 10\,\text{m}\right)$:

$$\Delta t' = t'_2 - t_1 = \frac{n_1 l}{c}\left(\frac{1}{2\cos\theta_0} + \frac{\cos\theta_0}{2} - 1\right) = 4{,}67.10^{-13}\,\text{s}.$$

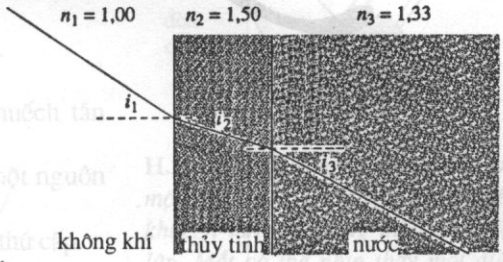
10 Cá đỏ trong bể kính

Thành của một bể kính được làm bằng một tấm thủy tinh hai mặt song song dày 5 mm. Chiết suất của không khí bằng $n_1 = 1{,}00$, của thủy tinh bằng $n_2 = 1{,}5$ và của nước bằng 1,33.

1) Biết rằng $i_1 = 46^o$, tính i_2 và i_3.

2) Có tồn tại không hiện tượng phản xạ toàn phần với các tia đi vào trong bể kính ?

3) Có tồn tại không hiện tượng phản xạ toàn phần với các tia đi ra bể kính ?



• *Lời giải*

1) Áp dụng các định luật DESCARTES

Ở mặt phân cách không khí - thủy tinh ta có : $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$.

Ở mặt phân cách thủy tinh - nước ta có : $n_2 \sin(i_2) = n_3 \sin(i_3)$ *(rõ ràng góc tới là bằng* i_2*, tấm thủy tinh có các mặt song song).*

Chúng ta lại tìm thấy lượng bất biến "nsin(i)" của các môi trường phân lớp.

Áp dụng bằng số : ($i_1 = 46^o$).

$\sin(i_2) = 0{,}48$, *nghĩa là* $i_2 = 29^o$ *và* $\sin(i_3) = 0{,}54$ *nghĩa là* $i_3 = 33^o$.

2) Dù i_1 *bằng bao nhiêu các góc* i_2 *và* i_3 *đều tồn tại. Ta nghiên cứu các giá trị giới hạn của chúng (khi* $i_1 = 90^o$ *) :*

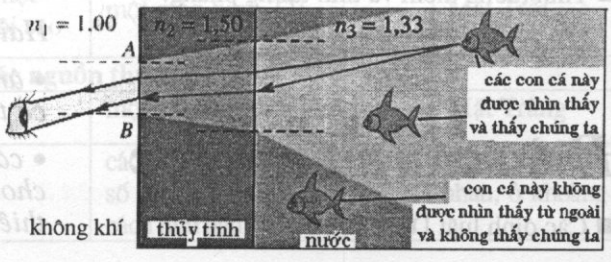
$\sin(i_{2\,gh}) = \frac{1{,}00}{1{,}50} = 0{,}67$, *nghĩa là* $i_{2\,gh} = 42^o$;

$\sin(i_{3\,gh}) = \frac{1{,}00}{1{,}33} = 0{,}75$, *nghĩa là* $i_{3\,gh} = 49^o$.

3) Theo nguyên lí đảo chiều ánh sáng, các tia sáng mà $i_3 > i_{3\,gh}$ *không đi ra khỏi bể kính.*

Kết luận :

Nếu chỉ có một lỗ AB trên thành để quan sát bên trong bể kính, lúc đó sẽ không thể quan sát được một con cá ở trong một số vùng nào đó của bể kính! Nếu con cá ở trong các vùng đó, nó cũng không thể thấy được chúng ta ! (nguyên lí đảo chiều ánh sáng), vì rằng để thấy được chúng ta con cá cần phải ở trong vùng tương ứng với các tia sáng mà chúng ta "phát" ra..



3 CÁC KHÁI NIỆM VỀ VẬT, VỀ ẢNH, VỀ TÍNH TƯƠNG ĐIỂM VÀ TÍNH TƯƠNG PHẲNG

Mở đầu

Mắt chỉ nhạy cảm ở đường truyền của các tia sáng khi chúng đập vào mắt. Xét các tia sáng đến (hoặc hình như đến) từ một điểm ; nếu điểm đó ở trước mắt và cách mắt tối thiểu 25 cm, mắt sẽ thấy điểm đó sáng.

Ta có thể chờ đợi gì ở một thiết bị quang học ?

Việc quan sát hai ngôi sao cạnh nhau là khó khăn đối với mắt thường : một kính viễn vọng cho phép tăng khoảng cách góc của việc quan sát. Việc nghiên cứu một cơ cấu đồng hồ là khó ở mắt thường; một kính lúp lại cho phép tăng khoảng cách góc của việc quan sát cơ cấu đó. Vậy vai trò của các thiết bị đó là tạo ra một ảnh, cho phép tăng khoảng cách góc của việc quan sát một vật mà vật đó hoặc ở vô cùng hoặc ở khoảng cách hữu hạn.

Ảnh đó cần phải ở vị trí đúng đắn so với mắt.

Hai thiết bị trên sẽ có chất lượng tốt nếu :

- *ảnh của một điểm là một điểm : thiết bị được gọi là có tính tương điểm ;*
- *các điểm nằm trong một mặt phẳng trước thiết bị cho các ảnh rõ trong một mặt phẳng phía trước : thiết bị được gọi là có tính tương phẳng.*

MỤC TIÊU

- Các khái niệm về vật thật và ảo, về ảnh thật và ảo.
- Vật có kích thước và ảnh có kích thước.
- Tính tương điểm và tính tương phẳng.

ĐIỀU CẦN BIẾT TRƯỚC

- Các định luật DESCARTES.

Các khái niệm về vật và ảnh rất quan trọng. Chúng ta sẽ xem xét các vật và các ảnh khi chúng có thể là vật hay ảnh điểm hoặc có kích thước, ở các khoảng cách xác định hoặc ở vô cùng.

1 Mắt nhìn thấy gì ?

Chúng ta sẽ nghiên cứu một cách chi tiết các đặc trưng của mắt trong một chương sau, nhưng nếu muốn quan sát một vật ta phải biết vật ở đâu : vật phải đặt trước mắt cách mắt trên hai mươi xăngtimet đối với một mắt bình thường (hoặc một mắt được đeo kính đúng) : *điểm cực cận* CC.

1.1. Phân loại các nguồn

1.1.1. Nguồn sơ cấp và nguồn thứ cấp

Mắt chỉ có thể nhìn thấy các vật nếu chúng phát sáng hoặc khuếch tán ánh sáng : các nguồn đó là các nguồn sơ cấp hoặc thứ cấp.

Một ngọn nến (h.1) là thấy được vì nó phát ra ánh sáng : đó là một nguồn sơ cấp.

Một tờ giấy chỉ thấy được khi nó được chiếu sáng, đó là một nguồn thứ cấp.

nguồn sơ cấp	nguồn thứ cấp
vật sơ cấp là một vật tự nó phát ra ánh sáng, không cần được chiếu sáng, ví dụ một bóng đèn	vật thứ cấp là một vật tự nó không phát ra ánh sáng, nó phải được chiếu sáng để mắt có thể nhìn thấy nó, cần phải có ánh sáng "bên ngoài" khi nhìn một tấm ảnh hay một phim dương bản

H.4.

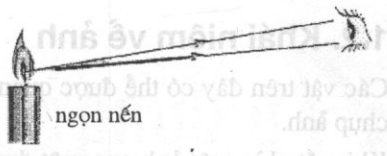
■ **Tờ giấy được chiếu bởi một nguồn sáng "cổ điển" (*h.2*)**

Một tờ giấy chỉ được thấy khi nó được chiếu sáng (ví dụ nó nhận được ánh sáng ban ngày). Mỗi một hạt của tờ giấy phát lại một cách không kết hợp ánh sáng theo mọi hướng. Mắt sẽ nhận được một số trong các tia đó và có thể thấy được hạt tương ứng, vậy sẽ thấy được tờ giấy.

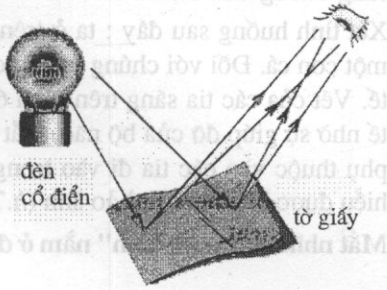
■ **Tờ giấy được chiếu sáng bởi một nguồn "laser" (*h.3*)**

Giả sử một tờ giấy được chiếu sáng bởi một chùm laser (không nhất thiết phải song song). Mỗi một hạt của tờ giấy phát lại ánh sáng theo mọi hướng. Trong trường hợp của laser, các tia sáng này là kết hợp. Tờ giấy được nhìn thấy, nhưng có một quang cảnh phụ thuộc vị trí của mắt, do các hiện tượng giao thoa.

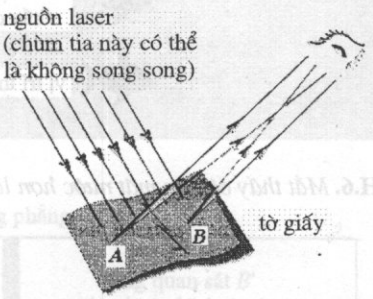
1.1.2. Vật điểm hay vật có kích thước



H.1. *Ngọn nến là một nguồn sơ cấp.*



H.2. *Tờ giấy được chiếu sáng bởi một ngọn đèn "cổ điển" : mỗi điểm khuếch tán ánh sáng một cách độc lập. Mắt có thể nhìn thấy mọi điểm được chiếu sáng.*



H.3. *Tờ giấy được chiếu sáng bởi một nguồn laser. Các điểm khác nhau không khuếch tán ánh sáng một cách độc lập : các điểm A và B khuếch tán một ánh sáng kết hợp : có hiện tượng giao thoa của các bức xạ phát ra từ các điểm A và B ; quang cảnh của tờ giấy phụ thuộc vị trí của mắt.*

bản chất của vật	vật điểm ở khoảng cách hữu hạn	vật điểm ở vô cùng	vật có kích thước ở khoảng cách hữu hạn	vật có kích thước ở vô cùng
các ví dụ	**các nguồn sơ cấp**			
	một điểm ảnh trên màn TV ; với một sự gần đúng thô thiển, lửa của một ngọn nến...	một ngôi sao	một màn hình TV	Mặt Trời
	các nguồn thứ cấp			
	một điểm trên tờ giấy		một cái cây, một tấm ảnh...	Mặt Trăng
chú ý			các "vật" có kích thước này có thể coi là gồm vô số các "vật" điểm (độc lập với nhau, ở khoảng cách hữu hạn hoặc ở vô cùng)	

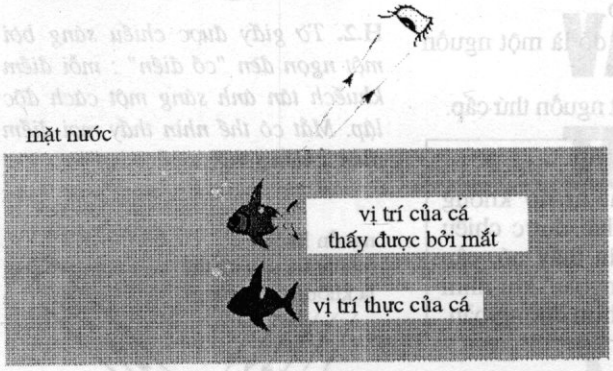
1.2. Khái niệm về ảnh

Các vật trên đây có thể được quan sát qua các dụng cụ quang học hay cả chụp ảnh.

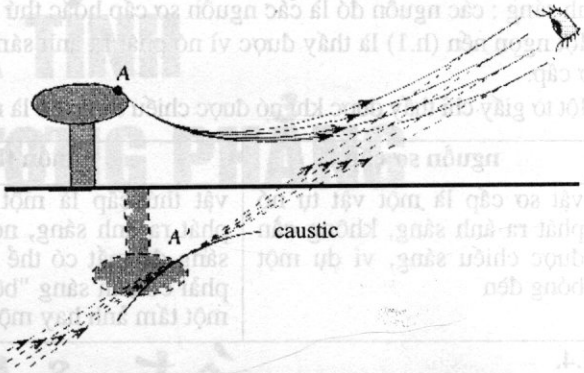
Khi mắt nhìn một ảnh qua một dụng cụ quang học, mắt nhận được các tia sáng dường như đến từ ảnh đó.

Xét tình huống sau đây : ta ở trên bờ một bể nước mà ở đáy bể ví dụ có một con cá. Đối với chúng ta con cá dường như gần hơn so với trong thực tế. Vết của các tia sáng trên hình 6 chỉ cho ta thấy mắt nhìn thấy gì. Thực tế nhờ sự giúp đỡ của bộ não, mắt chỉ định vị được một vật hoặc một ảnh phụ thuộc vào các tia đi vào trong mắt. Nguyên lí này rất quan trọng để hiểu được khái niệm về ảo ảnh (*h.*7).

Mắt nhìn thấy một "ảnh" nằm ở điểm giao nhau của các tia đập vào mắt.



H.6. *Mắt thấy cá gần mặt nước hơn là trong thực tế.*

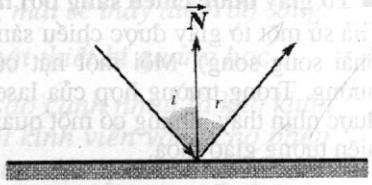


H.7. *Hiện tượng ảo ảnh. Mắt chỉ nhạy với hướng của các tia sáng đập vào mắt ; vậy mắt "thấy" vật gì đó ở A', điểm mà các tia sáng dường như đến từ đó.*

2 Các khái niệm về vật và ảnh đối với một gương phẳng

Ta dùng một gương phẳng để xác định rõ khái niệm quan trọng về vật và ảnh đối với một hệ quang học.

Một gương phẳng là một mặt phẳng phản xạ. Một tia sáng đập vào mặt phẳng đó sẽ bị phản xạ và tuân theo các định luật DESCARTES đã được nghiên cứu trong chương trước (*h.*8).



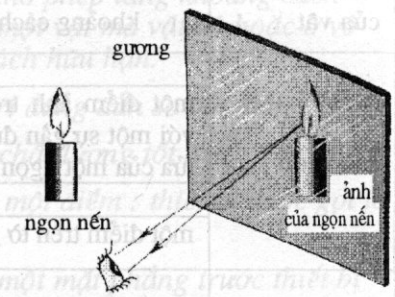
H.8. *Định luật DESCARTES. Hình phẳng : i = r.*

2.1. Vật điểm thật và ảnh điểm ảo ở khoảng cách hữu hạn

Khi ta quan sát một ngọn nến do phản xạ trong một gương, ta có thể thấy **vật** (ngọn nến) và **ảnh** của nó (ngọn nến thấy "trong" hay là "qua" gương) (*h.*9 và 10).

■ **Vật *B***

Với sự gần đúng bậc nhất ngọn nến là một nguồn điểm : ta nói rằng nó là một **vật điểm *B* ở khoảng cách hữu hạn.**



H.9. *Mắt thấy ngọn nến do phản xạ "trong" gương.*

Chú ý :

- *Các tia sáng phát ra từ ngọn nến đập lên gương : ta gọi đó là vật thật đối với gương.*
- *Mắt đặt một cách thích hợp sẽ thấy trực tiếp ngọn nến : gương không ngăn cản sự quan sát đó ; đó là lí lẽ thứ hai để gọi vật đó là thật đối với gương.*

Với gương phẳng, B là một vật điểm thật ở khoảng cách hữu hạn.

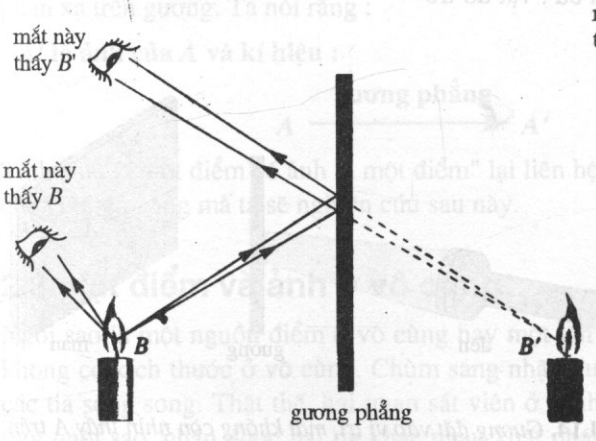
■ **Ảnh *B'***

Các tia sáng xuất phát từ ngọn nến phản xạ trên mặt gương và dường như đến từ điểm *B'*. Ta nói rằng ảnh của ngọn nến qua gương là **ảnh điểm *B'* ở khoảng cách hữu hạn.**

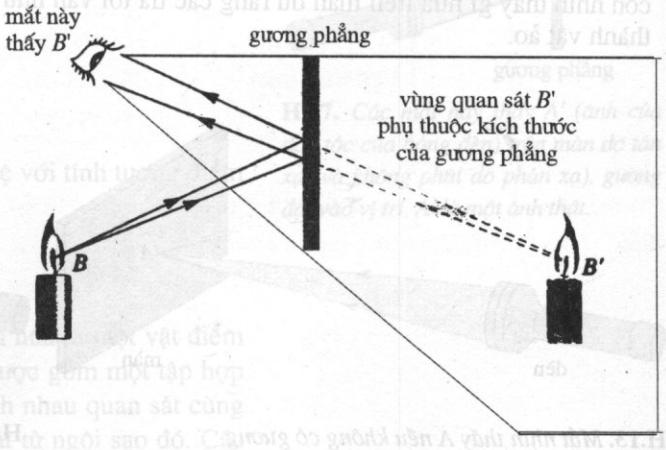
Chú ý :

- *Mắt chỉ có thể thấy B' nếu nó nhận được các tia phản xạ : quan sát viên dường như là nhìn "qua gương". Từ hình 11, ta thấy rằng vùng để nhìn thấy B' phụ thuộc vị trí của mắt.*
- *Các tia sáng xuất phát từ ngọn nến và "đi ra" khỏi gương dường như đến từ B'. Ta gọi ảnh đó là ảo đối với gương.*
- *Mắt không thể quan sát trực tiếp ảnh B' này trên một màn, vì các tia sáng dường như đến từ B' (các tia này không đi đến B') : điều này là một chứng cứ thứ hai để khẳng định ảnh này là ảo đối với gương.*

Với gương phẳng, *B'* là một ảnh ảo ở khoảng cách hữu hạn.



H.10. *Mắt đặt thích hợp có thể thấy B và B'.*



H.11. *Mắt cần phải đặt thích hợp để thấy B'.*

Chú ý rằng mọi tia sáng xuất phát từ *B* và "bị chắn" bởi gương dường như đến từ *B'* sau khi phản xạ trên gương.

***B'* là ảnh của *B* và người ta kí hiệu :**

$$B \xrightarrow{\text{gương phẳng}} B'$$

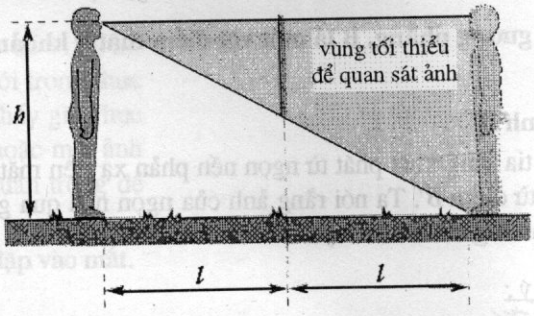
Tính chất : "một điểm có ảnh là một điểm" liên quan đến tính tương điểm mà ta sẽ nghiên cứu sau này.

Áp dụng

Một người có chiều cao h muốn thấy cả người mình do phản xạ qua một gương phẳng.

Hỏi người đó phải đặt gương phẳng ở đâu và chiều cao tối thiểu của gương ?

Khi gương ở khoảng cách l, ảnh ở khoảng cách $2l$. Trường quan sát phải là trường được chỉ trên hình 12. Chiều cao tối thiểu của gương là $\frac{h}{2}$, và gương ở cách mặt đất $\frac{h}{2}$.

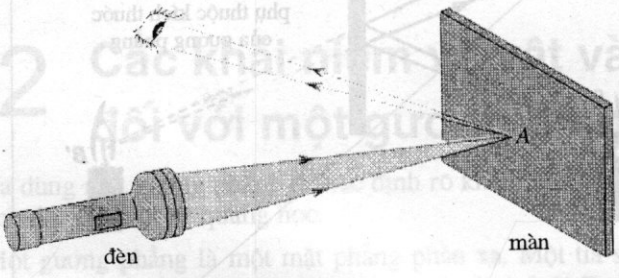


H.12.

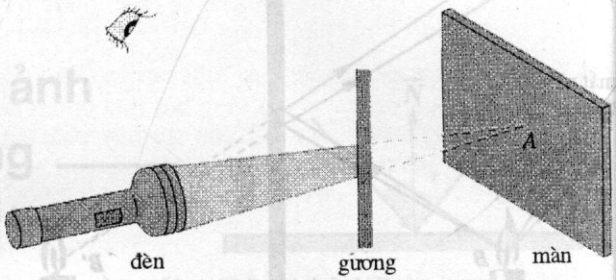
2.2. Vật điểm ảo và ảnh điểm thật ở khoảng cách hữu hạn

Giả sử một chùm sáng hội tụ phát ra từ một đèn pin (*h*.13). Các tia sáng phát ra từ đèn đó, được giả sử là lí tưởng, hướng đến điểm *A*. Ta chứng tỏ sự tồn tại của điểm đó nhờ một màn đặt tại *A*. Do thấy được điểm đó, ta nói rằng đó là một vật thật (thứ cấp). Ở đây ta chú ý đến sự khác nhau với trường hợp trước đây, khi đó màn là vô ích.

Ta đặt một tấm gương trên đường đi của các tia sáng (*h*.14). Ta không còn nhìn thấy gì nữa trên màn dù rằng các tia tới vẫn như cũ : vật đó trở thành vật ảo.



H.13. *Mắt nhìn thấy A nếu không có gương.*



H.14. *Gương đặt vào vị trí, mắt không còn nhìn thấy A trên màn nữa. A là ảnh ảo đối với gương.*

■ **Vật A**

Vậy *A* là một vật điểm **ở khoảng cách hữu hạn.**

Chú ý :

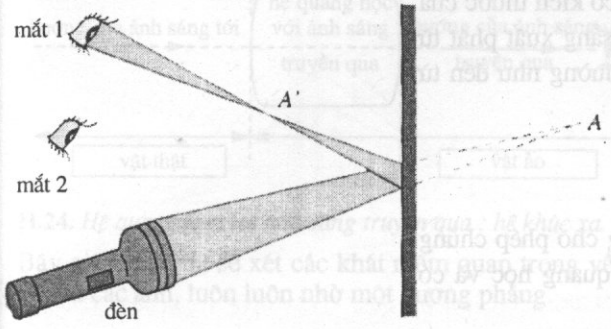
• ***Các tia đến gương*** *không xuất phát từ A* **mà hướng đến điểm A** *: ta gọi vật đó là ảo đối với gương.*

• *Khi có gương mắt không thể chứng tỏ sự tồn tại trực tiếp của A trên màn nữa : gương đó ngăn cản sự quan sát A. Đó là lí lẽ thứ hai để cho vật là ảo đối với gương.*

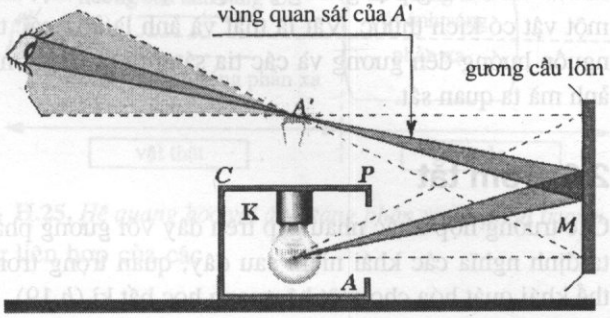
Với gương phẳng, vật *A* là một vật điểm ảo ở khoảng cách hữu hạn.

■ **Ảnh A' (*h.*15)**

Tất cả các tia sáng phản xạ trên mặt gương hướng về một điểm A'. Ta nói rằng ảnh A' của A qua gương là một **ảnh điểm ở khoảng cách hữu hạn.** Có thể chứng tỏ trực tiếp sự tồn tại ảnh đó trên một màn : ***A'* là ảnh thật.**



H.15. *Mắt 1, đặt đúng trong chùm phản xạ, thấy A' (ảnh của dây tóc bóng đèn) ; mắt 2 đặt không đúng không thể thấy A'.*



H.16. *Bóng điện A sáng, được nhìn thấy ở A' nhờ gương cầu lõm.*

Chú ý :

• *Các tia sáng "đi ra" từ gương hướng về A' : ta gọi ảnh đó là thật đối với gương.*

• *Mắt có thể nhìn trực tiếp ảnh đó trên một màn (h.17) : các tia sáng hướng về A'. Đó là lí lẽ thứ hai để gọi ảnh đó là thật đối với gương.*

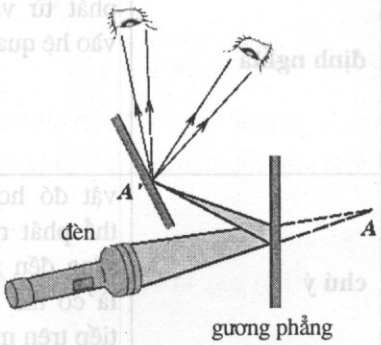
Với gương phẳng, *A'* là một ảnh điểm thật ở khoảng cách hữu hạn.

Chú ý rằng mọi tia sáng đến A "bị chặn" bởi gương sẽ đi qua A' sau khi phản xạ trên gương. Ta nói rằng :

***A'* là ảnh của *A* và kí hiệu :**

$$A \xrightarrow{\text{gương phẳng}} A'$$

Tính chất : "một điểm có ảnh là một điểm" lại liên hệ với tính tương điểm của gương phẳng mà ta sẽ nghiên cứu sau này.



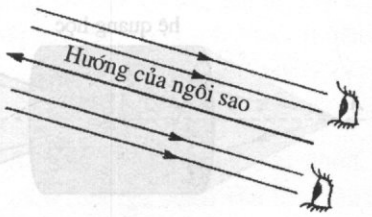
H.17. *Các mắt này thấy A' (ảnh của dây tóc của bóng đèn) trên màn do tán xạ (và không phải do phản xạ), gương đặt vào vị trí, A' là một ảnh thật.*

2.3. Vật điểm và ảnh ở vô cùng

Ngôi sao là một nguồn điểm ở vô cùng hay một lần nữa là một vật điểm không có kích thước ở vô cùng. Chùm sáng nhận được gồm một tập hợp các tia song song. Thật thế, hai quan sát viên ở cạnh nhau quan sát cùng một ngôi sao, nhận được hai tia khác nhau xuất phát từ ngôi sao đó. Các tia sáng được phát ra từ cùng một nguồn điểm ở vô cùng ; hướng của các tia đó là một và xác định điểm đó (*h.*18).

Chú ý :

Hướng của tia sáng xác định chính xác vật, vì rằng các tia sáng đến từ một điểm ở vô cùng và hướng đến một điểm ảo ở vô cùng.



H.18. *Hai mắt nhìn cùng một ngôi sao.*

2.4. Các vật và các ảnh có kích thước

Khi ta nhìn một bức ảnh do phản xạ trong một gương, ta thấy ảnh của một vật có kích thước : tập hợp các điểm của bức ảnh xử sự như các nguồn thứ cấp độc lập nhau. Ảnh quan sát được là một ảnh có kích thước.

Trong trường hợp gương phẳng, mỗi điểm của vật có kích thước có ảnh là một điểm xác định của ảnh có kích thước. Ảnh là "rõ nét".

2.5. Các vật và các ảnh thật và ảo có kích thước

Khi ta nhìn trong một gương phẳng ta quan sát một ảnh có kích thước của một vật có kích thước. Vật là thật và ảnh là ảo : các tia sáng xuất phát từ nguồn hướng đến gương và các tia sáng đi ra từ gương dường như đến từ ảnh mà ta quan sát.

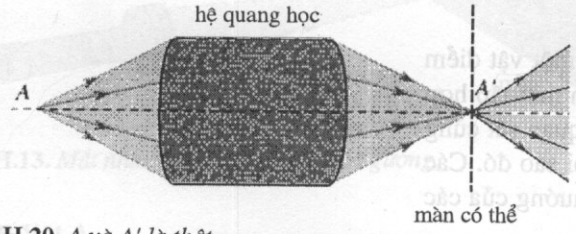
2.6. Tóm tắt

Các trường hợp khác nhau gặp trên đây với gương phẳng cho phép chúng ta định nghĩa các khái niệm sau đây, quan trọng trong quang học và có thể khái quát hóa cho một hệ quang học bất kì (*h.*19).

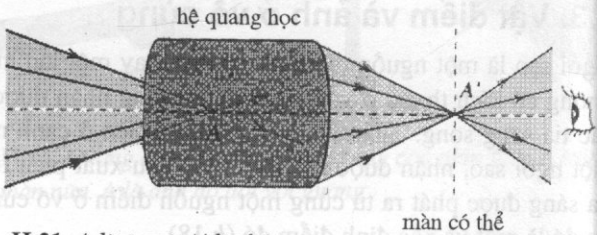
	vật thật	vật ảo	ảnh thật	ảnh ảo
định nghĩa	các tia sáng xuất phát từ vật hướng vào hệ quang học	các tia sáng vào hệ quang học hướng đến vật (vật là chỗ giao nhau của các tia sáng đến hệ quang học)	các tia sáng đi ra từ hệ quang học tất cả đều hướng đến ảnh	các tia sáng đi ra từ hệ quang học dường như tất cả đều đến từ một ảnh
chú ý	vật đó hoặc là có thể phát ra các tia sáng đến mắt hoặc là có thể thấy trực tiếp trên màn	vật đó không thể được chứng tỏ tồn tại trên một màn : các tia sáng hướng đến vật trước đó đã gặp hệ quang học	ảnh đó có thể thấy trực tiếp trên một màn	ảnh này không thể được chứng tỏ tồn tại trên một màn

H.19.

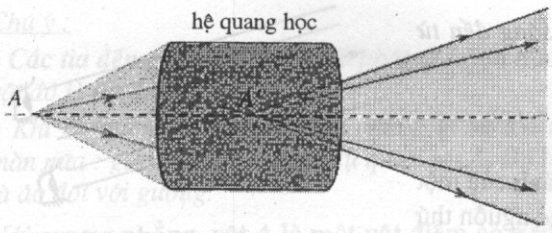
Có thể tổng quát hóa các khái niệm trên đây cho các hệ quang học "cổ điển", có một trục đối xứng gọi là *quang trục của hệ* (*h.*20, 21, 22 và 23).



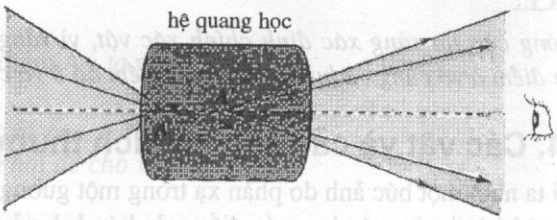
H.20. *A và A' là thật.*



H.21. *A là ảo và A' là thật.*

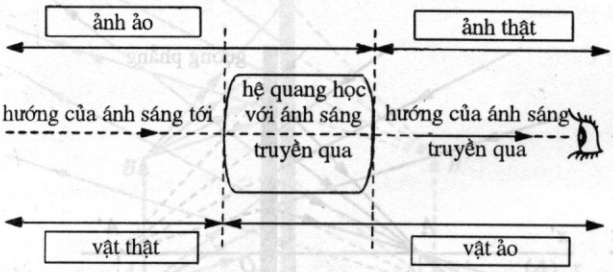


H.22. *A là thật và A' là ảo.*

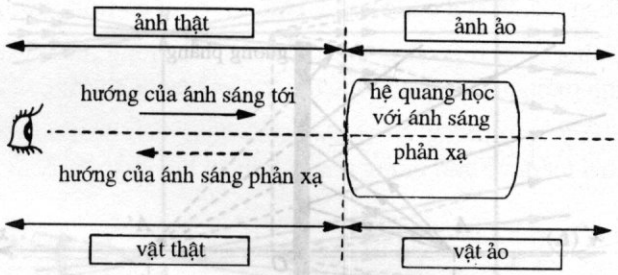


H.23. *A và A' là ảo.*

Các khái niệm đó cũng có thể tổng quát hóa cho các hệ quang học với ánh sáng truyền qua hay ánh sáng phản xạ.



H.24. *Hệ quang học với ánh sáng truyền qua : hệ khúc xạ.*



H.25. *Hệ quang học với ánh sáng phản xạ hệ phản truyền.*

Bây giờ chúng ta sẽ xét các khái niệm quan trọng về sự liên hợp của các vật và các ảnh, luôn luôn nhờ một gương phẳng.

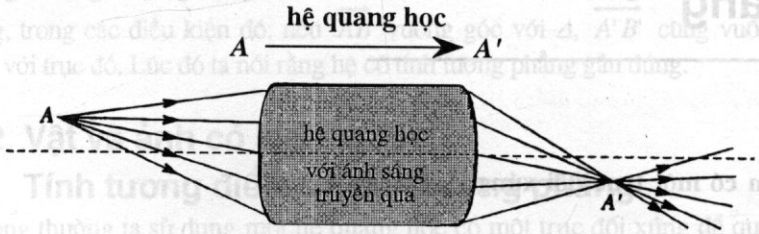
3 Tính tương điểm Sự liên hợp của các vật và các ảnh

3.1. Tính tương điểm

Trong trường hợp gương phẳng chúng ta đã thấy rằng mọi tia sáng đi qua một điểm sau khi phản xạ sẽ đi qua điểm khác : đó là định nghĩa của tính tương điểm. Định nghĩa đó được áp dụng cho mọi hệ quang học (*h.*26).

Khi mọi tia sáng đi qua một điểm vật *A*, thật hay ảo, sau khi đi qua một hệ quang học, sẽ đi qua một điểm ảnh *A'*, thật hay ảo, lúc đó hệ có tính tương điểm chính xác.

A' là ảnh của A tạo bởi hệ quang học ; người ta nói rằng A và A' là hai điểm liên hợp :



◀ **Hình 26.** *Ở đây vật và ảnh đều thật.*

3.2. Hệ thức liên hợp

Khi một hệ quang học có tính tương điểm (*h.*27), ảnh A'của một vật điểm A là duy nhất. Lúc đó có tồn tại một hệ thức liên hệ giữa các vị trí của A và A'. Hệ thức đó được gọi là **hệ thức liên hợp.**

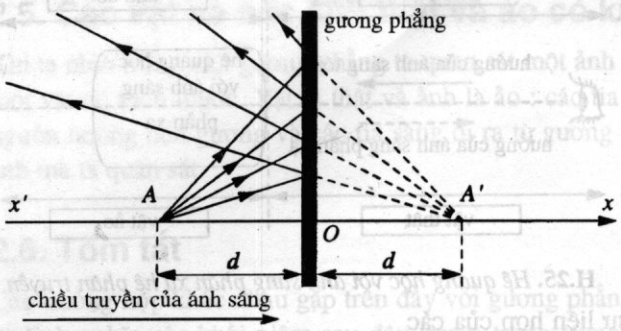
Trong trường hợp gương phẳng ta có hệ thức sau : $\overline{OA} + \overline{OA'} = 0$ và ta viết :

Khi một hệ quang học có tính tương điểm, các vị trí của vật A và của ảnh A' nghiệm đúng một hệ thức liên hợp. Trong trường hợp gương phẳng :

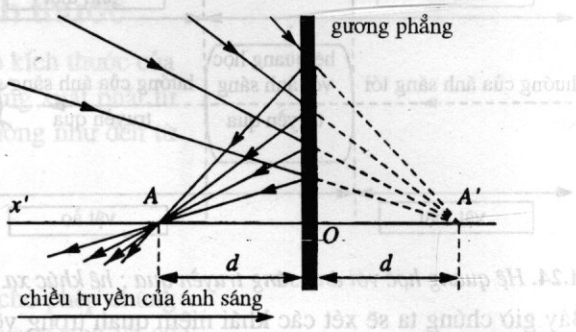
$$A \xrightarrow{\text{gương phẳng}} A' \quad \text{và} \quad \overline{OA} + \overline{OA'} = 0 .$$

Hệ thức liên hợp này không làm xuất hiện khái niệm vật (và ảnh) thật hay ảo ; nó là một hệ thức tổng quát.

3.3. Sự đảo chiều ánh sáng đối với một gương phẳng



H.27. *Trục (x'Ox) hướng theo chiều truyền của ánh sáng. (A thật, A' ảo).*



H.28. *(x'Ox) hướng theo chiều truyền của ánh sáng. (A thật, A' ảo).*

Hình 28 cũng cho phép ta viết trong trường hợp của hệ phản xạ :

Gương phẳng là có tính tương điểm ; A' là ảnh của A qua hệ đó, từ đó :

$$A' \xrightarrow{\text{gương phẳng}} A \text{ , vậy } \quad \overline{OA} + \overline{OA'} = 0 .$$

Ta có cùng hệ thức liên hợp như trước đây.

Với một hệ phản xạ (phản truyền) :

$$\text{nếu } A \xrightarrow{\text{hệ}} A', \quad \text{lúc đó } A' \xrightarrow{\text{hệ}} A.$$

Tính chất này là không có giá trị đối với hệ truyền qua (khúc xạ).

4 Tính tương phẳng

4.1. Định nghĩa

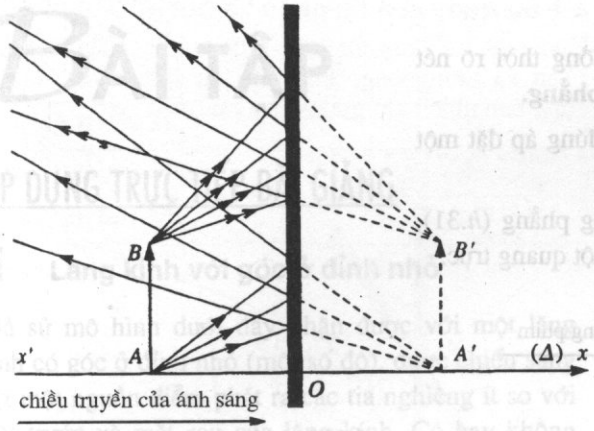
Cho một hệ quang học tương điểm có một trục đối xứng Δ, gọi là quang trục.

Hệ có tính tương phẳng nếu như với mọi vật AB phẳng và vuông góc với Δ, ảnh $A'B'$ của nó cũng phẳng và vuông góc với Δ.

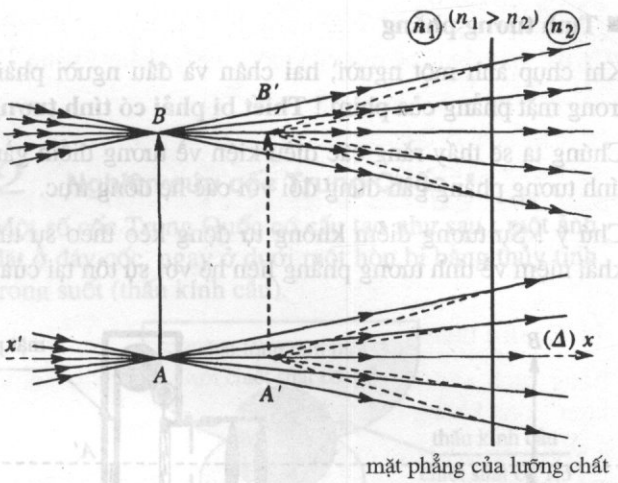
■ Hệ phản xạ

Giả sử trục Δ trùng với trục $(x'Ox)$ và vuông góc với gương phẳng (*h.*29). Gương phẳng là tương điểm đối với hai điểm A và A' của trục đó, đối xứng đối với gương phẳng. Gương phẳng cũng là tương điểm đối với hai điểm khác B và B', đối xứng qua mặt phẳng của gương và được chọn ở ngoài trục $(x'Ox)$. Nếu vectơ $\overrightarrow{AB}$ là vuông góc với trục $(x'Ox)$, vectơ $\overrightarrow{A'B'}$ cũng sẽ vuông góc với trục đó, $(x'Ox)$ là một trục đối xứng của gương.

Chúng ta nói rằng hệ là có tính tương phẳng đối với các điểm A và A'. Tính chất này được nghiệm đúng dù AB có kích thước thế nào chăng nữa (ngược với tính tương phẳng gần đúng mà ta sẽ thấy sau này).



H.29. *(xOx') hướng theo chiều truyền của ánh sáng.*



H.30. *Hệ lưỡng chất. Ta có tương điểm và tương phẳng gần đúng.*

Trong trường hợp gương phẳng ta viết :

Gương phẳng là hệ tương điểm ; A' là ảnh của A qua hệ đó, từ đó :

$$A \xrightarrow{\text{gương phẳng}} A', \text{ vậy } \overline{OA} + \overline{OA'} = 0.$$

B và B' là các điểm liên hợp, B' là ảnh của B qua gương phẳng.

Hệ là tương phẳng, vì bất kì $\overrightarrow{AB}$ nào vuông góc với $(x'Ox)$, ảnh của nó $\overrightarrow{A'B'}$ cũng vuông góc với $(x'Ox)$.

■ **Hệ lưỡng chất**

Ta chú ý sự tương tự (*h.*30) là lưỡng chất phẳng cũng có tính tương điểm đối với các tia nghiêng ít đối với trục (ta sẽ thấy rằng điều đó tương ứng với tính tương điểm gần đúng trong các điều kiện của GAUSS). Chúng ta cũng thấy rằng, trong các điều kiện đó, nếu $\overrightarrow{AB}$ vuông góc với Δ, $\overrightarrow{A'B'}$ cũng vuông góc với trục đó. Lúc đó ta nói rằng hệ có tính tương phẳng gần đúng.

4.2. Vật và ảnh có kích thước : Tính tương điểm và tính tương phẳng

Thông thường ta sử dụng một hệ quang học có một trục đối xứng để quan sát một ảnh trực tiếp bằng mắt trần hoặc trên một vật mang (ví dụ tờ giấy hay màn).

Ta xét trường hợp máy ảnh.

Với máy ảnh đó, chúng ta chụp một bức ảnh có kích thước (thật) của một vật có kích thước (thật trong trường hợp của một ứng dụng cổ điển). Để có một bức ảnh rõ nét của vật, vật kính của máy ảnh cần phải tạo một ảnh rõ nét trong mặt phẳng của phim ảnh, và vì vậy vật kính phải là tương điểm và tương phẳng.

■ **Tính tương điểm**

Một nguồn điểm S nào đó của vật phải cho một ảnh điểm S' trong mặt phẳng của phim. Mọi tia sáng xuất phát từ S sau khi qua vật kính sẽ đi qua S'. **Vậy thiết bị phải có tính tương điểm đối với các điểm đó.**

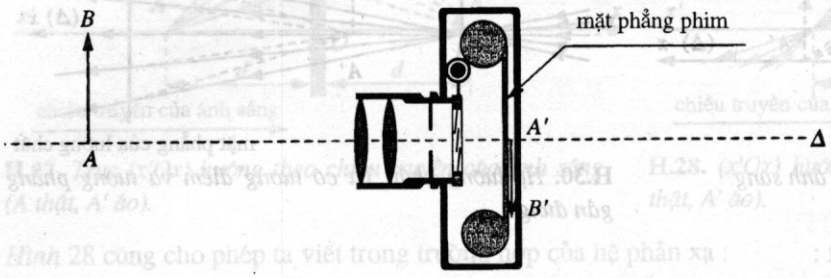
Chúng ta sẽ thấy rằng các điều kiện của tính tương điểm gần đúng được thỏa mãn.

■ **Tính tương phẳng**

Khi chụp ảnh một người, hai chân và đầu người phải đồng thời rõ nét trong mặt phẳng của phim ! **Thiết bị phải có tính tương phẳng.**

Chúng ta sẽ thấy rằng các điều kiện về tương điểm gần đúng áp đặt một tính tương phẳng gần đúng đối với các hệ đồng trục.

Chú ý ! Sự tương điểm không tự động kéo theo sự tương phẳng (*h*.31), khái niệm về tính tương phẳng liên hệ với sự tồn tại của một quang trục.



◀ **H.31.** *Một máy ảnh cần phải có tính tương điểm và tương phẳng. Nếu A'B' không nằm trong mặt phẳng phim, trên bức ảnh của một người chân sẽ rõ nét và đầu sẽ mờ.*

ĐIỀU CẦN GHI NHỚ

■ **Mắt chỉ thấy một vật (hay một ảnh) nếu nó nhận được các tia sáng xuất phát từ vật hay ảnh đó ; mắt nhạy với hướng truyền của các tia sáng đập vào mắt. Mắt thấy một ảnh nằm ở điểm giao nhau của các tia sáng đập vào mắt.**

■ TÍNH TƯƠNG ĐIỂM

Khi mọi tia sáng đi qua một điểm vật *A*, thật hay ảo, sau khi đi qua một hệ quang học sẽ đi qua một điểm ảnh *A'*, thật hay ảo, thì hệ có tính tương điểm chính xác. *A'* là ảnh của *A* qua hệ quang học ; người ta nói rằng *A* và *A'* là hai điểm liên hợp.

■ TÍNH TƯƠNG PHẲNG

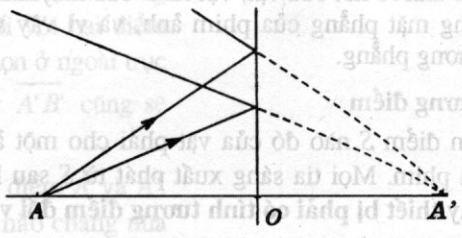
Cho một hệ quang học có trục đối xứng *Δ* gọi là quang trục. Nếu với mọi vật *AB* phẳng và vuông góc với *Δ*, có ảnh *A'B'* cũng phẳng và vuông góc với *Δ* thì hệ có tính tương phẳng.

■ HỆ THỨC LIÊN HỢP

Khi một quang hệ có tính tương điểm các vị trí của vật *A* và của ảnh *A'* nghiệm đúng hệ thức liên hợp.

Trong trường hợp gương phẳng :

$$A \xrightarrow[\text{phẳng}]{\text{gương}} A' \text{ và } \overline{OA} + \overline{OA'} = 0 .$$

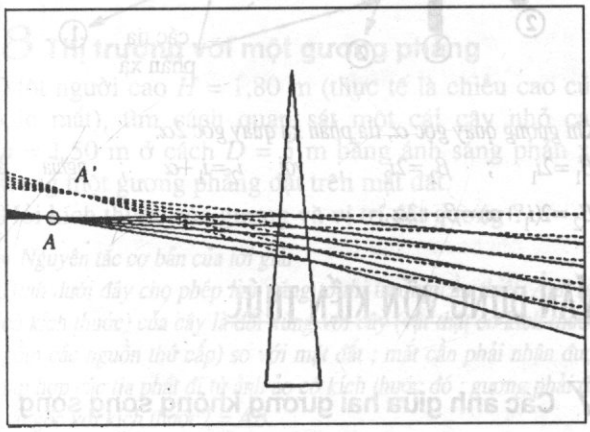


BÀI TẬP

ÁP DỤNG TRỰC TIẾP BÀI GIẢNG

1 Lăng kính với góc ở đỉnh nhỏ

Giả sử mô hình dưới đây nhận được với một lăng kính có góc ở đỉnh nhỏ (một số độ), được chiếu sáng bởi một nguồn điểm phát ra các tia nghiêng ít so với mặt trước và mặt sau của lăng kính. Có hay không hiện tượng tương điểm ? hiện tượng tương phẳng ?



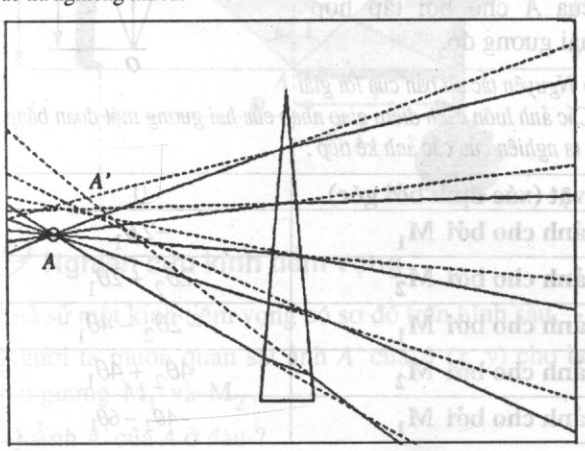
• *Nguyên tắc cơ bản của lời giải*

Trên hình vẽ ta có thể khẳng định là có tương điểm. Với các đường vẽ thực hiện với các tia nghiêng ít so với các mặt của lăng kính có ***tương điểm gần đúng****.*

Không thể nói về tương phẳng, hệ không có trục đối xứng (quang trục).

Chú ý :

Hình vẽ dưới đây chứng tỏ rằng không còn tương điểm nữa nếu các tia nghiêng nhiều.

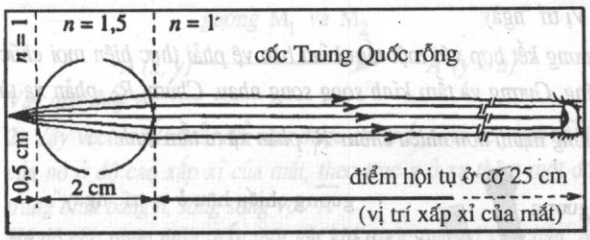


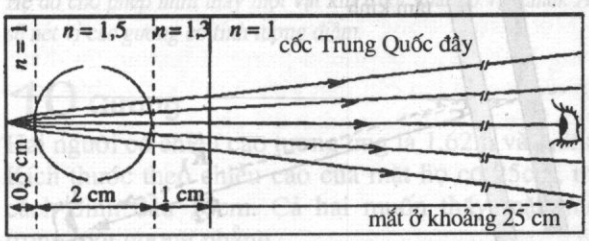
2 Nghiên cứu cốc Trung Quốc

Một số cốc Trung Quốc có cấu tạo như sau : một ảnh đặt ở đáy cốc, ngay ở dưới một hòn bi bằng thủy tinh trong suốt (thấu kính cầu).

Khi cốc rỗng không thể thấy được tấm ảnh. Nó chỉ có thể thấy được khi cốc chứa một chất lỏng.

Với sự giúp đỡ của hai hình vẽ mô phỏng dưới đây, hãy chứng minh các khẳng định trên (mắt ở trên cốc cỡ 20 cm).



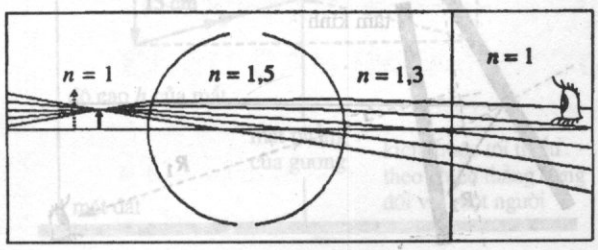


• *Nguyên tắc cơ bản của lời giải*

Khi cốc rỗng, chùm sáng đi ra "hội tụ ở ngoài mắt", vậy mắt không thể thấy gì.

Khi cốc đầy, chùm sáng là phân kì vậy mắt có thể thấy một ảnh.

Nhờ hình vẽ dưới đây ta có thể nhận thấy thêm rằng hệ là tương điểm và tương phẳng : mắt sẽ thấy một ảnh rõ nét "ở đáy" cốc.



3 Gương phẳng ?

Có thể thấy được bề mặt của một gương phẳng không ?

• *Nguyên tắc cơ bản của lời giải*

Để có thể quan sát được bề mặt của một gương phẳng, mặt đó cần phải khuếch tán ánh sáng : điều đó không thể, vì gương là tuyệt đối phẳng không có chỗ lồi lõm nào trên bề mặt. Nếu có bụi đọng lại trên gương, hoặc bề mặt có khuyết tật, lúc đó có thể thấy được bề mặt vì có khuếch tán.

4 Chùm laser

Bằng cách nào và tại sao ta có thể thấy một chùm laser trong không khí, trong nước ?

• *Nguyên tắc cơ bản của lời giải*

Để quan sát một chùm laser, cần phải có khuếch tán. Trong không khí đó là các hạt bụi khuếch tán, trong nước đó là các tạp chất.

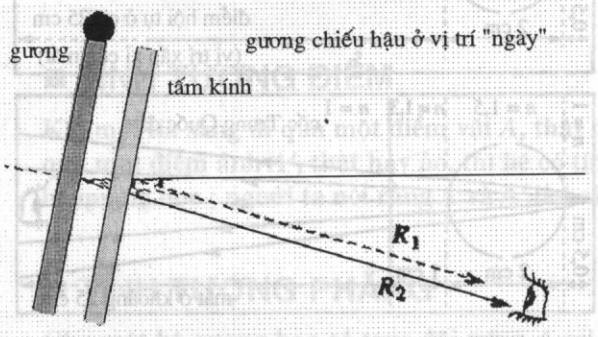
5 Gương chiếu hậu "ngày - đêm" của các ô tô

Giải thích và đề xuất một nguyên lí hoạt động của các gương chiếu hậu "ngày - đêm" trang bị cho một số xe cộ.

• *Nguyên tắc cơ bản của lời giải*

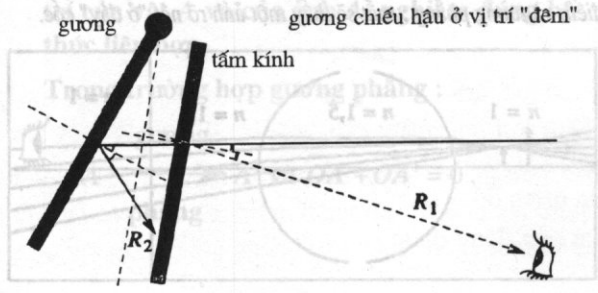
– Vị trí "ngày"

Gương kết hợp với một tấm kính bảo vệ phải thực hiện mọi chức năng. Gương và tấm kính song song nhau. Chùm R_2 phản xạ từ gương mạnh hơn nhiều chùm R_1 phản xạ từ tấm kính.



– Vị trí "đêm"

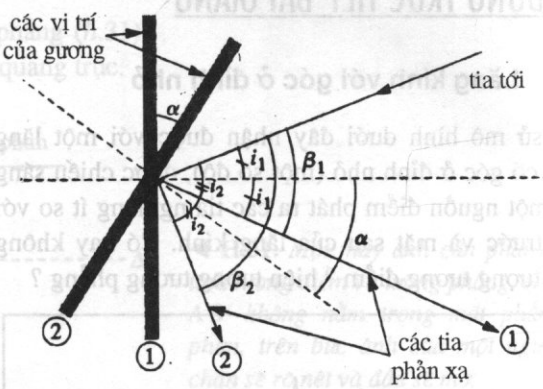
Gương làm lóa mắt chúng ta không phải đóng vai trò của nó : ta sẽ làm cho nó quay. Gương và tấm kính không còn song song nữa. Chùm R_2 (mạnh) phản xạ từ gương không đến mắt, và chùm R_1 (yếu hơn) phản xạ từ tấm kính cho phép ta phát hiện các xe cộ ở phía sau.



6 Sự quay của tia phản xạ bởi gương phẳng

Cho một tia sáng tới trên một gương phẳng và tia phản xạ tương ứng. Tia phản xạ sẽ quay một góc bằng bao nhiêu khi gương quay một góc α ?

• *Nguyên tắc cơ bản của lời giải*



Khi gương quay góc α, tia phản xạ quay góc 2α.

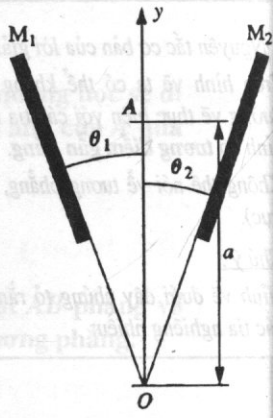
$\beta_1 = 2i_1$; $\beta_2 = 2i_2$; với $i_2 = i_1 + \alpha$; nghĩa là

$\beta_2 = 2(i_1 + \alpha) = \beta_1 + 2\alpha$.

VẬN DỤNG VỐN KIẾN THỨC

7 Các ảnh giữa hai gương không song song

Cho hai gương M_1 và M_2 không song song. M_1 hợp với trục (Oy) một góc θ_1, và M_2 hợp với (Oy) một góc θ_2, hai gương ở hai phía của (Oy). Một vật đặt tại A trên trục (Oy), ở độ cao a. Nghiên cứu các ảnh của A cho bởi tập hợp hai gương đó.



• *Nguyên tắc cơ bản của lời giải*

Các ảnh luôn cách điểm giao nhau của hai gương một đoạn bằng : ta nghiên cứu các ảnh kế tiếp :

vật (xác định bởi góc)	0
ảnh cho bởi M_1	$-2\theta_1$
ảnh cho bởi M_2	$2\theta_2 + 2\theta_1$
ảnh cho bởi M_1	$-2\theta_2 - 4\theta_1$
ảnh cho bởi M_2	$4\theta_2 + 4\theta_1$
ảnh cho bởi M_1	$-4\theta_2 - 6\theta_1$

vật (xác định bởi góc)	0
ảnh cho bởi M_2	$2\theta_2$
ảnh cho bởi M_1	$-2\theta_2-2\theta_1$
ảnh cho bởi M_2	$4\theta_2+2\theta_1$
ảnh cho bởi M_1	$-4\theta_2+4\theta_1$
ảnh cho bởi M_2	$6\theta_2+4\theta_1$

Vật được xác định bởi góc α_1 và ảnh bởi góc α_2, α_1 và α_2 thỏa mãn :

phản xạ bởi M_1 : $\frac{\alpha_1+\alpha_2}{2}=-\theta_1$; phản xạ bởi M_2 : $\frac{\alpha_1+\alpha_2}{2}=\theta_2$.

Chính sự nối tiếp các ảnh này giống như khi ta soi mình trong một gương, đằng sau ta có một gương khác nhưng không hoàn toàn song song với gương kia.

8 Thị trường với một gương phẳng

Một người cao H = 1,80 m (thực tế là chiều cao của các mắt), tìm cách quan sát một cái cây nhỏ cao h = 1,50 m ở cách D = 5 m bằng ánh sáng phản xạ trong một gương phẳng đặt trên mặt đất.
Hỏi kích thước của gương và vị trí đặt gương ?

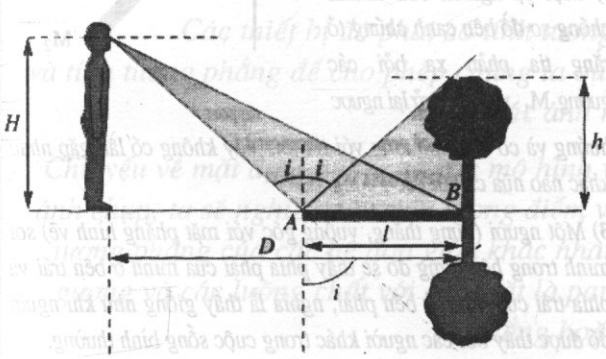
• *Nguyên tắc cơ bản của lời giải*

Hình dưới đây cho phép làm sáng tỏ thị trường cần thiết. Ảnh (ảo có kích thước) của cây là đối xứng với cây (vật thật có kích thước, gồm các nguồn thứ cấp) so với mặt đất ; mắt cần phải nhận được tập hợp các tia phát đi từ ảnh ảo có kích thước đó : gương phải đặt sát gốc với kích thước $l = AB$.

Các hệ thức hình học đơn giản cho phép ta viết :

$$\tan(i)=\frac{l}{h}=\frac{D-l}{H}=\frac{D}{h+H}\text{, vậy } l=h\frac{D}{H+h}=2{,}3\text{ m.}$$

Chú ý : Cây được thấy rõ nét do phản xạ, gương phẳng có tính tương điểm.



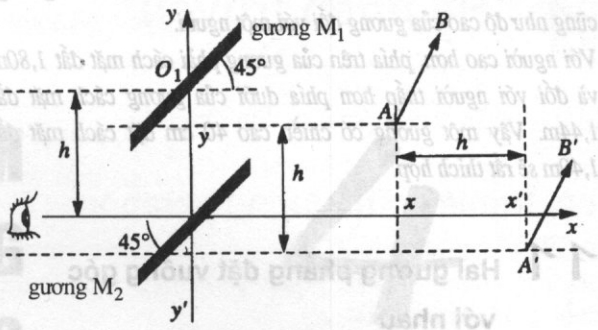
9 Nghiên cứu kính tiềm vọng

Giả sử một kính tiềm vọng có sơ đồ trên hình sau.

Người ta muốn quan sát ảnh A' của A (x, y) cho bởi hai gương M_1 và M_2.

1) Ảnh A' của A ở đâu ?

2) Ảnh của một vectơ $\overrightarrow{AB}$ là thế nào ? Các kết luận ?



• *Nguyên tắc cơ bản của lời giải*

1) $A(x, y) \xrightarrow{\text{gương } M_1} A_1(x_1, y_1)$.

$\overrightarrow{O_1A_1}$ *là đối xứng với* $\overrightarrow{O_1A}$ *so với gương* M_1 : $\overrightarrow{O_1A}$ $(x, y-h)$ *và* $\overrightarrow{O_1A_1}$ $(y-h, x)$, *từ đó* A_1 $(y-h, x+h)$

$$A_1(x_1, y_1) \xrightarrow{\text{gương } M_2} A'(x', y')$$

$x' = y_1$ *và* $y' = x_1$, *vậy :*

$$A(x, y) \xrightarrow{\text{gương } M_1 \text{ và } M_2} A'(y-h)$$

Vậy mắt thấy A'.

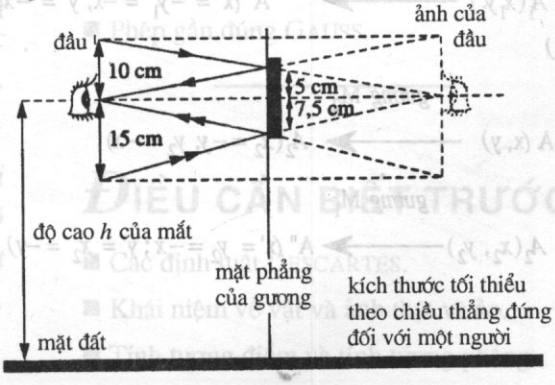
2) Vậy vectơ $\overrightarrow{AB}$ biến đổi như được chỉ trên hình vẽ. Ảnh $\overrightarrow{A'B'}$ của nó ở độ cao xấp xỉ của mắt, theo trục x ở xa thêm một đoạn trung bình bằng h, song song với $\overrightarrow{A}$.

Hệ đó cho phép nhìn thấy một vật khi trước mắt có vật chắn. Ảnh sẽ nét vì các gương có tính tương điểm.

10 Gương

Hai người có chiều cao tương ứng là 1,62m và 1,85m. Kích thước theo chiều cao của mặt họ cỡ 25cm, mắt cách đỉnh đầu 10cm. Cả hai muốn thấy mặt mình trong một gương phẳng.
Gương phải đặt cách mặt đất bao nhiêu và hỏi chiều cao tối thiểu của gương ?

• *Lời giải*



Ta dễ dàng thấy trên sơ đồ các kích thước tối thiểu của gương, cũng như độ cao của gương đối với một người.

Với người cao hơn, phía trên của gương phải cách mặt đất 1,80m và đối với người thấp hơn phía dưới của gương cách mặt đất 1,44m. Vậy một gương có chiều cao 40 cm đặt cách mặt đất 1,40m sẽ rất thích hợp.

11 Hai gương phẳng đặt vuông góc với nhau

Giả sử hai gương phẳng M_1 và M_2 (ta không quan tâm đến kích thước ngang của gương) hợp với nhau 90^o đặt đối xứng so với trục $(x'Ox)$, O là điểm tiếp xúc của hai gương.

Giả sử một vật điểm A (x, y) đặt giữa M_1 và M_2 và không nằm trên trục $(x'Ox)$.

1) a) Xác định các ảnh A_1 của A đối với M_1 và A' của A_1 đối với M_2.

b) Xác định ảnh A_2 của A đối với M_2 và A'' của A_2 đối với M_1.

c) Có thể nói gì về A' và A'' ?

d) Một vectơ sẽ biến đổi thế nào trong các phản xạ đó?

2) a) Trong trường hợp nào chỉ xảy ra một lần phản xạ ?

b) Trong các trường hợp nào xảy ra hai lần phản xạ ?

c) Có cần xét số lần phản xạ lớn hơn hai không ?

3) Một người đứng thẳng và vuông góc với mặt phẳng hình vẽ và soi mình trong hệ gương đó đồng thời di chuyển lân cận mặt phẳng đối xứng chứa trục (Ox). Người đó tự thấy mình thế nào ?

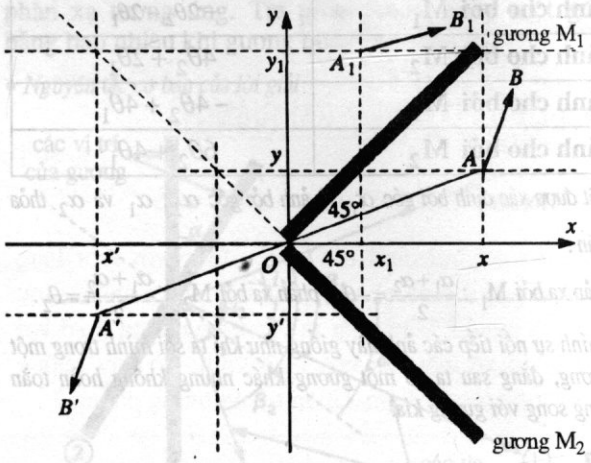
• *Nguyên tắc cơ bản của lời giải*

1) a) A (x, y) $\xrightarrow{\text{gương } M_1}$ $A_1(x_1 = y,\ y_1 = x)$

và $A_1(x_1 y_1) \xrightarrow{\text{gương } M_2}$ A' (x' = $-y_1$ = $-x$, y' = $-x_1$ = $-y$)

b) A (x, y) $\xrightarrow{\text{gương } M_2}$ $A_2(x_2 = -y,\ y_2 = -x)$

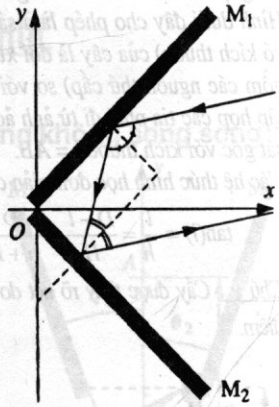
và $A_2(x_2, y_2) \xrightarrow{\text{gương } M_1}$ A" (x' = $y_2 = -x$; y' = x_2 = $-y$)



c) A' và A" là một, đối xứng với A qua điểm O.

d) Một vectơ sau hai lần phản xạ biến đổi thành hình đối xứng của nó đối với điểm O.

2) a) Sẽ chỉ có một lần phản xạ duy nhất nếu tia sáng xuất phát từ A và phản xạ ví dụ trên gương M_1 (hay M_2) không gặp gương M_2 (hay M_1). Có thể thấy trực tiếp điều đó trên hình bên cạnh.



b) Trong trường hợp ngược lại sẽ có (ít nhất) hai lần phản xạ (xem hình bên cạnh).

c) Một sự nghiên cứu nhanh chóng sơ đồ bên cạnh chứng tỏ rằng tia phản xạ bởi các gương M_1 và M_2 trở lại ngược hướng và có cùng phương với tia tới. Vậy không có lần gặp nhau khác nào nữa cả với các gương.

3) Một người (đứng thẳng, vuông góc với mặt phẳng hình vẽ) soi mình trong hệ gương đó sẽ thấy phía phải của mình ở bên trái và phía trái của mình ở bên phải, nghĩa là thấy giống như khi người đó được thấy bởi các người khác trong cuộc sống bình thường.

Như vậy ảnh bị đảo chiều phải - trái đối với quan sát viên so với khi quan sát viên nhìn thấy trong một gương phẳng đặt vuông góc với trục x.

TÍNH TƯƠNG ĐIỂM VÀ TÍNH TƯƠNG PHẲNG CỦA CÁC HỆ QUANG HỌC ĐƠN GIẢN KHÁC NHAU

4

Mở đầu

Nhiều thiết bị quang học được cấu tạo bởi các phần tử khác nhau như các thấu kính (tập hợp của hai lưỡng chất), các gương...

Các thiết bị đó phải có tính tương điểm và tính tương phẳng để cho phép chúng ta quan sát được các ảnh rõ nét.

Chủ yếu về mặt định tính, nhờ các mô hình và các ảnh chụp, ta sẽ nghiên cứu tính tương điểm và tính tương phẳng của các hệ đơn giản khác nhau: các gương và các lưỡng chất với các mặt là parabôn, phẳng hoặc cầu.

Chúng ta sẽ giới hạn các nghiên cứu với các tia tới nằm trong mặt phẳng đối xứng của các mặt ; lúc đó tia tới, pháp tuyến và tia phản xạ đều nằm trong mặt phẳng đó : mặt phẳng tới.

Như vậy ta sẽ vẽ các hình phẳng.

MỤC TIÊU

■ Tính tương điểm và tính tương phẳng của các hệ khác nhau đơn giản.

- gương parabôn,
- gương cầu,
- lưỡng chất cầu,
- thấu kính...

■ Phép gần đúng GAUSS.

ĐIỀU CẦN BIẾT TRƯỚC

■ Các định luật DESCARTES.

■ Khái niệm về vật và ảnh thật và ảo.

■ Tính tương điểm và tính tương phẳng.

1 Hệ phản truyền

Một hệ phản truyền phản xạ ánh sáng.

1.1. Nghiên cứu gương parabôn

Ta dùng mặt phản xạ là một mặt paraboloit tròn xoay có đỉnh S và tiêu điểm F. Đường thẳng đi qua các điểm S và F là một trục đối xứng : nó được gọi là quang trục.

1.1.1. Điểm vật ở xa vô cùng trên trục

Một điểm ở xa vô cùng trên quang trục của paraboloit gửi đến gương một chùm sáng song song với quang trục đó.

Các tính chất hình học của một parabôn chứng tỏ các tia phản xạ sẽ đi qua tiêu điểm F của parabôn. Trong ngôn ngữ của quang hình học, nó được gọi là tiêu điểm ảnh F'. Tập hợp các tia đó tập trung năng lượng : đặc trưng này được sử dụng để tập trung năng lượng. Điều đó ta thấy trên mô hình của hình vẽ 1.

Mọi tia sáng đến từ một điểm ở vô cùng trên trục sẽ đi qua điểm F'. Vậy gương parabôn là tương điểm tuyệt đối đối với hai điểm đó.

Theo nguyên lí đảo chiều ánh sáng, mọi tia tới "qua" F' sẽ đi ra song song với quang trục. Điểm đó cũng đóng vai trò của tiêu điểm vật F. Các tiêu điểm vật và ảnh là trùng nhau tại F :

điểm ở vô cùng trên trục $\xrightarrow{\text{gương parabôn}}$ tiêu điểm F

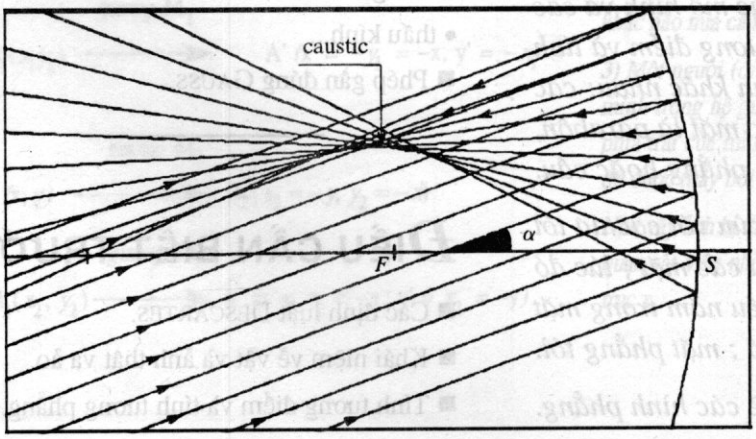
tiêu điểm F $\xrightarrow{\text{gương parabôn}}$ điểm ở vô cùng trên trục

Đó là một đặc trưng của mọi hệ phản truyền.

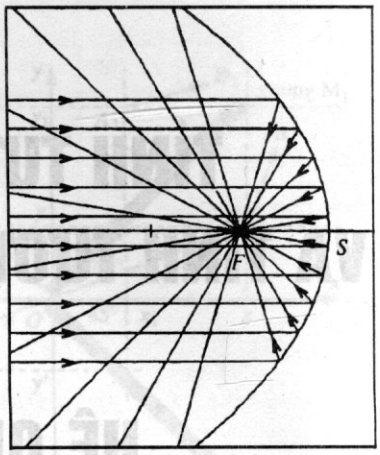
Gương parabôn là tương điểm tuyệt đối đối với hai điểm : điểm F (tiêu điểm vật và ảnh) và điểm ở vô cùng trên trục.

1.1.2. Điểm vật ở vô cùng ngoài trục (các tia gần trục)

Một điểm ở vô cùng ngoài trục gửi đến gương parabôn đó một chùm sáng song song hợp với quang trục một góc α.



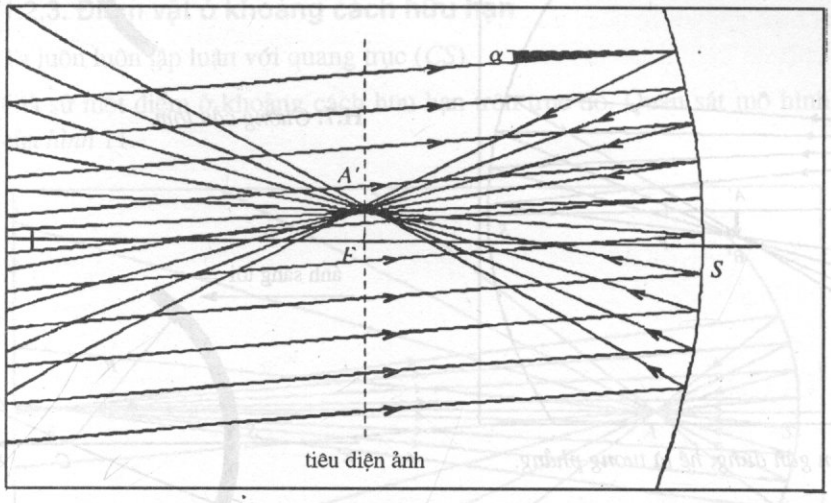
◀ **H.2.** *Mô hình của một gương parabôn lõm. Vật điểm ở vô cùng ngoài trục : α là quá lớn và các tia sáng rất nghiêng so với trục : không có tương điểm.*



H.1. *Mô hình với một gương parabôn lõm. Mọi tia song song quang trục sẽ đi qua F sau khi phản xạ trên gương parabôn. Theo sự đảo chiều ánh sáng điểm đó đóng vai trò của tiêu điểm vật. F nằm trên quang trục.*

Chúng ta quan sát mô hình của *hình* 2. Góc α lớn và các tia không gặp nhau tại một điểm duy nhất trong không gian. Không còn tính tương điểm nữa. Các tia sáng rất dày đặc ở lân cận một đường cong gọi là **đường tụ quang**.

Ngược lại nếu các tia sáng nghiêng ít so với trục, các tia phản xạ sẽ ít "phân tán" hơn ở lân cận điểm A' : chúng ta có thể nói về **tính tương điểm gần đúng** (*h*.3).

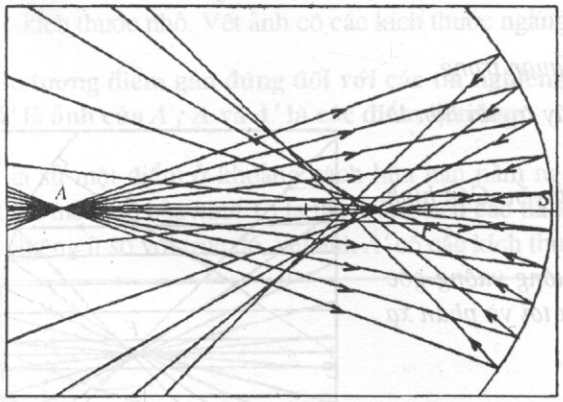


◀ **H.3.** *Mô hình của gương parabôn lõm. Điểm A ở vô cùng ngoài trục. Sẽ có tương điểm gần đúng ở điểm A' nằm trong tiêu diện ảnh.*

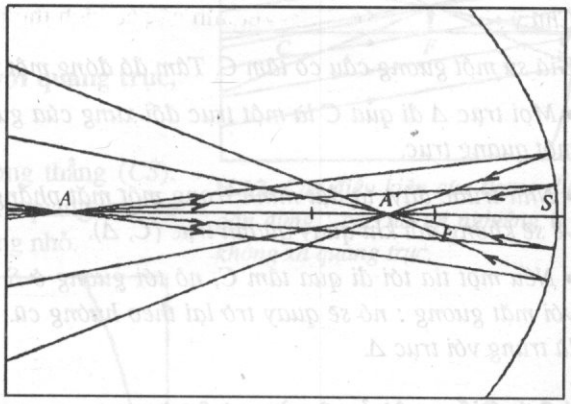
Điểm A ở vô cùng ngoài quang trục có ảnh ở A' nằm trong mặt phẳng vuông góc đi qua điểm F. Mặt phẳng đó được gọi là **tiêu diện**. Ta có thể nói chính xác đó là **tiêu diện ảnh**, nhưng chúng ta biết rằng với một hệ phản truyền các tiêu điểm vật và ảnh là trùng nhau.

1.1.3. Điểm vật ở khoảng cách hữu hạn

Xét các mô hình của các *hình* 4 và 5.



H.4. *Ảnh A' của A không tồn tại : không có tính tương điểm.*



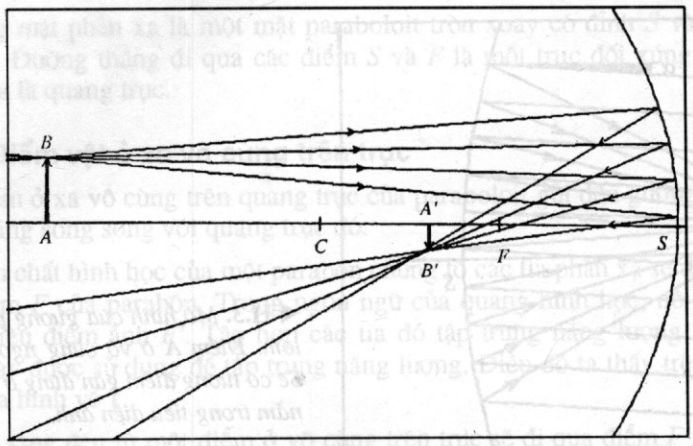
H.5. *Có tương điểm gần đúng. Ta nói rằng A' là ảnh của A (các tia sáng nghiêng ít và gần quang trục).*

Chúng ta thấy rằng :

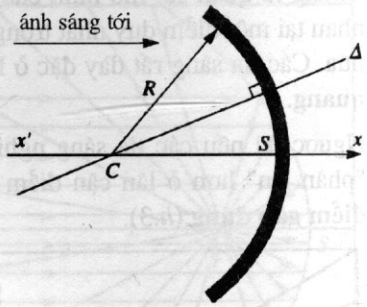
- ảnh của một điểm không phải là một điểm (*h*.4).
- nếu các tia ít nghiêng và gần quang trục, ảnh của một điểm hầu như là một điểm. Ta nói rằng có tương điểm gần đúng. Không có một điểm ảnh, mà là một **vệt ảnh** với kích thước nhỏ (*h*.5).

1.1.4. Tính tương phẳng

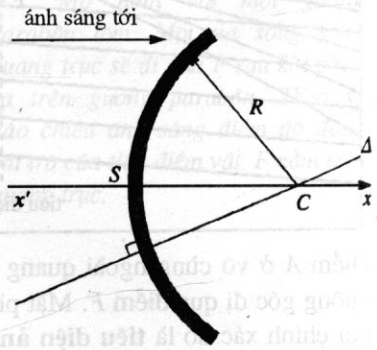
Chúng ta đặt mình vào các điều kiện của tính tương điểm gần đúng. Nếu AB vuông góc với quang trục mà $A'B'$ cũng vuông góc với quang trục (SF) thì sẽ có tương phẳng gần đúng. Mô hình của *hình* 6 chứng tỏ rằng hệ là tương phẳng với các tia nghiêng ít và không xa trục (các điều kiện của tương điểm gần đúng).



H.6. *Trong các điều kiện của tương điểm gần đúng, hệ là tương phẳng.*



H.7. *Gương cầu lõm.*



H.8. *Gương cầu lồi.*

1.2. Nghiên cứu gương cầu :

Có tồn tại hai loại gương cầu :

- các gương cầu lõm (*h*.7) ;
- các gương cầu lồi (*h*.8).

Ta giới hạn các nghiên cứu của chúng ta đối với các gương cầu lõm.

Chú ý :

Giả sử một gương cầu có tâm C. Tâm đó đóng một vai trò quan trọng.

- *Mọi trục Δ đi qua C là một trục đối xứng của gương, vậy ở giới hạn là một quang trục.*
- *Như trước đây, ta đặt mình trong một mặt phẳng kinh tuyến. Các hình vẽ sẽ không đổi khi quay quanh trục (C, Δ).*
- *Nếu một tia tới đi qua tâm C, nó tới gương ở S theo hướng vuông góc với mặt gương : nó sẽ quay trở lại theo hướng cũ. Các tia tới và phản xạ là trùng với trục Δ.*

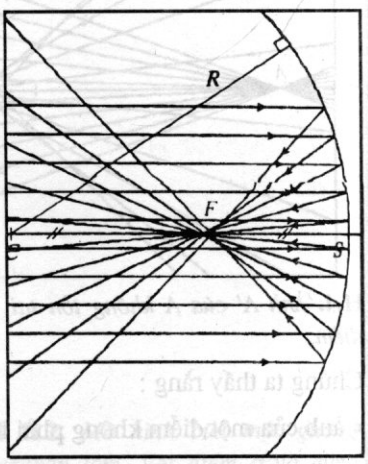
1.2.1. Điểm vật ở vô cùng trên trục

Ta thực hiện một số chú ý trên mô hình của *hình* 9.

Nếu các tia tới là ít nghiêng so với quang trục (CS), lúc đó sẽ tồn tại một vùng giao nhau của các tia có kích thước nhỏ. Vệt có các kích thước ngang nhỏ : đó là tiêu điểm F trên quang trục.

Có tương điểm gần đúng đối với các tia nghiêng ít so với trục (CS).

Ta không có sự tương điểm chính xác thấy được như ở gương parabôn nữa.

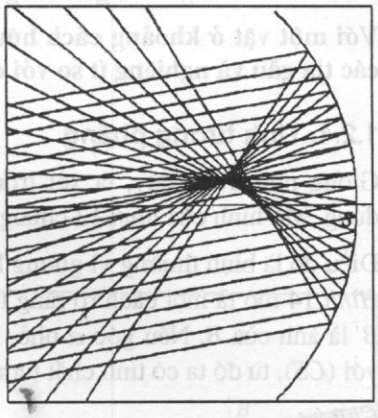


H.9. *Mô hình với một gương cầu lõm đối với một điểm vật ở vô cùng trên trục.*

1.2.2. Điểm vật ở vô cùng ngoài trục

Trên mô hình của hình 10, ta thấy rằng sẽ không có tương điểm nếu chùm rộng : rõ ràng có tồn tại một caustic.

Nếu chùm được chắn bớt, ta ở trong các điều kiện của tương điểm gần đúng : các tia phản xạ đi qua một "điểm" ảnh nằm trong tiêu diện (mặt phẳng vuông góc đi qua tiêu điểm F) (*h.*12).

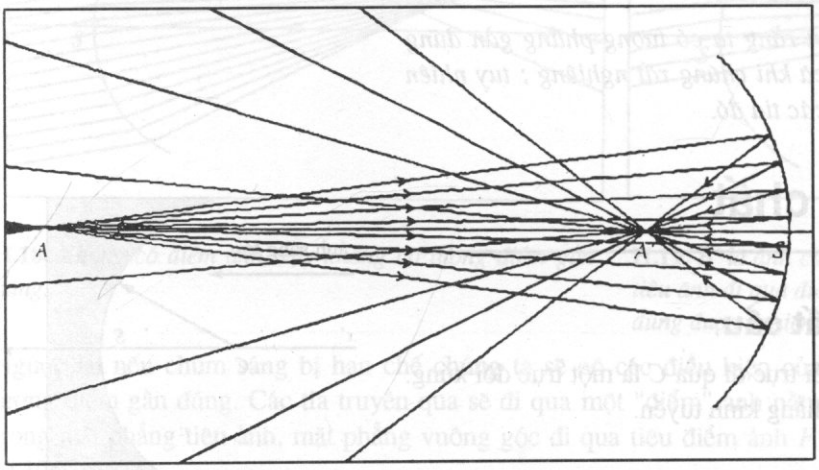


H.10. *Mô hình chứng tỏ sự tồn tại của caustic. Không có tính tương điểm.*

1.2.3. Điểm vật ở khoảng cách hữu hạn

Ta luôn luôn lập luận với quang trục (CS).

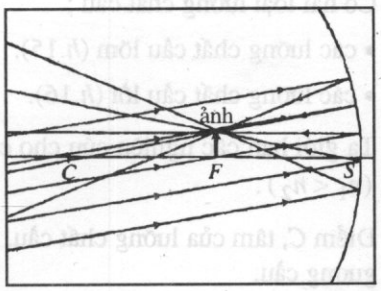
Giả sử một điểm ở khoảng cách hữu hạn trên trục đó. Quan sát mô hình của *hình* 11.



H.11. *Có tương điểm gần đúng, vật ở khoảng cách hữu hạn trên quang trục.*

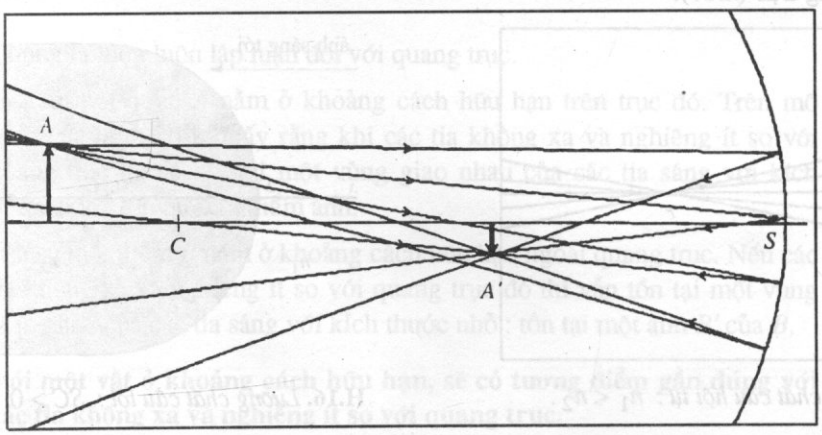
Nếu các tia tới không xa trục lúc đó sẽ có một vùng giao nhau của các tia có kích thước nhỏ. Vết ảnh có các kích thước ngang nhỏ.

Có tương điểm gần đúng đối với các tia nghiêng ít so với quang trục, A' là ảnh của A ; A và A' là các điểm liên hợp.



H.12. *Các điều kiện của tương điểm gần đúng : các tia tới nghiêng ít và không xa quang trục.*

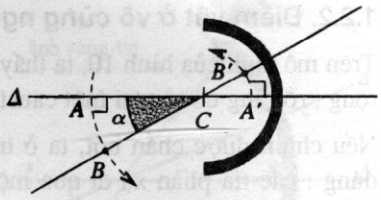
Giả sử một điểm ở khoảng cách hữu hạn nằm ngoài đường thẳng (CS). Trên mô hình của *hình* 13 ta thấy rằng nếu các tia không xa quang trục và nghiêng ít so với trục đó, vệt ảnh A' có các kích thước ngang nhỏ.



◀ **H.13.** *Ảnh của một điểm là một điểm nếu các tia là gần và nghiêng ít so với quang trục.*

Vẫn còn có tương điểm gần đúng đối với các tia gần trục và nghiêng ít.

Với một vật ở khoảng cách hữu hạn, ta có tương điểm gần đúng với các tia gần và nghiêng ít so với quang trục.



H.14. *Nếu góc α nhỏ, AB và A'B' là vuông góc với Δ.*

1.2.4. Tính tương phẳng

Giống như trước đây, ta xét trong các điều kiện của tương phẳng gần đúng. Mô hình của *hình* 13 chứng minh rằng hệ là tương phẳng.

Điều đó là bình thường vì gương là bất biến đối với sự quay quanh tâm *C*. *Hình* 14 mô tả một cách rõ ràng tính chất đó. Nếu *A'* là ảnh của *A*, lúc đó *B'* là ảnh của *B*. Nếu góc α nhỏ, lúc đó vật *AB* và ảnh *A'B'* là vuông góc với (*CS*), từ đó ta có tính chất tương phẳng.

Chú ý :

Điểm C đóng một vai trò đặc biệt, vì rằng ta có tương phẳng gần đúng với các tia đi qua gần điểm C ngay cả khi chúng rất nghiêng ; tuy nhiên không có tương phẳng gần đúng với các tia đó.

2 Các hệ lưỡng chất

2.1. Nghiên cứu lưỡng chất cầu

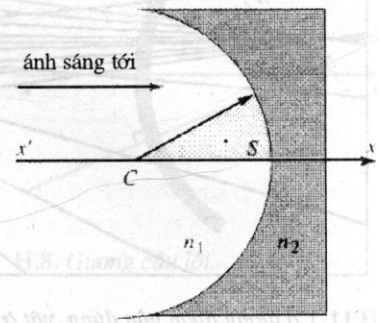
Giả sử một lưỡng chất cầu tâm *C*. Mỗi trục đi qua *C* là một trục đối xứng. Như trước đây ta xét trong một mặt phẳng kinh tuyến.

Có hai loại lưỡng chất cầu :

- các lưỡng chất cầu lõm (*h*.15).
- các lưỡng chất cầu lồi (*h*.16).

Ta giới hạn các nghiên cứu cho các lưỡng chất cầu lồi ($\overline{SC} > 0$) và hội tụ ($n_1 < n_2$).

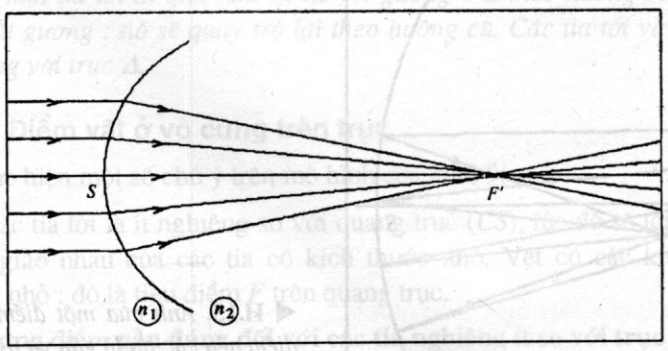
Điểm *C*, tâm của lưỡng chất cầu, có cùng các tính chất như tâm *C* của một gương cầu.



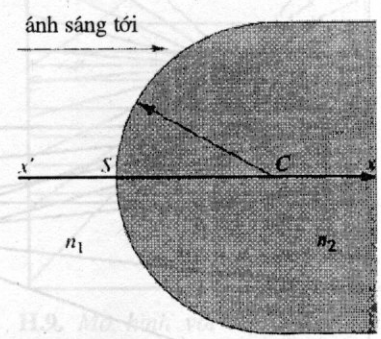
H.15. *Lưỡng chất cầu lõm* $\overline{SC} < 0$.

2.1.1. Điểm vật ở vô cùng trên trục

Giả sử một điểm ở vô cùng trên quang trục (*h*.17).



H.17. *Chỉ rõ tiêu điểm F' của một lưỡng chất cầu hội tụ :* $n_1 < n_2$.



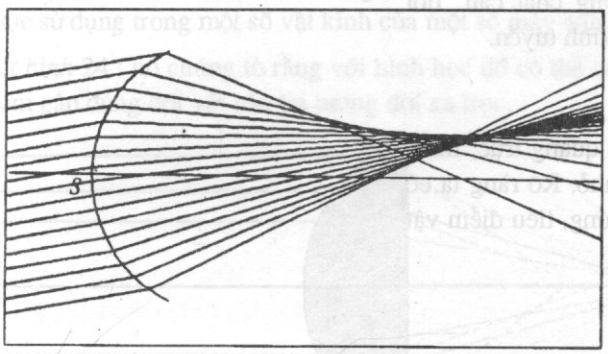
H.16. *Lưỡng chất cầu lồi :* $\overline{SC} > 0$.

Nếu các tia gần quang trục thì sẽ tồn tại một miền giao nhau của các tia. Vệt ảnh có các kích thước ngang nhỏ. Rõ ràng ta có tiêu điểm ảnh F'.

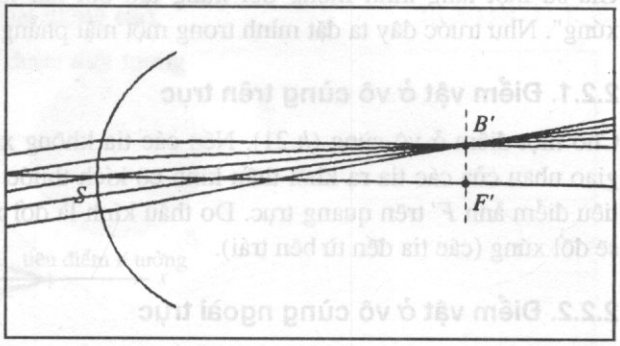
Có tương điểm gần đúng với các tia gần và nghiêng ít so với quang trục.

2.1.2. Điểm vật ở vô cùng ngoài trục

Trên mô hình dưới đây (*h*.18), ta thấy rằng không có tương điểm nếu chùm rộng. Rõ ràng có tồn tại một mặt tụ quang.



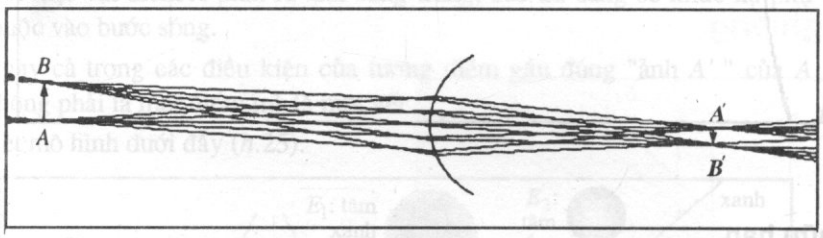
H.18. *Không có điểm ảnh, vậy không có tương điểm gần đúng.*



H.19. *B' là ảnh của B ở vô cùng. B' nằm trong mặt phẳng tiêu ảnh đi qua điểm F'. Các điều kiện của tương điểm gần đúng được nghiệm đúng.*

Ngược lại nếu chùm sáng bị hạn chế chúng ta sẽ có các điều kiện của tương điểm gần đúng. Các tia truyền qua sẽ đi qua một "điểm" ảnh nằm trong mặt phẳng tiêu ảnh, mặt phẳng vuông góc đi qua tiêu điểm ảnh F' (*h*.19).

2.1.3. Điểm vật ở khoảng cách hữu hạn



H.20.

Chúng ta luôn luôn lập luận đối với quang trục.

Giả sử một điểm A nằm ở khoảng cách hữu hạn trên trục đó. Trên mô hình của *hình* 20 ta thấy rằng khi các tia không xa và nghiêng ít so với quang trục thì sẽ tồn tại một vùng giao nhau của các tia sáng với kích thước nhỏ : tồn tại một điểm ảnh.

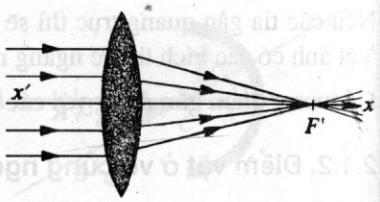
Giả sử một điểm B nằm ở khoảng cách hữu hạn ngoài quang trục. Nếu các tia không xa và nghiêng ít so với quang trục đó thì vẫn tồn tại một vùng giao nhau của các tia sáng với kích thước nhỏ : tồn tại một ảnh B' của B.

Với một vật ở khoảng cách hữu hạn, sẽ có tương điểm gần đúng với các tia không xa và nghiêng ít so với quang trục.

2.1.4. Tính tương phẳng

Mô hình trước đây (*h*.20) cho ta thấy rằng hệ vẫn là tương phẳng.

Đó là bình thường vì rằng lưỡng chất (giống gương cầu) là bất biến đối với sự quay quanh tâm *C*. Việc chứng minh đối với gương cầu vẫn có giá trị đối với lưỡng chất.



H.21. *Có tương điểm gần đúng và chứng tỏ có tiêu điểm ảnh F'.*

2.2. Nghiên cứu một lăng kính mỏng đối xứng hội tụ

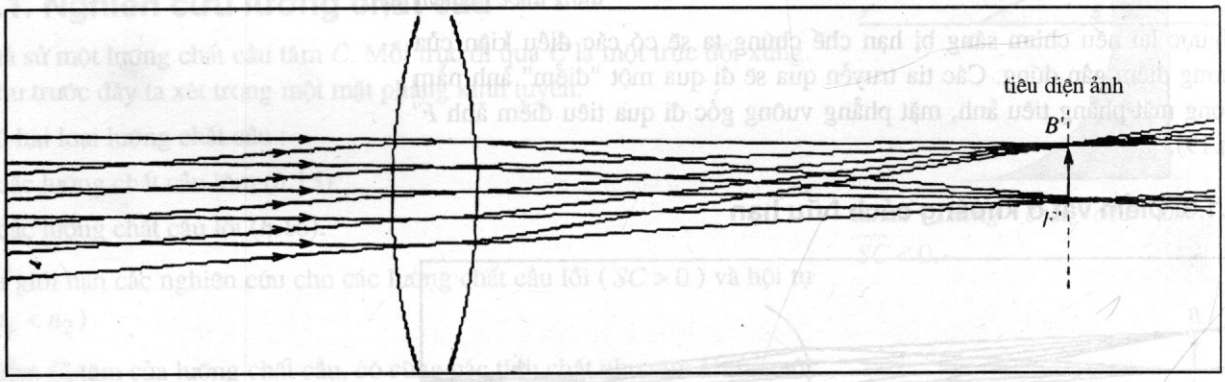
Giả sử một lăng kính mỏng đối xứng tạo bởi hai lưỡng chất cầu "đối xứng". Như trước đây ta đặt mình trong một mặt phẳng kinh tuyến.

2.2.1. Điểm vật ở vô cùng trên trục

Cho một điểm ở vô cùng (*h*.21). Nếu các tia không xa quang trục, miền giao nhau của các tia ra khỏi thấu kính có kích thước nhỏ. Rõ ràng ta có tiêu điểm ảnh F' trên quang trục. Do thấu kính là đối xứng, tiêu điểm vật sẽ đối xứng (các tia đến từ bên trái).

2.2.2. Điểm vật ở vô cùng ngoài trục

Rõ ràng có tồn tại một điểm ảnh B' nằm trong tiêu diện ảnh khi các tia nghiêng ít và không xa trục (*h*.22). Ta có các điều kiện của tương điểm gần đúng.

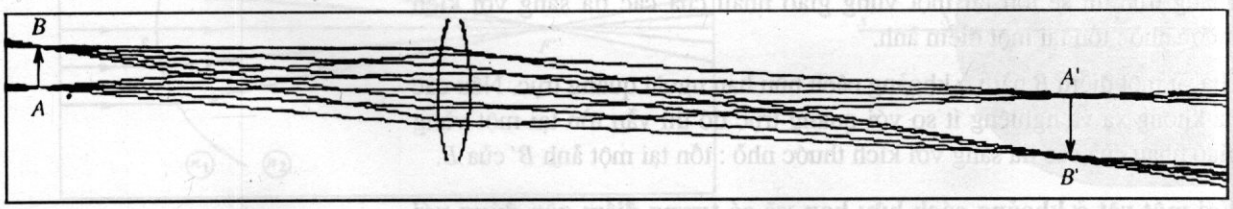


H.22.

2.2.3. Điểm vật ở khoảng cách hữu hạn

Nếu các tia không xa và nghiêng ít so với quang trục, A' là ảnh của A và B' là ảnh của B.

Với một vật ở khoảng cách hữu hạn, có tương điểm gần đúng với các tia không xa và nghiêng ít so với quang trục.



H.23.

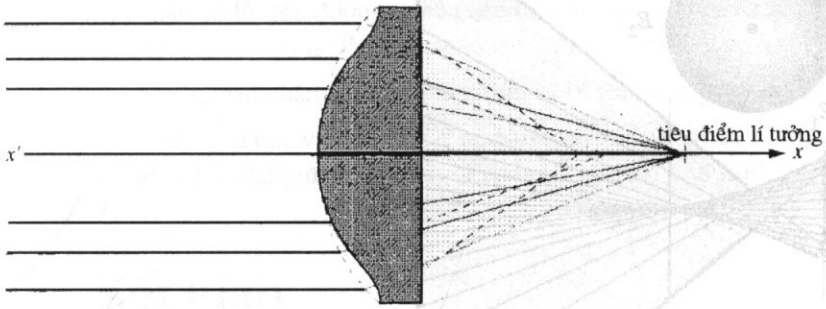
2.2.4. Tính tương phẳng

Hình 23 chứng tỏ rằng hệ là tương phẳng.

2.3. Nghiên cứu một thấu kính không cầu

Một thấu kính không cầu được chế tạo để có tính tương điểm và tính tương phẳng ngay cả đối với các tia xa và nghiêng đối với quang trục. Nó cần thiết để làm cho một hệ "tương điểm hơn". Những thấu kính như vậy được sử dụng trong một số vật kính của một số máy ảnh chất lượng cao.

Xét *hình* 24 : nó chứng tỏ rằng với hình học đó có thể có được một tương điểm gần đúng đối với các tia tương đối xa trục.



◀ **H.24.** *Thấu kính không cầu.*

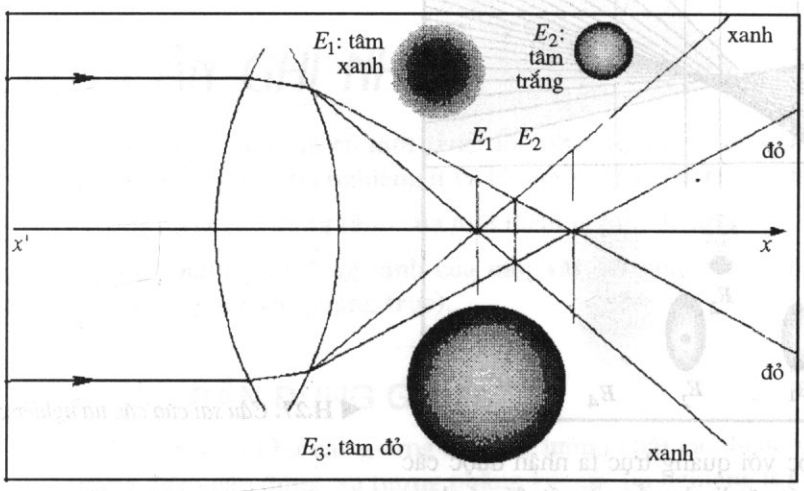
2.4. Sắc sai

Các hệ lưỡng chất, lưỡng chất cầu, thấu kính có các sắc sai. Các nhược điểm này xuất hiện với các ánh sáng không đơn sắc, ví dụ với ánh sáng trắng. Thực vậy các phần tử trên là bằng vật liệu trong suốt (ví dụ bằng thủy tinh) có chiết suất n phụ thuộc bước sóng.

Với một vật điểm A phát ra ánh sáng trắng, các tia sáng sẽ khúc xạ phụ thuộc vào bước sóng.

Ngay cả trong các điều kiện của tương điểm gần đúng "ảnh A' " của A không phải là một điểm mà là một vết.

Xét mô hình dưới đây (*h*.25).



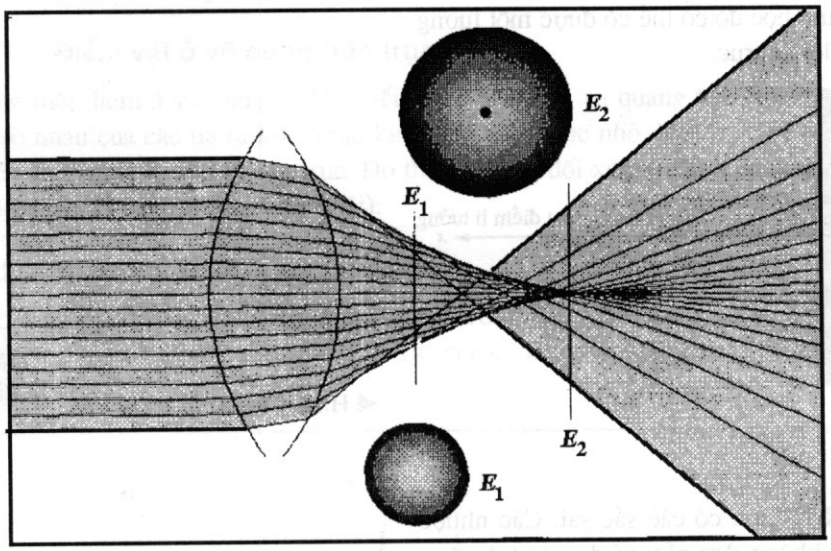
◀ **H.25.** *Sắc sai với một thấu kính hội tụ. Các tia sáng đã khúc xạ trong thấu kính nhưng quá yếu để có thể thấy được trên mô hình.*

Tùy theo vị trí của màn, tâm của vết ảnh thay đổi màu sắc.

3 Quang sai hình học

Chúng ta sẽ chứng tỏ các nhược điểm khác nhau này bằng cách xét một thấu kính dày (đường kính : 20 cm và tiêu cự : 15 cm), một phần các nhược điểm đó được gặp ở một số mô hình nào đó.

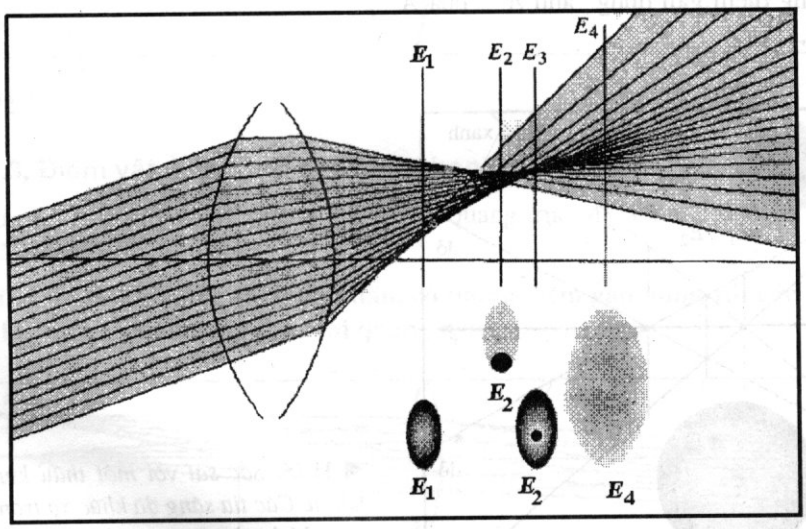
3.1. Cầu sai



◀ **H.26.** *Cầu sai. Ở mức đường bao của các tia sáng, cường độ sáng là lớn.*

Tùy theo vị trí của màn đặt vuông góc với quang trục, ta nhận được các vết khác nhau. Cường độ sáng là không giống nhau tại các điểm của vết.

3.2. Cầu sai của các tia nghiêng

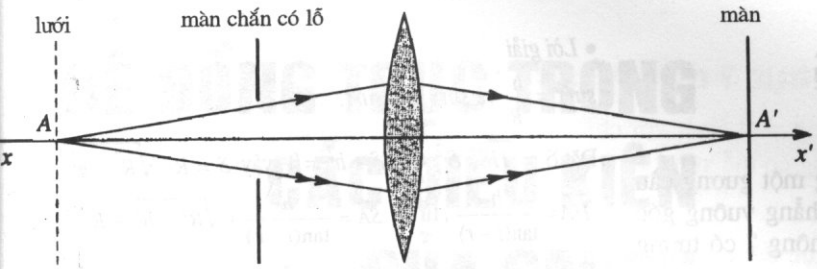


◀ **H.27.** *Cầu sai của các tia nghiêng.*

Tùy theo vị trí của màn đặt vuông góc với quang trục ta nhận được các vết khác nhau. Điểm sáng nhất của vết sẽ di chuyển và vết đó có dạng một sao chổi, từ đó quang sai có tên là **côma**.

3.3. Sự méo ảnh

Ta thực hiện thí nghiệm sau đây (*h*.28) :

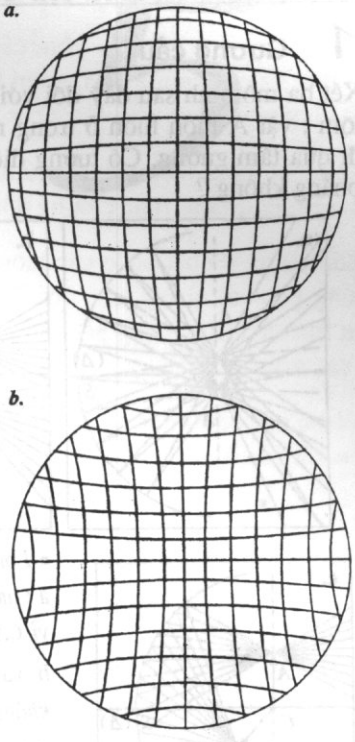


H.28. *Có tương điểm gần đúng với các điểm A và A'.*

Đặt một màn chắn có lỗ trên đường đi của các tia sáng qua một thấu kính hội tụ và tạo một ảnh *A'* "đúng đắn", rõ nét của một lưới đặt tại *A*.

Sau đó dịch chuyển màn chắn : ảnh của tấm lưới sẽ bị biến dạng.

Nếu màn chắn đặt giữa *A* và thấu kính ta có **sự méo ảnh hình trống** (*h*.29a), nếu màn chắn đặt giữa thấu kính và *A'* ta có **sự méo ảnh hình gối** (*h*.29b).



H.29. *Sự biến dạng ảnh của tấm lưới.*
a. *méo ảnh hình trống ;*
b. *méo ảnh hình gối.*

4 Kết luận

Các điều kiện sau đây biểu diễn các gần đúng GAUSS :

Các hệ cổ điển như các gương và các lưỡng chất cầu hay phẳng là tương điểm, với nghĩa tương điểm gần đúng, và tương phẳng với các tia nghiêng ít và không xa quang trục.

Để tạo các ảnh đúng đắn thường được chỉ định dùng các thấu kính có khẩu độ nhỏ nghĩa là có đường kính nhỏ so với tiêu cự, hoặc che chắn bớt chùm tia.

ĐIỀU CẦN GHI NHỚ

■ **Với mọi quang hệ có một trục đối xứng (quang trục của hệ đồng trục), nếu ta ở vào trường hợp có các tia nghiêng ít và không xa trục đó, ta sẽ ở trong các điều kiện của :**

• ***tương điểm gần đúng*** **(ảnh của một điểm là một điểm) ;**

• ***tương phẳng gần đúng*** **(ảnh của một vật *AB* vuông góc với quang trục là một ảnh *A'B'* cũng vuông góc với quang trục).**

■ CÁC GẦN ĐÚNG GAUSS

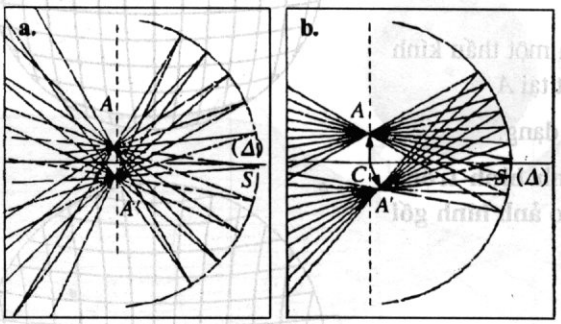
Các hệ cổ điển, như các gương hay các lưỡng chất cầu hoặc phẳng là tương điểm với nghĩa tương điểm gần đúng, và tương phẳng với các tia nghiêng ít và không xa đối với quang trục.

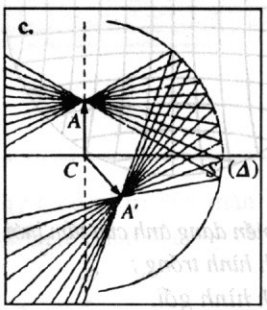
BÀI TẬP

ÁP DỤNG TRỰC TIẾP BÀI GIẢNG

1 Gương cầu

Xét ba mô hình sau đây đối với cùng một gương cầu lõm ; vật A luôn luôn ở trong mặt phẳng vuông góc đi qua tâm gương. Có tương điểm không ? có tương phẳng không ?





• *Lời giải*

a : tương điểm và tương phẳng, vì $\overline{CA} \perp \Delta$ *và* $\overline{CA'} \perp \Delta$;

b và c : tương điểm nhưng không tương phẳng, vì $\overline{CA} \perp \Delta$ *, nhưng* $\overline{CA'} \not\perp \Delta$.

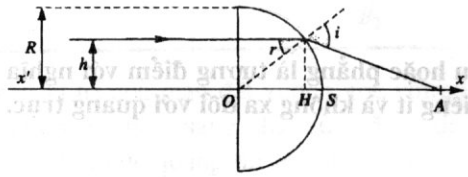
Có tương điểm ngay cả với các tia rất xa và rất nghiêng đối với Δ, nhưng không tương phẳng. Ở lân cận tâm C của một gương cầu, các điều kiện của tương điểm là tuyệt vời (ngay cả ngoài khuôn khổ các gần đúng GAUSS) nhưng để có các điều kiện của tương phẳng đúng đắn, các tia cần phải không xa và nghiêng ít so với quang trục (các điều kiện GAUSS).

2 Lưỡng chất cầu

Giả sử hệ thấu kính bán cầu phẳng hội tụ được chiếu bởi ánh sáng song song ; người ta dự định đánh giá các giới hạn định lượng cho phép có tương điểm "tốt".

Giả sử một tia sáng tới song song quang trục và cách trục đó một đoạn *h*. Hãy nghiên cứu liên hệ giữa *SA* và *h*. Với sự giúp đỡ của một phép tính bằng số, đánh giá các giới hạn của tương điểm gần đúng.

Các số liệu : $R = 100$ mm, $n = 1{,}5$ và $n = 1{,}6$.



• *Lời giải*

$\sin r = \dfrac{h}{R}$ và $\sin i = n \sin r$.

Đặt $\delta = \overline{HS}$, $\delta^2 - 2R\delta + h^2 = 0$, vậy $\delta = R - \sqrt{R^2 - h^2}$,

$\overline{HA} = \dfrac{h}{\tan(i-r)}$, từ đó $\overline{SA} = \dfrac{h}{\tan(i-r)} + \sqrt{R^2 - h^2} - R$.

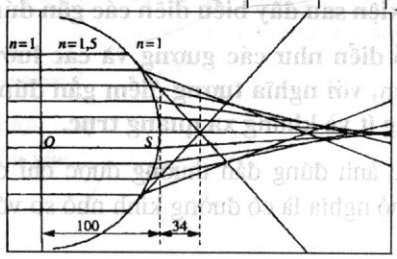
Có tồn tại một giá trị giới hạn của h không được vượt qua (không kể h < R), ngoài giá trị đó không còn tia ló; nó tương ứng với i = 90°. Với n = 1,5, $\overline{SF'} = 2R$. *Nếu* $\overline{SA} = \overline{SF'}$ *sai khác cỡ 10%, cần* $h < 0{,}2R$.

Với n = 1,6, $\overline{SF'} = 1{,}67R$.

Nếu $\overline{SA} = \overline{SF'}$ *sai khác cỡ 10%, cần* $h < 0{,}25R$.

Các điều kiện giới hạn của tương điểm gần đúng phụ thuộc vào hệ nghiên cứu và với một hệ đã cho phụ thuộc vào các chiết suất, vậy phụ thuộc vào bước sóng.

n = 1,500			
h (mm)	r(°)	i(°)	$\overline{SA}$
0	0	0	200
7	4	6	199
13	8	12	196
20	12	17	191
27	15	24	183
33	19	30	174
40	24	37	161
47	28	44	145
53	32	53	124
60	37	64	96
67	42	90	34



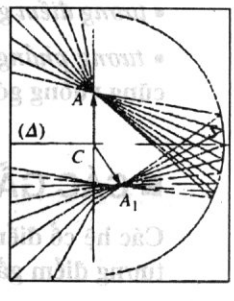
VẬN DỤNG VỐN KIẾN THỨC

3 Thấu kính và gương

Cho mô hình dưới đây đối với một thấu kính bán cầu phẳng hội tụ, mặt sau tráng bạc. Vật *A* luôn luôn ở trong mặt phẳng vào của hệ. Có tương điểm không ? có tương phẳng không ?

• *Lời giải*

Các điều kiện của tương điểm là rất tốt đối với gương (A_1 *là ảnh của A). Nhưng các tia là quá nghiêng đối với pháp tuyến của lưỡng chất : không có tương điểm. Các điều kiện của tương phẳng không được thực hiện đối với cả hệ, vì chúng đã không được thực hiện đối với gương cầu. Vậy không có cả tương điểm lẫn tương phẳng.*



HỆ ĐỒNG TRỤC TRONG CÁC ĐIỀU KIỆN CỦA GAUSS

5

Mở đầu

Các dụng cụ quang học được hợp thành từ các hệ đơn giản như các gương, các lưỡng chất, các thấu kính...

Trong chương 4, chúng ta đã thấy rằng các hệ đó, sử dụng các điều kiện của GAUSS, là tương điểm và tương phẳng ; vậy tập hợp các hệ là tương điểm và tương phẳng.

Trong chương này chúng ta sẽ nêu bật các kết quả quan trọng, có giá trị đối với mọi hệ đồng trục đối với việc :

- *trình bày rõ ràng các tiêu điểm vật và ảnh ;*
- *cách dựng ảnh tổng quát.*

CHÚ Ý :

Ta xét trường hợp các quang hệ đặt trong không khí.

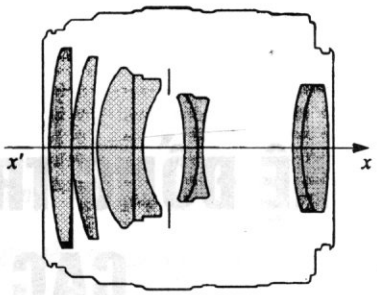
MỤC TIÊU

- Các hệ đồng trục.
- Các hệ quả của gần đúng GAUSS.
- Cách dựng một ảnh.

ĐIỀU CẦN BIẾT TRƯỚC

- Các định luật DESCARTES.
- Tương điểm và tương phẳng với các hệ quang học đơn giản khác nhau.
- Các gần đúng GAUSS.

1 Các hệ đồng trục



H.1. *Quang trục của một vật kính máy ảnh (vật kính Canon EF, f = 100 mm, $f/2$ USM).*

1.1. Thế nào là một hệ đồng trục ? một quang trục ?

Một hệ đồng trục thường gồm các lưỡng chất (mặt với chiết suất không liên tục) và các gương (mà người ta cũng có thể xếp vào các mặt có chiết suất không liên tục).

Một hệ là đồng trục nếu nó có một trục đối xứng tròn xoay. Trục đối xứng đó là quang trục của hệ đồng trục.

Sự đối xứng đó bắt buộc các lưỡng chất phẳng và các gương phẳng phải vuông góc với quang trục đó. Các mặt phẳng tiếp xúc với các mặt cầu trên trục đó cũng vuông góc với trục đó : quang trục là vuông góc với tất cả các mặt.

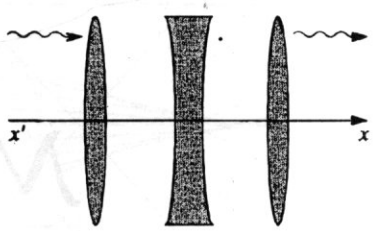
Một tia sáng đến dọc theo quang trục không bị lệch. Quang trục biểu diễn vết của một tia sáng.

1.2. Các hệ

Các hệ quang trục đồng trục gồm hai loại :

1.2.1. Các hệ khúc xạ

Các hệ đồng trục này chỉ gồm các lưỡng chất : một hay nhiều lưỡng chất, hoặc nhiều thấu kính khác nhau (*h*.2).



H.2. *Hệ khúc xạ.*

1.2.2. Các hệ phản truyền

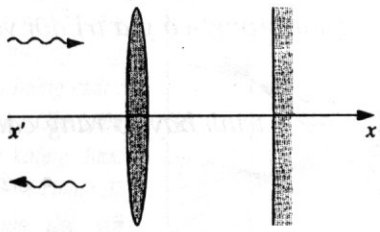
Các hệ này có một hay nhiều gương (*h*.3). Thỉnh thoảng các gương có khoét lỗ để cho tia sáng quay trở lại.

2 Các điều kiện GAUSS

Các lập luận của chúng ta luôn luôn được tiến hành trong một mặt phẳng kinh tuyến : mặt phẳng đó biểu diễn mặt phẳng tới của *mọi* tia sáng.

Ta sẽ sử dụng trong nghiên cứu này các tia sáng đến từ một điểm ở vô cùng trên quang trục, cũng như các tia đến hệ đồng trục với một góc nghiêng bé so với quang trục : **các tia gần trục.**

Các điều kiện này đã được nêu rõ một cách định tính trong chương 4. Ta sẽ nhắc lại các điều kiện đó cũng như các hệ quả của chúng.



H.3. *Hệ phản truyền.*

2.1. Giả thuyết

Các tia sáng phải nghiêng ít so với quang trục và không xa trục đó.

2.2. Hệ quả 1 : tương điểm

2.2.1. Hệ là tương điểm

Trong các điều kiện của GAUSS, các phần khác nhau của một hệ đồng trục đều là tương điểm (tương điểm gần đúng).

Trong các điều kiện của GAUSS, ảnh của một điểm cho bởi một hệ đồng trục là một điểm.

Hệ bảo toàn tính chất tương điểm gần đúng.

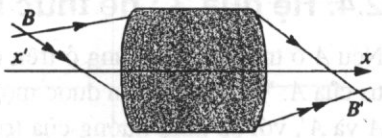
2.2.2. Hai tia là đủ

Nếu hệ là tương điểm với hai điểm B và B', B' là ảnh của điểm B, mọi tia đi qua B sau đó sẽ đi qua B'. Thông thường hai tia là đủ để xác định B và B' (*h.*4).

Đừng quên có tồn tại một tia đặc biệt : tia trùng với quang trục. Tia đó đập vuông góc vào các mặt gặp trên đường đi sẽ không bị lệch.

2.2.3. Một điểm vật chỉ có một ảnh

Cách dựng hình trước đây có hệ quả là một vật chỉ có một ảnh, và ngược lại. Khi ta có hai điểm B và B' liên hợp với nhau, tất cả các tia đi qua B sẽ đi qua B'.



H.4.

2.3. Hệ quả 2 : tương phẳng

2.3.1. Hệ là tương phẳng

Trong các điều kiện của GAUSS, các phần khác nhau của một hệ đồng trục là tương phẳng, vậy :

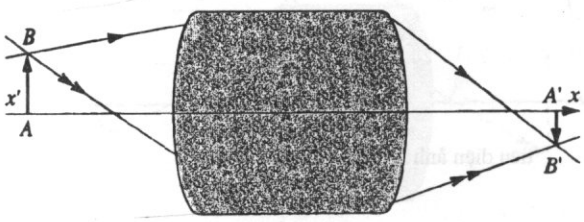
Một hệ đồng trục bảo toàn tính tương phẳng.

2.3.2. Các điểm liên hợp trên trục (hoặc ảnh của một vật có kích thước)

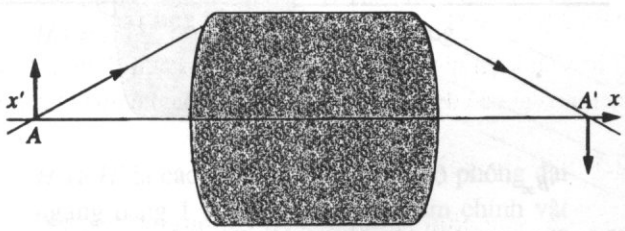
Nếu hệ là tương điểm với hai điểm B và B', B' là ảnh của điểm B, hệ cũng là tương phẳng.

Giả sử A là hình chiếu vuông góc của B trên quang trục, và A' là của B'. Các điều kiện của tương phẳng dẫn đến A' là ảnh của A. Hai điểm A và A' cũng là tương điểm (*h.*5).

Mọi tia sáng qua A sẽ qua A' ; vậy đặc biệt ta sẽ có sự bố trí dưới đây, với quang trục là một tia đặc biệt (*h.*6) :



H.5. *Hệ là tương phẳng, A'B' là ảnh của AB.*

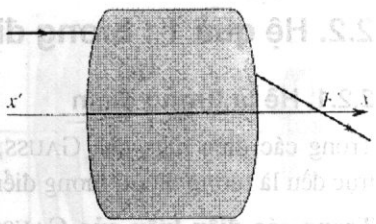


H.6. *Quang trục là một tia đặc biệt, ảnh của A là A'.*

2.4. Hệ quả 3 : hệ thức liên hợp

Nếu A ở trên trục, A' cũng ở trên trục. Vị trí duy nhất của A' phụ thuộc vị trí của A. Vậy có thể tìm được một hệ thức toán học liên hệ các tọa độ của A và A', với sự định hướng của trục theo chiều truyền của tia sáng : đó là hệ thức liên hợp.

Khi ảnh của vật là duy nhất, hệ thức liên hợp liên hệ các tọa độ của vật và của ảnh đối với các điểm thuộc quang trục.



H.7a. *Hệ tiêu tụ : chứng minh sự tồn tại của tiêu điểm ảnh F'.*

3 Các phần tử quan trọng của một quang hệ

3.1. Tiêu điểm ảnh

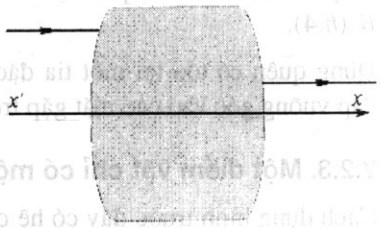
Giả sử một tia xuất phát từ một điểm vật ở vô cùng trên trục, vậy tia đó đến song song với trục nhưng không trùng với trục đó.

Ở đầu ra tia đó cắt ngang trục tại F'.

Do quang trục biểu diễn một tia đặc biệt xuất phát từ cùng vật đó, điểm F' sẽ là ảnh của một vật nằm ở vô cùng trên trục. Đó là tiêu điểm ảnh (*h.*7a):

Điểm vật ở vô cùng trên trục $\xrightarrow{\text{hệ đồng trục}}$ **F' : tiêu điểm ảnh**

Nếu F' ở khoảng cách hữu hạn, hệ được gọi là **tiêu tụ** ; nếu tiêu điểm bị "đẩy" ra vô cùng hệ được gọi là **vô tiêu**.

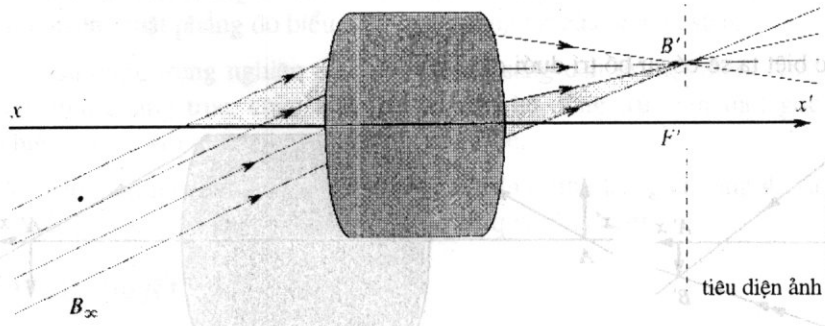


H.7b. *Hệ vô tiêu : tiêu điểm ảnh F' ở vô cùng.*

3.2. Tiêu diện ảnh

Hệ là tương phẳng : vậy ảnh của mọi vật ở vô cùng, không nhất thiết theo hướng của trục, sẽ nằm trong một mặt phẳng vuông góc quang trục đi qua điểm F' : **đó là tiêu diện ảnh** (*h.*8).

Tiêu diện ảnh là mặt phẳng vuông góc với quang trục đi qua tiêu điểm ảnh F'.



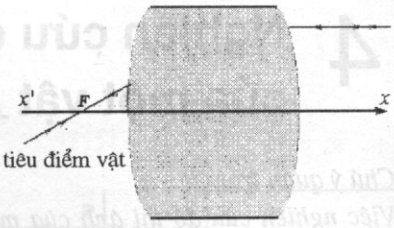
H.8. *Chứng minh sự tồn tại của tiêu diện ảnh.*

3.3. Tiêu điểm vật

Giả sử một tia đến từ không gian "ảnh" (⟵ , đến từ bên phải), song song với quang trục và không trùng với trục đó. Vậy nó xuất phát từ một điểm ở vô cùng trên trục. Tia đó cắt quang trục tại F.

Do quang trục còn biểu diễn một tia xuất phát từ cùng vật đó, điểm F sẽ là ảnh của vật nằm ở vô cùng trên trục, *hệ được chiếu sáng từ không gian ảnh*.

Theo sự đảo chiều ánh sáng, ảnh của điểm vật F là ở vô cùng trên quang trục (⟶), F là tiêu điểm vật (*h*.9) : một tia tới qua F sẽ cho một tia ló song song với quang trục.



H.9.

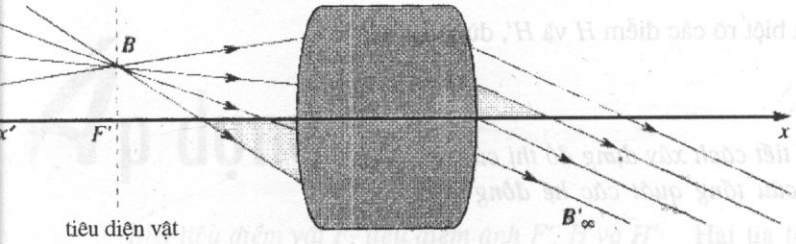
F : tiêu điểm vật $\xrightarrow{\text{hệ đồng trục}}$ **điểm ảnh ở vô cùng trên trục**

Nếu F' ở khoảng cách hữu hạn, F cũng vậy. Chúng ta có thể kiểm tra sự khẳng định này trong mọi trường hợp.

3.4. Tiêu diện vật

Hệ là tương phẳng, vậy ảnh của mọi điểm vật, khác F, nằm trong mặt phẳng vuông góc với quang trục và đi qua F, sẽ có ảnh ở vô cùng nhưng không theo hướng của quang trục. Mặt phẳng đó là **tiêu diện vật** (*h*.10).

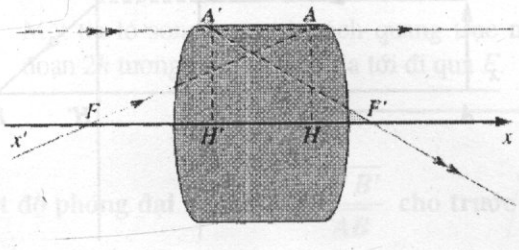
Tiêu diện vật là mặt phẳng vuông góc với quang trục tại tiêu điểm vật, và đi qua tiêu điểm vật F.



◀ **H.10.** *Chứng minh sự tồn tại của tiêu diện vật.*

Áp dụng 1

Cho các tia sáng biểu diễn trên hình 11. *Nghiên cứu các điểm A, A', H và H'.*



H.11.

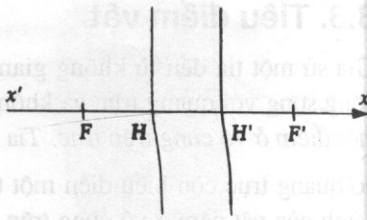
Hai tia tới gặp nhau tại A, các tia ló tương ứng gặp nhau tại A' : vậy A' là ảnh của A.

Do hệ là tương phẳng, H' là ảnh của H. Vì $HA = A'H'$, độ phóng đại ngang bằng :

$$\gamma = \frac{\overline{H'A'}}{\overline{HA}} = 1 .$$

H và H' là các điểm liên hợp với độ phóng đại ngang bằng 1 : H được gọi là điểm chính vật và H' là điểm chính ảnh.

4 Nghiên cứu đồ thị ảnh của một vật



H.12. *Sự đơn giản hóa một hệ đồ trục.*

Chú ý quan trọng :

Việc nghiên cứu đồ thị ảnh của một vật được thực hiện trong gần đúng của GAUSS *: các tia không xa và nghiêng ít so với quang trục.*

Với các sơ đồ, đôi khi chúng ta sẽ xét các tia rất nghiêng và rất xa trục với các mặt của các lưỡng chất, dù rằng là cầu, luôn luôn phẳng.

Sự tương điểm và tương phẳng luôn luôn được nghiệm đúng. Trong thực tế điều đó tương ứng với một "sự dãn" thẳng đứng của hình vẽ.

4.1. Các phần tử thường biết đối với việc nghiên cứu đồ thị

Lúc nghiên cứu đồ thị ảnh của một điểm, chúng ta sẽ có các thông tin sau đây:

- tiêu điểm vật F ;
- tiểu điểm ảnh F' ;
- hai điểm liên hợp của trục với một độ phóng đại đã biết (thường $\gamma = 1$) ; ta gọi các điểm đó là H và H' (đó là các điểm chính thấy trong *áp dụng* 1).

Với một gương cầu (hoặc một lưỡng chất cầu) đỉnh S là điểm liên hợp của chính nó với độ phóng đại ngang $\gamma = 1$ (*x. chương* 6) ; với một thấu kính mỏng quang tâm O là điểm liên hợp của chính nó với độ phóng đại ngang $\gamma = 1$ (*x. chương* 7).

Để việc dựng ảnh được rõ ràng, ta phân biệt rõ các điểm H và H', dù rằng các điểm đó thường trùng nhau (*h.*12).

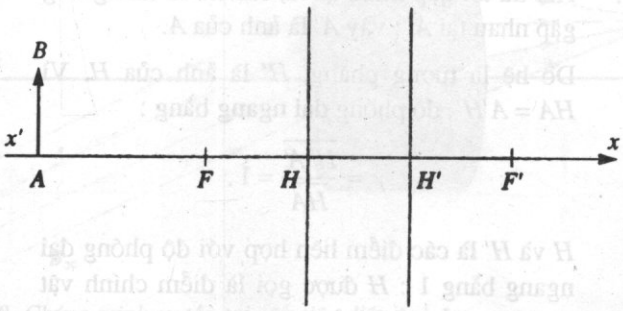
Chú ý :

Ở đây vấn đề là trình bày một cách chi tiết cách xây dựng đồ thị của một ảnh mà không thực hiện một nghiên cứu tổng quát các hệ đồng trục, chúng nằm ngoài chương trình.

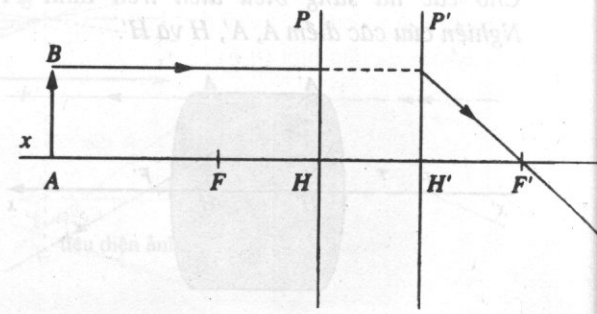
4.2. Cách dựng ảnh

Phương pháp dựng ảnh như sau : tìm ảnh A' của A trên trục. Ta sẽ chọn một điểm B sao cho AB vuông góc với trục (*h.*13). Tìm ảnh B' của B.

Muốn vậy ta xét một tia song song với quang trục đến điểm P (——▶——). Tia đó đi ra ở P', ảnh của P ($\gamma = 1$) và sẽ đi qua F' (*h.*14).



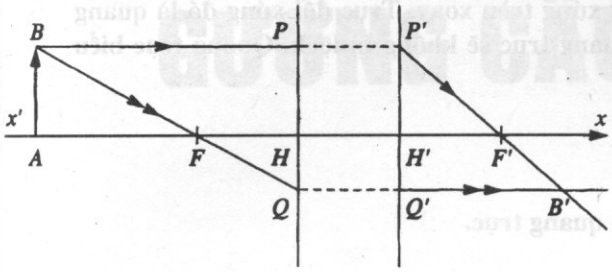
H.13.



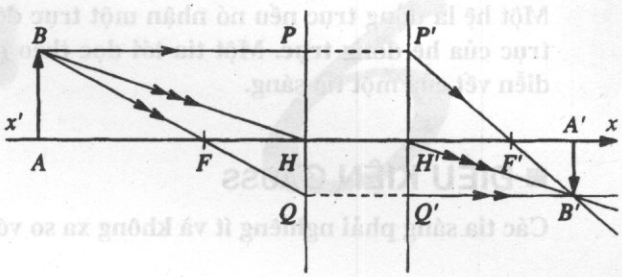
H.14. *Tia tới song song với quang trục.*

Một tia qua F đến Q (——➤——➤), tia này đi ra ở Q', ảnh của Q ($\gamma = 1$) song song với quang trục *(h.15)*.

Do hệ là tương điểm trong các điều kiện của GAUSS nên điểm gặp nhau của hai tia trên cho ta điểm B'.



H.15. *Tia tới đi qua F.*

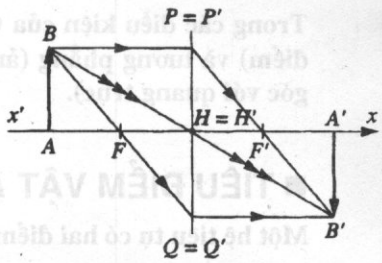


H.16. *Áp dụng tính tương phẳng để xác định A'.*

Từ B' hạ đường vuông góc xuống quang trục. Do hệ là tương phẳng trong các điều kiện GAUSS, ta nhận được điểm A' ảnh của A (*h.16*).

Chú ý rằng tia BH là tia tới (——➤——➤) tương ứng với tia $H'B'$ là tia ló, vì : $B \xrightarrow{(S)} B'$ và $H \xrightarrow{(S)} H'$.

Nếu H và H' là trùng nhau (với các gương cầu và các thấu kính mỏng), ta nhận được cách dựng ở *hình* 17.



H.17. $H = H'$.

Áp dụng 2

Biết tiêu điểm vật F, tiêu điểm ảnh F', H và H' hai điểm liên hợp với nhau với độ phóng đại ngang $\gamma = 1$, hãy xác định bằng đồ thị hai điểm A và A' liên hợp với nhau có độ phóng đại ngang :

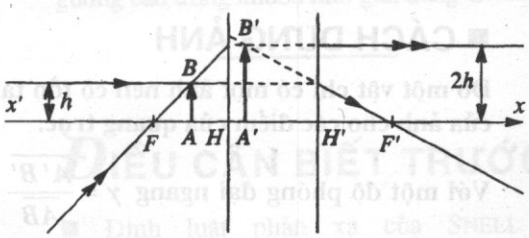
$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = 2 .$$

Một tia song song với quang trục, cách quang trục một đoạn h, ló ra đi qua F'.

Một tia ló song song và cách quang trục một đoạn $2h$ tương ứng với một tia tới đi qua F.

Hai tia tới cắt nhau tại B và các tia đi ra cắt nhau tại B' : B có ảnh là B' và A có ảnh là A', với $\overline{B'A'} = 2\overline{BA}$.

A và A' tương ứng với các điểm cần tìm (*h.18*).



H.18.

Với một độ phóng đại ngang $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ cho trước chỉ tương ứng với một cặp điểm (A, A') trên trục và ngược lại.

ĐIỀU CẦN GHI NHỚ

■ HỆ ĐỒNG TRỤC

Một hệ là đồng trục nếu nó nhận một trục đối xứng tròn xoay. Trục đối xứng đó là quang trục của hệ đồng trục. Một tia tới dọc theo quang trục sẽ không bị lệch. Quang trục biểu diễn vết của một tia sáng.

■ ĐIỀU KIỆN GAUSS

Các tia sáng phải nghiêng ít và không xa so với quang trục.

■ TƯƠNG ĐIỂM VÀ TƯƠNG PHẲNG

Trong các điều kiện của GAUSS, hệ đồng trục sẽ là tương điểm (ảnh của một điểm là một điểm) và tương phẳng (ảnh của một vật có kích thước vuông góc với quang trục sẽ vuông góc với quang trục).

■ TIÊU ĐIỂM VẬT F VÀ TIÊU ĐIỂM ẢNH F'

Một hệ tiêu tụ có hai điểm liên hợp

F **: tiêu điểm vật** $\xrightarrow{S}$ **ảnh ở vô cùng theo hướng của trục ;**

vật ở vô cùng theo hướng của trục $\xrightarrow{S}$ F' **: tiêu điểm ảnh.**

■ TIÊU DIỆN ẢNH

Tiêu diện ảnh là mặt phẳng vuông góc với quang trục và đi qua tiêu điểm ảnh F'.

■ TIÊU DIỆN VẬT

Tiêu diện vật là mặt phẳng vuông góc với quang trục và đi qua tiêu điểm vật F.

■ CÁCH DỰNG ẢNH

Do một vật chỉ có một ảnh nên có tồn tại các hệ thức liên hợp liên hệ các tọa độ của vật và của ảnh cho các điểm của quang trục.

Với một độ phóng đại ngang $\gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ **cho trước chỉ tương ứng với một cặp điểm (AA') trên trục và ngược lại.**

GƯƠNG CẦU 6

Mở đầu

Người ta gặp các gương cầu ở đâu ?

Trong cuộc sống hàng ngày việc sử dụng các gương cầu là thường gặp.

Một số gương chiếu hậu của xe cộ, một số gương soi, các gương theo dõi trong các cửa hiệu... là các gương cầu lồi.

Ai không tự soi mình trong một chiếc thìa nhỏ ?

Với phần lồi ảnh là thuận và với phần lõm ảnh là ngược.

Các gương cầu (thông thường là gương lõm) là các thành phần quan trọng của các thiết bị vật lí khác nhau như một số kính viễn vọng.

Các gương cầu lõm cũng được sử dụng để tập trung ánh sáng vào tiêu điểm của chúng, nghĩa là để tập trung năng lượng.

Nguyên tắc hoạt động này được sử dụng bởi các anten thu và phát sóng điện từ với các vệ tinh.

Mục tiêu

■ Sự cấu tạo (và sự liên kết) đối với các gương cầu trong khuôn khổ gần đúng GAUSS.

Điều cần biết trước

■ Định luật phản xạ của SNELL - DESCARTES.

■ Cách tạo ảnh.

■ Tương điểm và tương phẳng chính xác và gần đúng.

■ Các khai triển giới hạn bậc 1, 2...

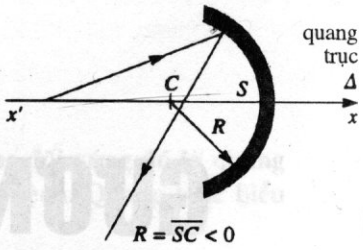
1 Giới thiệu các gương cầu

1.1. Định nghĩa

Gương cầu tạo bởi một mặt cầu phản xạ tâm C. Giả sử một trục $(x'x)$ đi qua tâm C, nó cắt mặt cầu tại S. Gương cầu được xác định bởi tâm C và đỉnh S của nó, C và S nằm trên trục $(x'x)$ (trục đối xứng) gọi là quang trục của gương. Bán kính được định nghĩa theo cách đại số :

$$R = \overline{SC}.$$

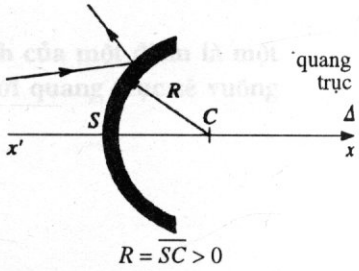
Có tồn tại hai loại gương cầu : gương cầu lõm (*h.*1a) và gương cầu lồi (*h.*1b).



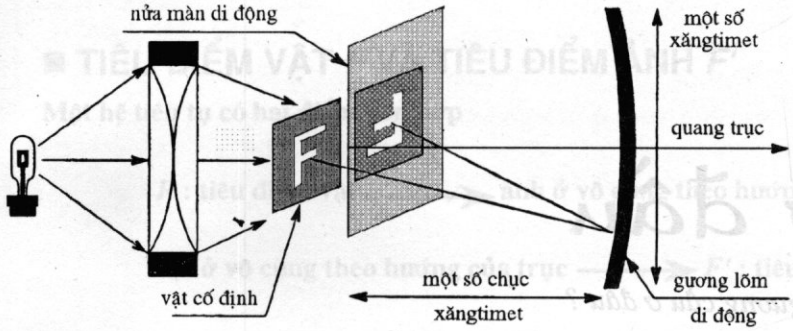
H.1a. *Gương lõm.*

1.2. Một vài thao tác đơn giản với một gương cầu

Lấy một gương cầu lõm có bán kính khoảng – 30 cm (R = 30 cm) và được lắp vào một đĩa đường kính khoảng 5 cm và thực hiện sơ đồ tương ứng với *hình* 2.



H.1b. *Gương lồi.*



◀ **H.2.** *Tìm ảnh thật của vật thật.*

1.2.1. Nửa màn ở trong mặt phẳng của vật

Ta dịch chuyển từ từ gương cầu. Lúc đó có tồn tại một vị trí của gương mà ở vị trí đó ta nhận được trên nửa màn một ảnh rõ nét ngược chiều vật (vậy ảnh đó là thật) có cùng kích thước với vật. Chúng ta sẽ thấy là ta vừa mới chứng tỏ bằng thực nghiệm tâm C của gương, tâm đó là liên hợp với chính nó (độ phóng đại ngang $\gamma = -1$).

1.2.2. Nửa màn không ở trong mặt phẳng của vật

So với vị trí trước đây ta đưa gương ra xa so với vật (khoảng một số xăngtimet) và dịch chuyển nửa màn. Lúc đó sẽ tồn tại một vị trí của nửa màn (khi dịch chuyển về phía gương) mà ở vị trí đó ta nhận được một ảnh rõ nét luôn luôn ngược chiều với vật (vậy ảnh đó luôn luôn là thật) với kích thước nhỏ hơn vật.

Nếu ta lại dịch chuyển gương lại gần vật (luôn luôn một số xăngtimet) lúc đó lại phải đưa nửa màn ra xa gương để nhận được một ảnh rõ nét luôn luôn ngược chiều (ảnh luôn luôn là thật) nhưng với kích thước ngang lớn hơn vật.

1.2.3. Các kết luận đối với các quan sát đó

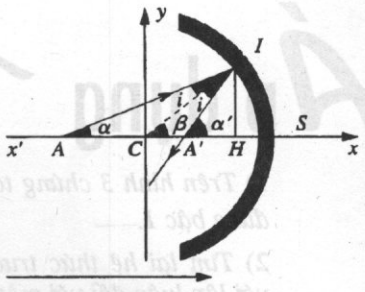
- Các ảnh là rõ nét, ta có tương điểm (tương điểm gần đúng).
- Các vật và ảnh đều vuông góc với quang trục, ta có tương phẳng (tương phẳng gần đúng).

2 Tương điểm và tương phẳng

2.1. Tương điểm gần đúng trên trục

Xét tia tới AI xuất phát từ điểm A trên trục của gương. Các điểm A, C và I định nghĩa mặt phẳng tới.

Các định luật SNELL - DESCARTES cho phép ta vẽ được một sơ đồ trong mặt phẳng đó. Tia phản xạ sẽ cắt trục tại điểm A' (*h*.3).



hướng của tia tới

H.3.

Ta xét trong khuôn khổ của gần đúng GAUSS : các góc α, α', i và β ở *hình* 3 đều nhỏ ; ở gần đúng bậc 1, chúng xấp xỉ tang của chúng và CH xấp xỉ CS (*x. áp dụng* 1).

Chúng ta lập luận theo hình vẽ 3 với các góc α, α', i và β không định hướng và dương.

Tổng ba góc của các tam giác AIC và $A'IC$ bằng π, vậy $i = \beta - \alpha$ và $i = \alpha' - \beta$. Với gần đúng bậc 1, ta có :

$$\alpha = -\frac{\overline{HI}}{\overline{SA}} > 0,\ \alpha' = -\frac{\overline{HI}}{\overline{SA'}} > 0 \text{ và } \beta = -\frac{\overline{HI}}{\overline{SC}} > 0,$$

từ đó :

$$\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

Trong sự gần đúng này, vị trí của điểm A' không phụ thuộc vào việc chọn tia sáng gần trục xuất phát từ A ; vị trí đó tương ứng với ảnh A' của A trong các điều kiện của GAUSS, điều đó bảo đảm sự tương điểm gần đúng của gương cầu trên trục của gương, điều mà chúng ta đã thấy một cách định tính ở *chương* 5.

Với mọi điểm của quang trục của một gương ta có sự tương điểm gần đúng.

A' là ảnh của A qua gương (đó là hai điểm liên hợp). Vị trí của A và A' được liên hệ với nhau bởi hệ thức liên hợp :

$$A \xrightarrow{\text{gương cầu}} A'$$

$$\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}} \text{ (hệ thức DESCARTES).}$$

Ta cũng có :

$$A' \xrightarrow{\text{gương cầu}} A$$

Chú ý :

Hệ thức này của DESCARTES là vô cùng quan trọng. Với một điểm A ta có thể kết hợp với một ảnh và chỉ một ảnh duy nhất A', và ngược lại, với một ảnh A', có tồn tại một vật duy nhất A.

Hệ thức đó, tuy nhận được trong một trường hợp đặc biệt, là tổng quát, dù gương cầu là lõm hoặc lồi.

Áp dụng 1

1) *Trên hình 3 chứng tỏ rằng* $\overline{CH} = \overline{CS}$ *ở gần đúng bậc 1.*

2) *Tìm lại hệ thức trước đây của* DESCARTES *với lập luận đối với một gương lồi.*

1) Ta lập luận đối với môđun : $CS = CI = R$.

Áp dụng định lí PYTHAGORE, ta có :

$$CH^2 = R^2 - y^2 \text{ , với } y = HI.$$

Nếu $y << R$, $\dfrac{y}{R}$ là một vô cùng bé bậc 1, từ đó

$$\frac{CH}{CS} = \left(1 - \frac{y^2}{R^2}\right)^{\frac{1}{2}} \approx 1 - \frac{y^2}{2R^2} \approx 1 \text{ ở bậc 1.}$$

2) Lập luận với các góc α, α', i và β không định hướng và dương (*h*.4).

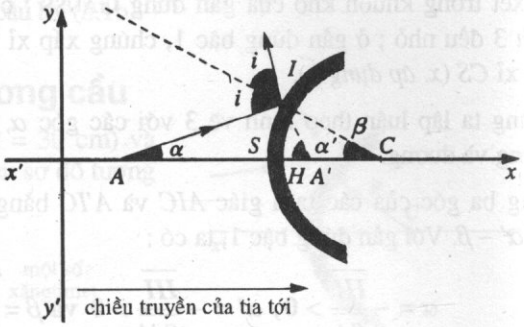
Các hệ thức giữa các góc đó được cho bởi :

$$i = \beta + \alpha \text{ và } i' = \alpha' - \beta.$$

Ở bậc 1 ta có :

$$\alpha = -\frac{\overline{HI}}{\overline{SA}} > 0 \text{ ; } \alpha' = \frac{\overline{HI}}{\overline{SA'}} > 0 \text{ và } \alpha = \frac{\overline{HI}}{\overline{SC}} > 0,$$

từ đó : $\dfrac{1}{\overline{SA}} + \dfrac{1}{\overline{SA'}} = \dfrac{2}{\overline{CS}}$.



H.4.

2.2. Các điểm đặc biệt

2.2.1. Tâm *C*

Mọi tia sáng qua *C* tới vuông góc với gương và quay trở lại trên chính nó sau khi phản xạ và lại đi qua *C*.

Do tính chất này là có hiệu lực với bất kì độ nghiêng nào của tia tới, vậy ta có tương điểm chính xác.

Tâm *C* của gương cầu là liên hợp với chính nó :

$$C \xrightarrow[\text{gương cầu}]{\text{tương điểm chính xác}} C$$

2.2.2. Đỉnh *S* của gương

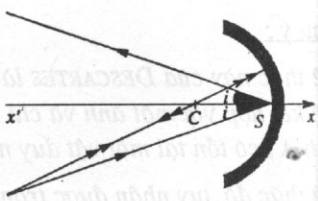
Mọi tia sáng đến *S* trên gương sẽ phản xạ đối xứng ở *S* (*h*.5).

Đỉnh *S* của gương cầu là liên hợp với chính nó :

$$S \xrightarrow[\text{gương cầu}]{\text{tương điểm chính xác}} S$$

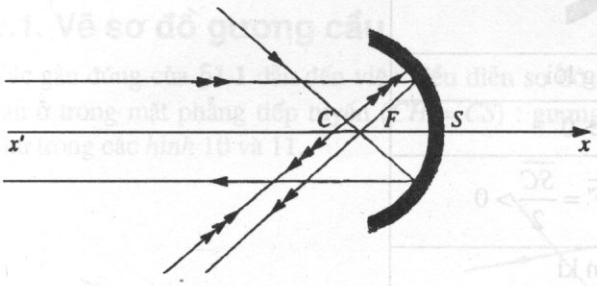
2.2.3. Tiêu điểm chính *F*

Giả sử một điểm *A* ở vô cùng trên trục $\left(\dfrac{1}{\overline{SA}} = 0\right)$. Điều đó tương ứng với một chùm sáng song song với quang trục đến gương.

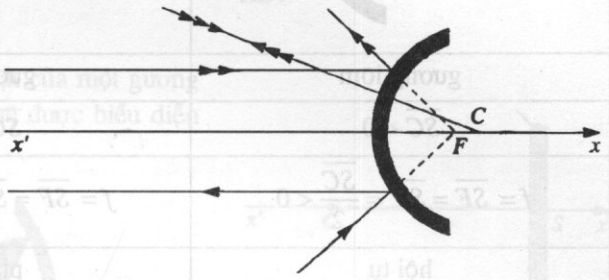


H.5.

Ta xét trong các điều kiện của GAUSS. Theo định nghĩa, chùm đó đi đến điểm A' gọi là tiêu điểm ảnh của hệ (F') nằm trên quang trục. Theo sự đảo chiều ánh sáng, điểm liên hợp của A' là một ảnh điểm ở vô cùng trên quang trục. Vậy A' cũng biểu diễn tiêu điểm vật (F). Tiêu điểm vật và tiêu điểm ảnh là trùng nhau nhưng không phải là hai điểm liên hợp. Ta kí hiệu điểm đó bằng F.



H.6a. *Gương lõm.*



H.6b. *Gương lồi.*

Hệ thức DESCARTES cho ta vị trí của tiêu điểm F :

$$\overline{CF} = \frac{\overline{CS}}{2}.$$

Chúng ta thấy tiếp đó là với một gương lõm tiêu điểm ảnh là thật ($\overline{SF} < 0$) (*h.*6a và b), với một gương lồi nó là ảo ($\overline{SF} > 0$) (*h.*6b).

Các tiêu điểm ảnh và vật trùng nhau tại F :

điểm ở vô cùng trên trục $\xrightarrow{\text{gương cầu}}$ **F' (tiêu điểm ảnh)**

F (tiêu điểm vật) $\xrightarrow{\text{gương cầu}}$ **điểm ở vô cùng trên trục**

ta có tương điểm gần đúng

F là điểm giữa của đoạn CS vì rằng hệ thức DESCARTES cho ta :

$$\overline{CF} = \frac{\overline{CS}}{2}.$$

Mặt phẳng vuông góc qua F được gọi là **tiêu diện.**

2.3. Tiêu cự, độ tụ

Tiêu cự được định nghĩa bởi :

$$f = f' = \overline{SF} = \overline{SF'} = \frac{R}{2},$$

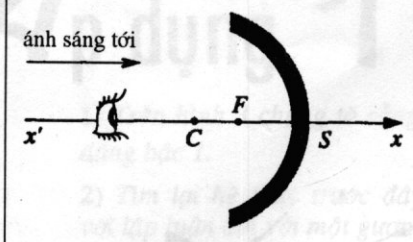
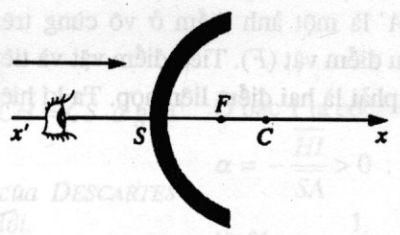
và độ tụ của gương cầu bởi :

$$\mathrm{V} = \frac{1}{\overline{SF}} = \frac{1}{\overline{SF'}} = \frac{2}{\overline{SC}} = \frac{2}{R}.$$

Đơn vị đo độ tụ là m^{-1}, được gọi là **điôp** và kí hiệu bằng δ.

Một gương được gọi là hội tụ nếu độ tụ là âm và phân kì nếu độ tụ là dương.

2.4. Phân loại các gương

	
gương lõm	gương lồi
$\overline{SC} < 0$	$\overline{SC} > 0$
$f = \overline{SF} = \overline{SF'} = \dfrac{\overline{SC}}{2} < 0$	$f = \overline{SF} = \overline{SF'} = \dfrac{\overline{SC}}{2} > 0$
hội tụ	phân kì
F thật	F ảo

◀ H.7.

2.5. Tương phẳng gần đúng

Xét quang trục của một gương cầu (*h*.8). Trên trục đó A và A' là hai điểm liên hợp với nhau (tương điểm gần đúng). A' là điểm liên hợp của A :

$A \xrightarrow{\text{gương}} A'$

Ta xét sự quay tập hợp quang học {gương - trục} một góc ω nhỏ quanh C trong mặt phẳng của sơ đồ.

Sự biến đổi này không làm gương thay đổi. Điểm A chuyển sang B, và A' sang B' như chỉ rõ trên hình vẽ. Vậy B và B' cũng là các điểm liên hợp của nhau giống như A và A' : $B \xrightarrow{\text{gương}} B'$.

Do ω nhỏ nên các vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{A'B'}$ đều vuông góc với quang trục.

Ở lân cận trục, các mặt phẳng vuông góc chứa A và A' là các mặt phẳng liên hợp tạo bởi gương cầu ; gương cầu là tương phẳng trong khuôn khổ gần đúng của GAUSS.

$A \xrightarrow{\text{gương}} A'$ và $B \xrightarrow{\text{gương}} B'$: gương cầu có tương điểm gần đúng.

Trong khuôn khổ gần đúng GAUSS, các gương cầu có tương điểm và tương phẳng gần đúng.

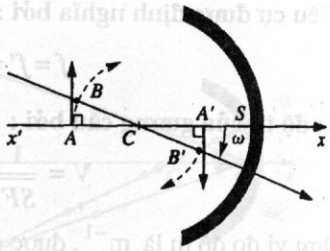
2.6. Tiêu diện

Gương cầu là tương điểm và tương phẳng (tương điểm và tương phẳng trong gần đúng của GAUSS) với mọi điểm của quang trục :

• Một điểm ở vô cùng ngoài quang trục có ảnh nằm trong mặt phẳng đi qua F', nghĩa là qua F. Mặt phẳng vuông góc qua F gọi là tiêu diện.

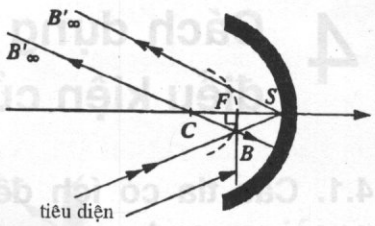
• Ngược lại, một điểm B của tiêu diện có một ảnh B' ở vô cùng (ảnh của F là ở vô cùng trên trục).

Tiêu diện là mặt phẳng vuông góc quang trục đi qua $F \equiv F'$. F là tiêu điểm của gương.



H.8.

Hướng của B' (ở vô cùng) nhận được bằng cách sử dụng tia sáng phát ra từ B đi qua C (hoặc qua S) như được chỉ trên *hình* 9. Theo sự đảo chiều ánh sáng, B cũng là ảnh của điểm vật B' ở vô cùng.

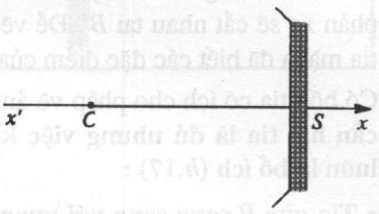


H.9.

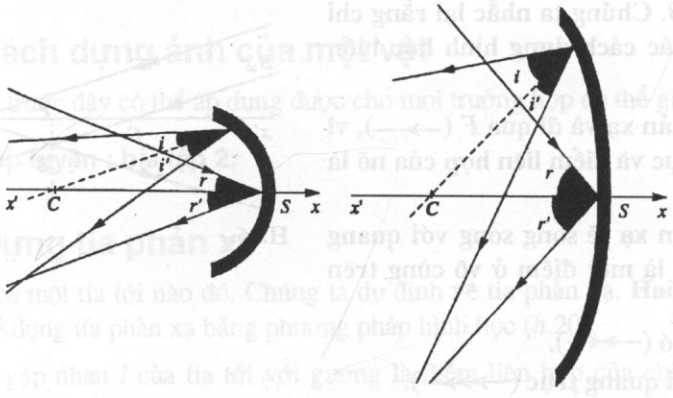
3 Mô tả các gương cầu trong gần đúng GAUSS

3.1. Vẽ sơ đồ gương cầu

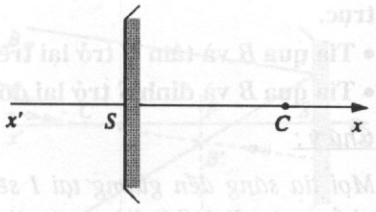
Các gần đúng của §1.1 dẫn đến việc biểu diễn sơ đồ mặt của một gương cầu ở trong mặt phẳng tiếp tuyến ($CH = CS$) : gương sẽ được biểu diễn như trong các *hình* 10 và 11.



H.10. *Gương cầu lõm.*



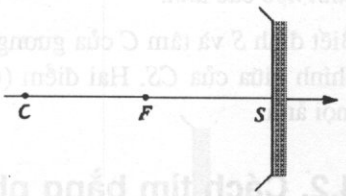
H.12. *Hình phải là do hình trái dãn nhiều theo phương thẳng đứng. Chú ý rằng các góc i và i' bằng nhau ở hình trái lại tỏ ra khác nhau ở hình đã dãn ra (i dường như lớn hơn i').*



H.11. *Gương cầu lồi.*

Để dễ đọc, các sơ đồ được vẽ với một tỉ lệ theo phương thẳng đứng (*h*.12) lớn hơn nhiều theo phương nằm ngang, tuy nhiên phải thấy là các điều kiện của GAUSS vẫn được hiểu ngầm : đó là **sự sơ đồ hóa của GAUSS.**

Trên sơ đồ của GAUSS như chỉ rõ ở sơ đồ trên các định luật DESCARTES chỉ được kiểm chứng hình học ở *S*.



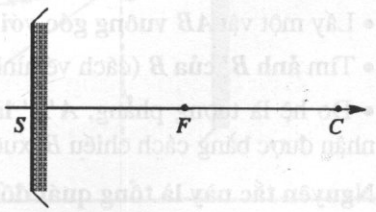
H.13. *Gương cầu lõm.*

3.2. Các điểm đặc biệt

Tâm C, tiêu điểm F và đỉnh S sẽ được biểu diễn như trên các hình 13 và 14, với $\overline{SF} = \dfrac{\overline{SC}}{2}$.

3.3. Tiêu diện

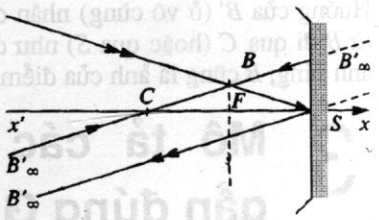
Gương cầu là tương điểm và tương phẳng (tương điểm và tương phẳng gần đúng) với mọi điểm của quang trục :một điểm ở vô cùng ngoài quang trục sẽ có ảnh của nó trong mặt phẳng qua F. Mặt phẳng vuông góc qua F là tiêu diện.



H.14. *Gương cầu lồi.*

Cũng vậy, một điểm B của tiêu diện có một ảnh B' ở vô cùng. Hướng của B' (ở vô cùng) nhận được bằng cách sử dụng một tia phát từ B qua C (hoặc qua S) như được chỉ trên các hình 15 và 16.

4 Cách dựng hình học trong các điều kiện của GAUSS



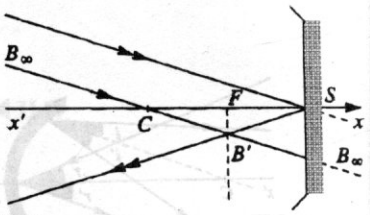
H.15.

4.1. Các tia có ích để dựng điểm B' ảnh của B ngoài quang trục

Chúng ta thường gặp trường hợp sau đây : tìm ảnh B' của một điểm B nằm ngoài quang trục bằng phương pháp hình học.

Do hệ là tương điểm vậy chỉ cần hai tia là đủ : hai tia đi qua B sau khi phản xạ sẽ cắt nhau tại B'. Để vẽ B' ta sẽ chọn các tia "có ích", đó là các tia mà ta đã biết các đặc điểm của chúng.

Có bốn tia có ích cho phép vẽ ảnh B' của B. **Chúng ta nhắc lại rằng chỉ cần hai tia là đủ nhưng việc kiểm tra các cách dựng hình học luôn luôn là bổ ích (*h*.17) :**



H.16.

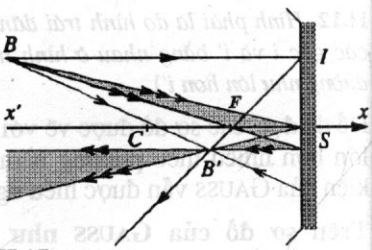
- **Tia qua B song song với quang trục phản xạ và đi qua F (→—), vì tia đó đến từ một điểm ở vô cùng trên trục và điểm liên hợp của nó là F' (trùng với F).**
- **Tia qua B và tiêu điểm F sau khi phản xạ sẽ song song với quang trục (→→—), vì điểm liên hợp của F là một điểm ở vô cùng trên trục.**
- **Tia qua B và tâm C trở lại trên chính nó (→←).**
- **Tia qua B và đỉnh S trở lại đối xứng với quang trục (→→→).**

Chú ý :

Mọi tia sáng đến gương tại I sẽ trở lại từ I ; vậy mọi điểm trong mặt phẳng của đỉnh S là liên hợp với chính nó.

Chúng ta cần phải xác nhận là các tia đó cắt nhau tại một điểm duy nhất B'.

Chúng ta vừa chứng tỏ là các tia có ích cho phép tất cả các cách dựng hình học các ảnh.



H.17.

Biết đỉnh S và tâm C của gương cầu cho phép xác định được F ($F = F'$) ở chính giữa của CS. Hai điểm (C và F hoặc S và F) là đủ để dựng được mọi ảnh.

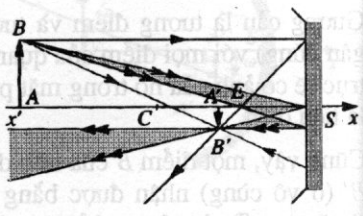
4.2. Cách tìm bằng phương pháp hình học ảnh A' của một vật A trên quang trục

Để tìm A' ta sử dụng các tính chất tương điểm và tương phẳng của hệ đồng trục đó : gương cầu.

- Lấy một vật **AB vuông góc với quang trục.**
- Tìm **ảnh B' của B** (cách vẽ hình học trước đây).
- Do hệ là tương phẳng, **$A'B'$ là vuông góc với quang trục** : điểm A' nhận được bằng cách chiếu B' xuống quang trục của hệ đồng trục.

Nguyên tắc này là tổng quát đối với mọi hệ đồng trục.

Cách dựng ảnh A' của A được biểu diễn trên *hình* 18.

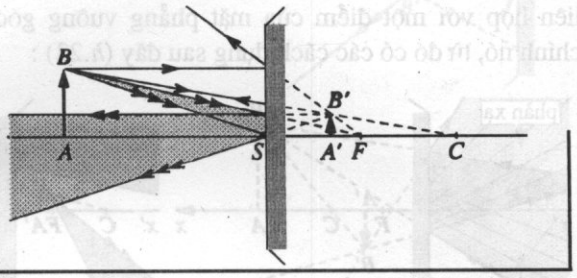


H.18.

Áp dụng 2

Dựng ảnh A'B' của một vật AB vuông góc với quang trục trong trường hợp một gương cầu lồi.

Cần luôn luôn tuân theo cùng nguyên tắc (*h*.19) và chú ý rằng chỉ cần hai tia là đủ.



H.19. ▶ *Dựng ảnh A' của A đối với gương cầu lồi.*

4.3. Cách dựng ảnh của một vật

Kĩ thuật trước đây có thể áp dụng được cho mọi trường hợp có thể gặp.

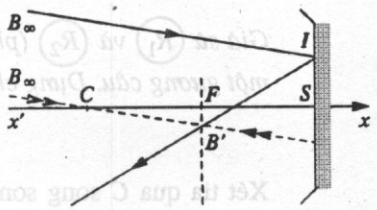
▶ **Để tập luyện : bài tập 2.**

4.4. Dựng tia phản xạ

Giả sử có một tia tới nào đó. Chúng ta dự định vẽ tia phản xạ. **Hai điểm là đủ** để dựng tia phản xạ bằng phương pháp hình học (*h*.20).

• Điểm gặp nhau *I* của tia tới với gương là điểm liên hợp của chính nó (đã biết).

• Tia đó đến từ một điểm B_∞ ở vô cực : ảnh của nó là một điểm *B'* nằm trong tiêu diện (ở đây nó đóng vai trò là tiêu diện ảnh) sao cho *B'C* là song song với tia tới (tia *B'C* đến từ cùng điểm B_∞).



H.20. *Vẽ tia phản xạ.*

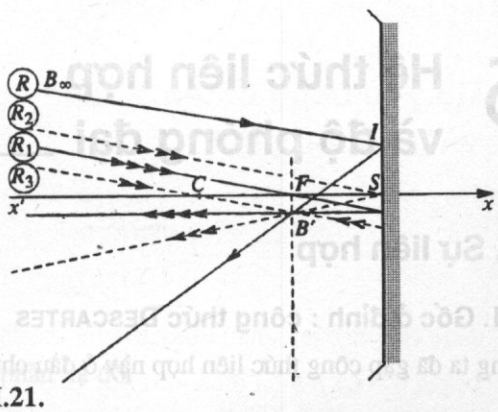
Áp dụng 3

Tìm các tia khác cho phép tìm được tia phản xạ tương ứng với tia tới (*R*).

Các tia đó được vẽ trên hình 21. Một tia song song (R_1) với tia tới (đến từ B_∞), qua *F*, sau khi phản xạ sẽ trở lại song song với quang trục và đi qua *B'* trong tiêu diện.

Một tia (R_2) song song với tia tới (đến từ B_∞) qua *S*, sau khi phản xạ sẽ trở lại đối xứng với quang trục và đi qua điểm *B'* trong tiêu diện.

Tia (R_3) đi qua *C* và song song với tia tới sẽ trở lại trên chính nó.



H.21.

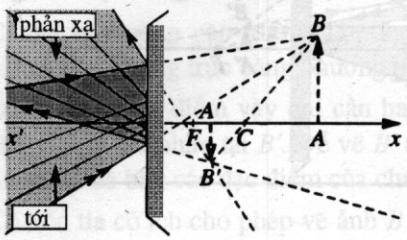
▶ **Để tập luyện : bài tập 1.**

4.5. Vẽ một chùm tia

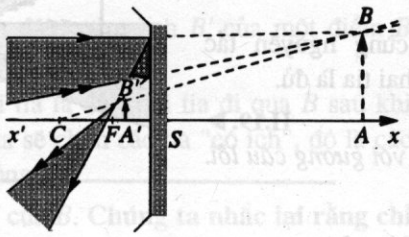
Giả sử một chùm được phân định bởi hai tia giới hạn.

Lời giải thứ nhất là dựng hai tia phản xạ tương ứng.

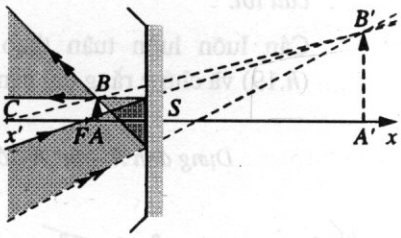
Lời giải thứ hai, khi biết $A'B'$ và AB, là sử dụng tính chất sau đây : điểm liên hợp với một điểm của mặt phẳng vuông góc quang trục qua S là chính nó, từ đó có các cách dựng sau đây ($h.22$) :



H.22a.



H.22b.

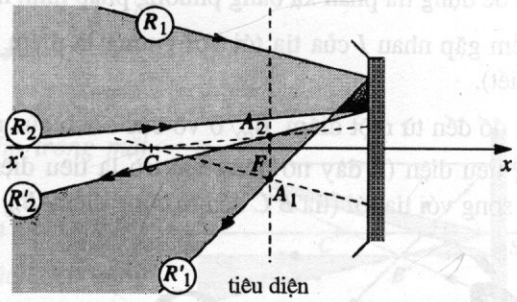


H.22c.

Áp dụng 4

Giả sử (R_1) *và* (R_2) *(phân định một chùm) tới một gương cầu. Dựng chùm phản xạ.*

Xét tia qua C song song với (R_1). Điểm cắt của nó với tiêu diện ảnh cho ta điểm A_1. Tia phản xạ (R'_1) đi qua điểm A_1 này. Thực hiện cách dựng tương tự với tia (R_2). Chúng ta có ngay chùm phản xạ.



H.23.

5 Hệ thức liên hợp và độ phóng đại

5.1. Sự liên hợp

5.1.1. Gốc ở đỉnh : công thức DESCARTES

Chúng ta đã gặp công thức liên hợp này ở đầu chương :

$$\frac{1}{\overline{SA}}+\frac{1}{\overline{SA'}}=\frac{2}{\overline{SC}} \text{ hay } \frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f} \text{ với kí hiệu } p=\overline{SA} \text{ và } p'=\overline{SA'}.$$

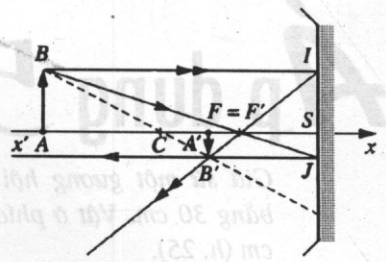
5.1.2. Gốc ở tiêu điểm : công thức NEWTON

Với cách dựng cơ sở được nhắc lại ở hình 24, kể đến các tam giác đồng dạng, ta có :

$$ABF \text{ và } SJF : \frac{\overline{AB}}{\overline{AF}} = \frac{\overline{SJ}}{\overline{SF}} \qquad (1)$$

$$A'B'F' \text{ và } SIF' : \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A'F'}} = \frac{\overline{SI}}{\overline{SF'}} \qquad (2)$$

với $\overline{SJ} = \overline{A'B'}$ và $\overline{SI} = \overline{AB}$



H.24.

Nhân vế với vế của (1) và (2) và biết rằng với một hệ phản xạ F trùng với F', ta nhận được :

$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = \overline{FS} \cdot \overline{F'S'} = ff' = f^2 = \frac{R^2}{4}.$$

5.1.3. Gốc ở tâm : công thức DESCARTES

Cho tâm C đóng vai trò của gốc tọa độ ta có :

$$\overline{FA} = \overline{CA} - \overline{CF} \text{ và } \overline{FA'} = \overline{CA'} - \overline{CF}.$$

Đưa các hệ thức này vào công thức liên hợp của NEWTON :

$$\frac{\overline{CS}}{2} \cdot \overline{CA} + \frac{\overline{CS}}{2} \cdot \overline{CA'} - \overline{CA} \cdot \overline{CA'} = 0.$$

Chia cho tích $\overline{CA} \cdot \overline{CA'} \cdot \overline{CS}$. Ta có :

Công thức liên hợp của DESCARTES với gốc ở tâm :

$$\frac{1}{\overline{CA}} + \frac{1}{\overline{CA'}} = \frac{2}{\overline{CS}}.$$

5.2. Độ phóng đại

Nếu $\overline{AB}$ có ảnh là $\overline{A'B'}$, độ phóng đại biểu diễn bởi tỉ số đại số :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}.$$

Nếu $\gamma > 0$, ảnh là thuận chiều (cùng chiều với vật) ; nếu $\gamma < 0$, ảnh là ngược chiều.

5.2.1. Gốc ở tiêu điểm ($F = F'$)

Các hệ thức (1) và (2) kéo theo :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FS}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{FA'}}{\overline{FS}} = \frac{-f}{\overline{FA}} = \frac{\overline{FA'}}{-f} \quad (f = \overline{SF}).$$

5.2.2. Gốc ở tâm

Tia xuất phát từ B đi qua tâm C sẽ đi qua B' không bị lệch :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}.$$

5.2.3. Gốc ở đỉnh

Tia xuất phát từ B đi qua đỉnh S, sẽ đi qua B' sau khi đã chịu phản xạ đối xứng với trục gương :

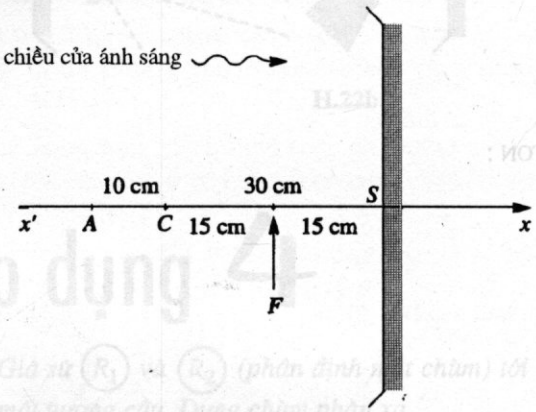
$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}.$$

Áp dụng 5

Giả sử một gương hội tụ có bán kính cong bằng 30 cm. Vật ở phía trước cách tâm C 10 cm (h. 25).

1) *Tìm vị trí của ảnh nhờ ba hệ thức liên hợp trước đây.*

2) *Tìm độ phóng đại nhờ ba công thức về độ phóng đại trước đây.*



H.25.

1) a) Công thức DESCARTES với gốc ở đỉnh :

$$\frac{1}{\overline{SA}}+\frac{1}{\overline{SA'}}=\frac{2}{\overline{SC}} ;$$

$\overline{SA}=-40$ cm và $\overline{SC}=-30$ cm :

$$\overline{SA'}=-24 \text{ cm}.$$

b) Công thức NEWTON với gốc ở tiêu điểm :

$$\overline{FA}.\overline{FA'}=+\frac{R^2}{4} ;$$

$R=-30$ cm và $\overline{FA}=-25$ cm :

$$\overline{FA'}=-9 \text{ cm}.$$

c) Công thức DESCARTES với gốc ở tâm :

$$\frac{1}{\overline{CA}}+\frac{1}{\overline{CA'}}=\frac{2}{\overline{CS}} ;$$

$\overline{CS}=30$ cm và $\overline{CA}=-10$ cm :

$$\overline{CA'}=6 \text{ cm}.$$

2) a) Gốc ở đỉnh :

$$\gamma=-\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}=-\frac{-24}{-40}=-0,6.$$

b) Gốc ở tiêu điểm

$$\gamma=\frac{\overline{FS}}{\overline{FA}}=-0,6 ; \gamma=\frac{\overline{FA'}}{\overline{FS}}=-0,6 .$$

c) Gốc ở tâm :

$$\gamma=\frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}=\frac{6}{-10}=-0,6.$$

Tất cả các giá trị bằng số là tương hợp với nhau. Chúng được so sánh với điều đã mô tả trong tiết **1.2.**

▶ **Để tập luyện : 3, 4 và 5.**

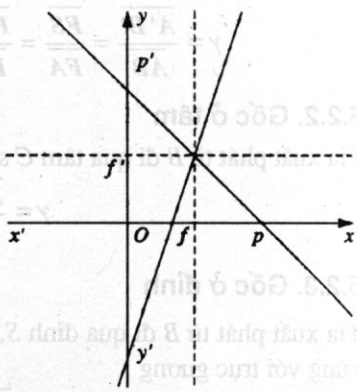
5.3. Thấy rõ bằng đồ thị sự liên hợp và độ phóng đại

Hai đại lượng $p=\overline{SA}$ và $p'=\overline{SA'}$ liên hệ với nhau bởi hệ thức sau :

$$\frac{f}{p}+\frac{f'}{p'}=1 ,$$

f và f' được cho và bằng nhau trong trường hợp của gương.

Với một giá trị của p biểu diễn trên trục $(x'Ox)$ tương ứng với một giá trị của p' biểu diễn trên trục $(y'Oy)$ (*h.*26). Khi p thay đổi ta nhận được một họ đường thẳng. Ta có thể chứng minh rằng tất cả các đường thẳng đó đều đi qua một điểm : điểm nào ?



H.26. *$f = f'$ trong trường hợp một gương cầu.*

Phương trình đường thẳng đi qua các điểm có các tọa độ $(p, 0)$ và $(0, p')$ được viết :

$$y = -\frac{p'}{p}x + p'.$$

Biết $p' = \frac{p'}{p}f + f'$, từ đó ta suy ra :

$$(y - f') = -\frac{p'}{p}(x - f) = \gamma(x - f),$$

trong đó γ là độ phóng đại ngang trong trường hợp gương cầu.

Các đường thẳng đi qua điểm (f, f'), và độ dốc của chúng biểu diễn độ phóng đại ngang.

6 Gương phẳng

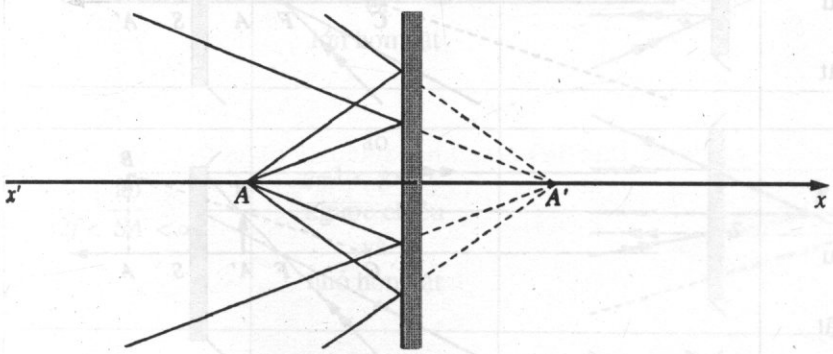
Một gương phẳng có thể coi là một gương cầu có tâm và do đó tiêu điểm F ở vô cùng ($\overline{SF} = \infty$).

Ta có thể lấy lại các cách dựng và các công thức trước đây với C và F ở vô cùng (*h*.27) :

Gương phẳng là một quang hệ vô tiêu ; độ tụ của nó bằng không.

Biết rằng $\frac{1}{SA} + \frac{1}{SA'} = 0$, vậy ảnh A' của A là đối xứng với nhau qua mặt phẳng gương. Công thức liên hợp là $\overline{SA'} = -\overline{SA}$ và độ phóng đại $\gamma = +1$.

Như ta đã thấy trước đây **gương phẳng là một quang hệ có tính tương điểm và tương phẳng chính xác**, ngay cả ngoài phạm vi gần đúng GAUSS.



◀ H.27.

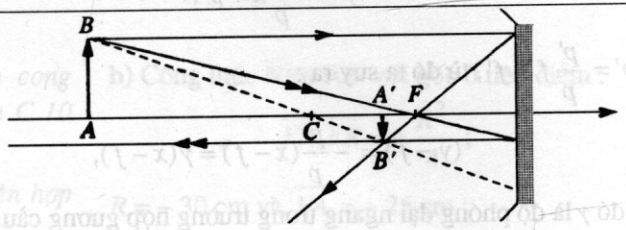
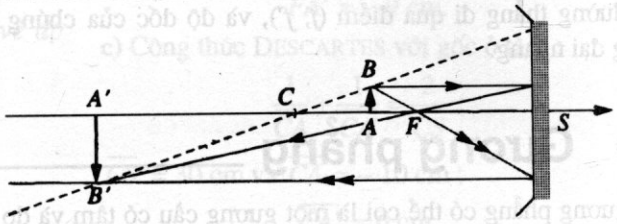
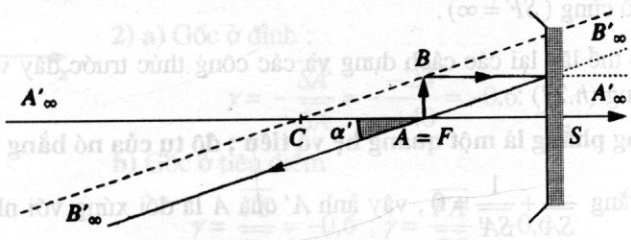
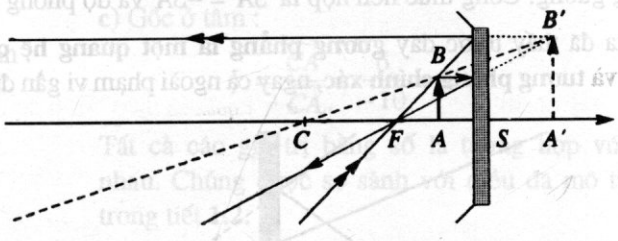
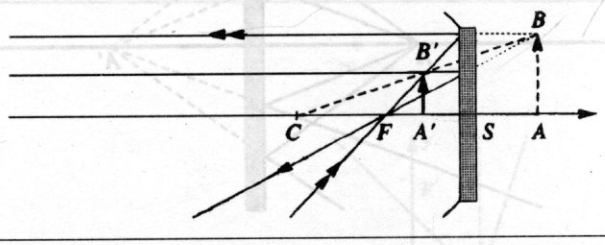
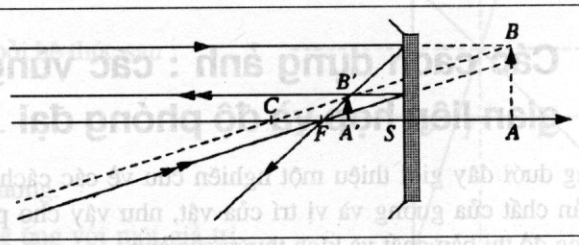
7 Các cách dựng ảnh : các vùng không gian liên hợp và độ phóng đại

Các bảng dưới đây giới thiệu một nghiên cứu về các cách dựng ảnh tùy thuộc bản chất của gương và vị trí của vật, như vậy cho phép nhận biết được bằng đồ thị bản chất và kích thước của ảnh.

Hướng dẫn :

Các cách dựng này được làm lại không cần do dự.

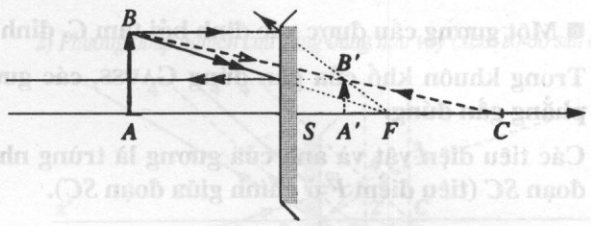
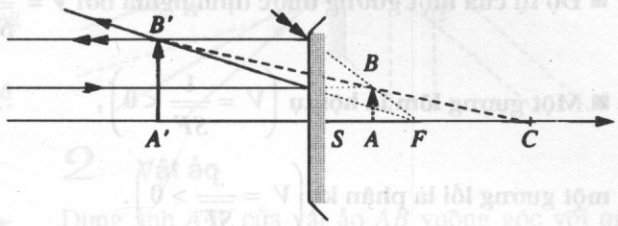
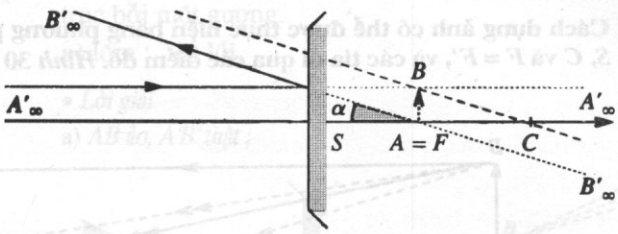
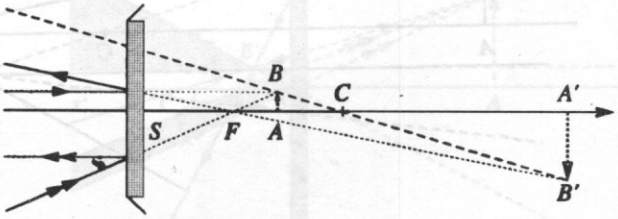
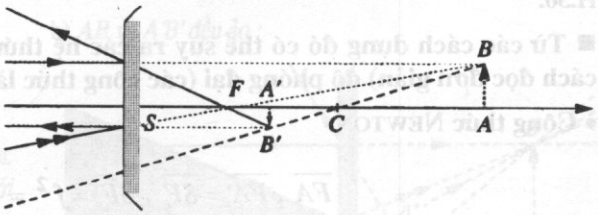
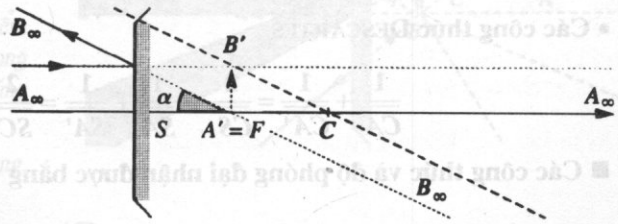
7.1. Gương hội tụ ($f = \overline{SF} < 0$)

vật	ảnh	cách dựng
thật $-\infty < \overline{SA} < 2f$	thật $-1 < \gamma < 0$ ngược chiều và nhỏ hơn vật	
thật $2f < \overline{SA} < f$	thật $-\infty < \gamma < -1$ ngược chiều và lớn hơn vật	
thật ở trong tiêu diện vật $\overline{SA} = f$ $(A \equiv F)$	ở vô cùng $\alpha' = \dfrac{AB}{f}$	
thật ở giữa tiêu diện vật và gương $f < \overline{SA} < 0$	ảo $1 < \gamma < \infty$ cùng chiều và lớn hơn vật	
ảo $0 < \overline{SA} < \infty$	thật $0 < \gamma < 1$ cùng chiều và nhỏ hơn vật	
ở vô cùng thật hoặc ảo $\overline{SA} = \pm\infty$	thật ở trong tiêu diện ảnh $\overline{SA'} = f$	

H.28.

<u>Chú ý :</u> Trường hợp duy nhất nhận được ảnh ảo tương ứng với vật thật nằm giữa tiêu diện vật và gương.

7.2. Gương phân kì ($f = \overline{SF} > 0$)

vật	ảnh	cách dựng
thật $\overline{SA} < 0$	ảo $0 < \gamma < 1$ cùng chiều và nhỏ hơn vật	
ảo ở giữa tiêu diện vật và gương $0 < \overline{SA} < f$	thật $-\infty < \gamma < -1$ cùng chiều và lớn hơn vật	
ảo ở trong tiêu diện vật $\overline{SA} = f$	ở vô cùng $\alpha' = \dfrac{AB}{f}$	
ảo $f < \overline{SA} < 2f$	ảo $-\infty < \gamma < -1$ ngược chiều và lớn hơn vật	
ảo $2f < \overline{SA} < \infty$	ảo $-1 < \gamma < 0$ ngược chiều và nhỏ hơn vật	
ở vô cùng thật hoặc ảo $\overline{SA} = \pm\infty$	ảo ở trong tiêu diện ảnh $\overline{SA'} = f'$ $(A' \equiv F)$	

H.29.

Chú ý : Trường hợp duy nhất nhận được ảnh thật tương ứng với vật ảo nằm giữa gương và tiêu diện vật.

ĐIỀU CẦN GHI NHỚ

■ Một gương cầu được xác định bởi tâm C, đỉnh S và quang trục của nó đi qua C và S.

Trong khuôn khổ của gần đúng GAUSS, các gương cầu có tính tương điểm và tính tương phẳng gần đúng.

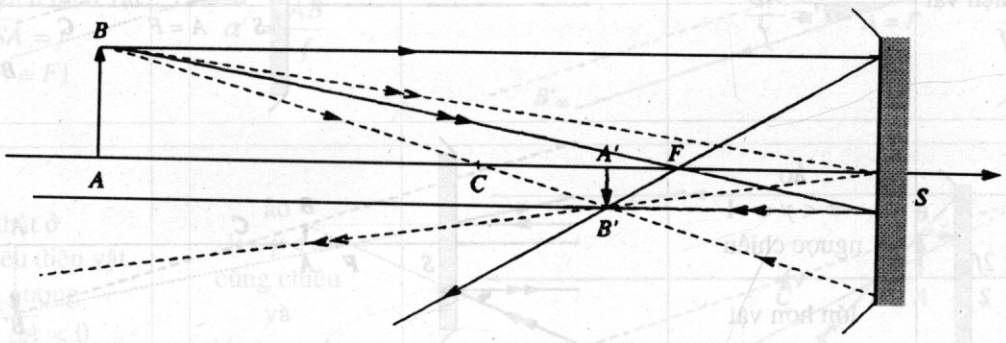
Các tiêu diện vật và ảnh của gương là trùng nhau và trùng với mặt phẳng trung trực của đoạn SC (tiêu điểm F ở chính giữa đoạn SC).

■ Độ tụ của một gương được định nghĩa bởi $V = \frac{1}{\overline{SF}} = \frac{2}{\overline{SC}}$.

■ Một gương lõm là hội tụ $\left(V = \frac{1}{\overline{SF}} < 0\right)$,

một gương lồi là phân kì $\left(V = \frac{1}{\overline{SF}} > 0\right)$.

Cách dựng ảnh có thể được thực hiện bằng phương pháp hình học bằng cách sử dụng các điểm S, C và $F = F'$, và các tia đi qua các điểm đó. *Hình* 30 tóm tắt các cách dựng cơ bản :



H.30.

■ Từ các cách dựng đó có thể suy ra các hệ thức liên hợp khác nhau và nhận được (bằng cách đọc đơn giản) độ phóng đại (các công thức là có ngay ; cần chú ý dấu !) :

• Công thức NEWTON

$$\overline{FA} \cdot \overline{FA'} = \overline{SF} \cdot \overline{SF'} = f^2 = \frac{R^2}{4} \; ; \gamma = \frac{\overline{FS}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{FA'}}{\overline{FS}}.$$

• Các công thức DESCARTES

$$\frac{1}{\overline{CA}} + \frac{1}{\overline{CA'}} = \frac{2}{\overline{CS}} \; ; \; \frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}} \; ; \gamma = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} \; ; \gamma = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}.$$

■ Các công thức và độ phóng đại nhận được bằng việc đọc trực tiếp trên *hình* 30.

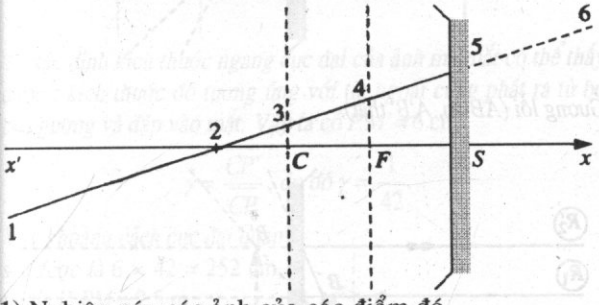
BÀI TẬP

ÁP DỤNG TRỰC TIẾP BÀI GIẢNG

1 Gương lõm

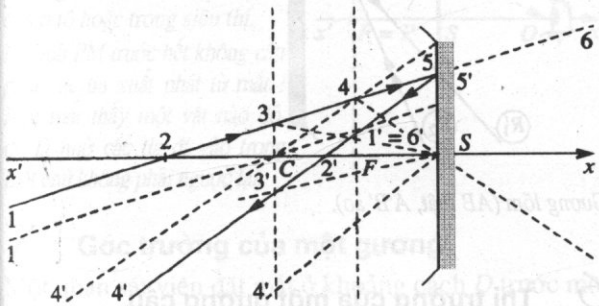
Một tia tới nào đó đập vào một gương lõm.

Nó đến từ 1 ở vô cùng, cắt quang trục tại điểm 2, mặt phẳng vuông góc qua C tại 3, tiêu diện qua 4, gương qua 5 và hướng đến điểm 6 ở vô cùng.



1) Nghiên cứu các ảnh của các điểm đó.

2) Khảo sát trường hợp của một gương lồi.



• *Lời giải*

1) *Ảnh 5' của 5 trùng với 5.*

1 và 6 là đồng nhất : 1 và 6 định nghĩa cùng hướng của tia tới.

Ảnh 1' của 1 : 1 là ở vô cùng nên ảnh 1' của nó ở trong tiêu diện. Để xác định 1' ta lấy điểm gặp nhau của tia qua C, *song song với tia tới, với tiêu diện.*

Ảnh 3' của 3 : 3 ở trong mặt phẳng vuông góc qua C. C *là điểm liên hợp của chính nó. Do hệ là tương phẳng nên 3' nằm trong cùng mặt phẳng đó. Tia phát ra từ 3 đến* S *phản xạ trở lại đối xứng với quang trục. Vậy 3' là đối xứng với 3 đối với* C.

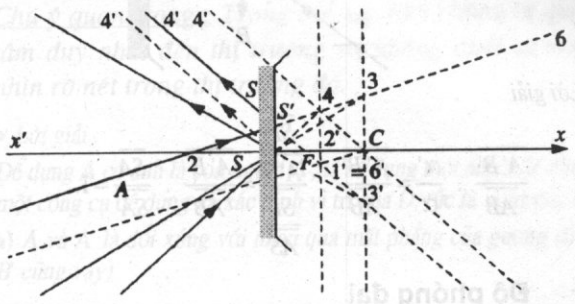
Ảnh 4' của 4 : 4 nằm trong tiêu diện, vậy ảnh 4' của nó ở vô cùng. 4' nhận được bằng cách vạch một đường thẳng qua 4 và C.

Kiểm nghiệm : các điểm 1', 3', 4' và 5' là thẳng hàng.

Ảnh 2' của 2 : 2 ở trên trục nên 2' cũng vậy : 2' là điểm gặp nhau của tia phản xạ với quang trục.

Có tồn tại các cách vẽ khác để kiểm tra các điểm khác nhau.

2) *Phương pháp nghiên cứu cũng đúng như vậy (xem sơ đồ sau đây).*



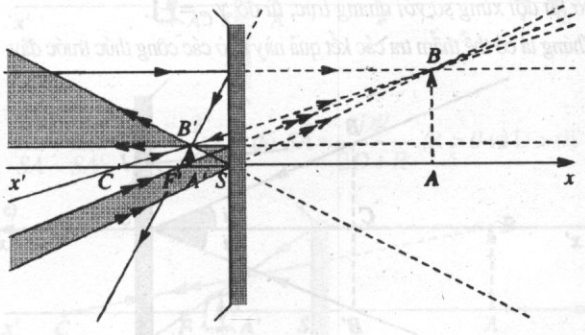
2 Vật ảo

Dựng ảnh $A'B'$ của vật ảo AB vuông góc với quang trục bởi một gương.

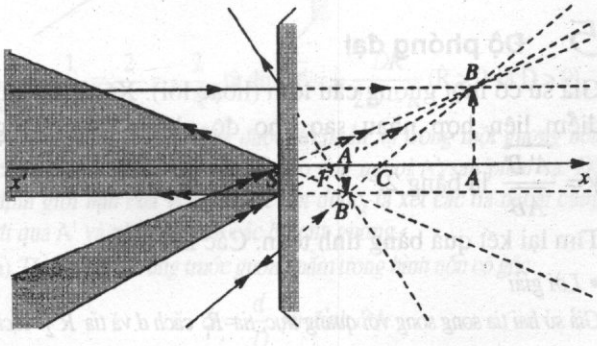
a) lõm ; **b)** lồi.

• *Lời giải*

a) *AB ảo, A'B' thật ;*



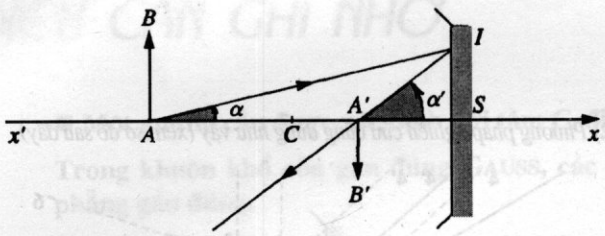
b) *AB và A'B' đều ảo ;*



3 Bất biến Lagrange - Helmholtz

Người ta gọi bất biến LAGRANGE - HELMHOLTZ là lượng $\overline{AB}.\alpha$.

Chứng minh rằng ta có : $\overline{AB}.\alpha = -\overline{A'B'}.\alpha'$.



• *Lời giải*

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \cdot \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \cdot \frac{\overline{SI}}{\overline{A'S}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \cdot \frac{\overline{SA}}{\overline{SA'}} = 1.$$

$$\frac{\overline{SI}}{\overline{AS}}$$

4 Độ phóng đại

Hỏi độ phóng đại đối với :

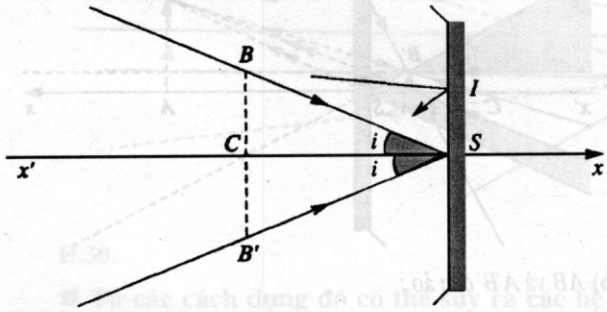
a) điểm S ? **b)** điểm C ?

• *Lời giải*

a) S *là điểm liên hợp với chính nó.* I *là điểm liên hợp với chính nó, vậy* $\gamma_S = +1$.

b) C *là điểm liên hợp của chính nó. Ảnh* CB' *của* CB *nằm trong mặt phẳng của* CB. *Một tia phát ra từ* B *hướng đến* S *sẽ phản xạ trở lại đối xứng so với quang trục, từ đó* $\gamma_C = -1$.

Chúng ta có thể thẩm tra các kết quả này nhờ các công thức trước đây.



5 Độ phóng đại

Giả sử có một gương cầu lõm (hoặc lồi). Xác định hai điểm liên hợp nhau sao cho độ phóng đại ngang $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ là bằng 2.

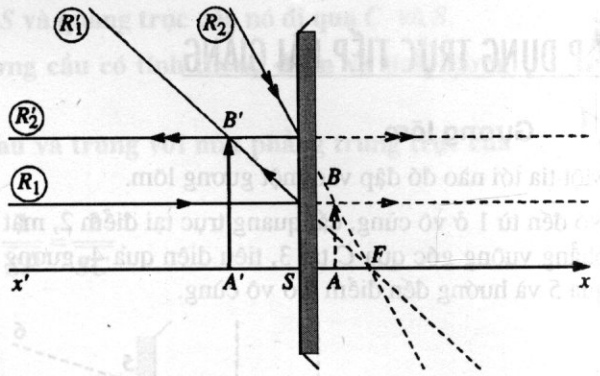
Tìm lại kết quả bằng tính toán. Các kết luận.

• *Lời giải*

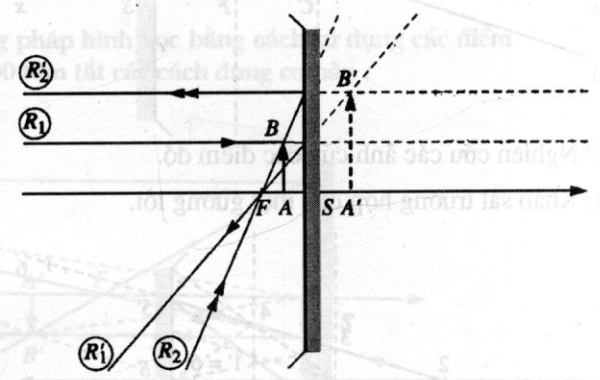
Giả sử hai tia song song với quang trục, tia R_1 *cách* d *và tia* R'_2 *cách* 2d. B *phải ở trên* R_1 *và* B' *phải ở trên* R'_2. *Ta tìm tia phản xạ* R'_1 *tương ứng* R_1 *và tia tới* R_2 *tương ứng* R'_2. *Giao điểm của* R_1 *và* R_2 *cho điểm* B, *còn giao điểm của* R'_1 *với* R'_2 *cho điểm* B'.

Cách dựng đồ thị chứng tỏ rằng cặp điểm tìm được là duy nhất.

Ta biết rằng $\gamma = -\frac{\overline{SF}}{\overline{FA}}$, *biết* $\overline{FA} = \frac{\overline{FS}}{2}$, *vậy* $\gamma = 2$. *Kết quả giống với cách dựng hình học.*



Gương lồi (AB ảo, A'B' thật).



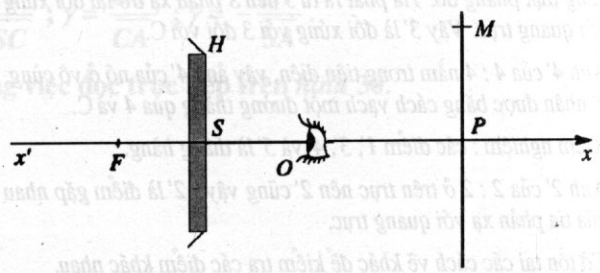
Gương lõm (AB thật, A'B' ảo).

6 Thị trường của một gương cầu

Một mắt đã được đặt cẩn thận ở O, nhìn một mặt phẳng P bởi tia phản xạ trong một gương cầu đỉnh S và tiêu điểm F.

Hỏi khoảng cách cực đại PM quan sát được, biết rằng các kích thước ngang SH của gương là hạn chế ?

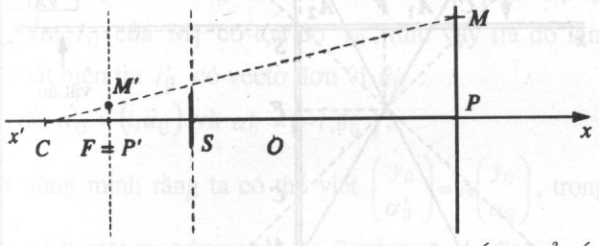
Các số liệu : $SH = 4$ cm ; $FS = 50$ cm ; $SO = 100$ cm ; $SP = 20$ m.



• *Nguyên tắc cơ bản của lời giải*

Trước hết cần phải biết liệu mắt có thể thấy ảnh P' của P không : FP (2050 cm) *là rất lớn so với tiêu cự (50 cm), vậy ảnh P' của P là ở F. Nếu sử dụng các hệ thức* NEWTON : $\overline{FP'} = \dfrac{f^2}{\overline{FP}} = 1{,}2$ cm.

Ảnh P'M' ở cách 150 cm *phía trước mắt, vậy có thể thấy được.*



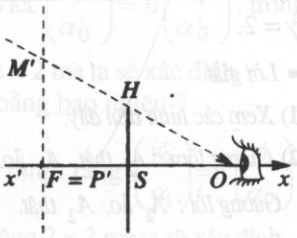
Ta xác định kích thước ngang cực đại của ảnh mà mắt có thể thấy được : kích thước đó tương ứng với tia ngoài cùng phát ra từ bờ của gương và đập vào mắt. Vậy ta có P'M' = 6 cm.

$$\gamma = \frac{\overline{CP'}}{\overline{CP}}, \text{ do đó } \gamma = \frac{1}{42}.$$

Vậy khoảng cách cực đại quan sát được là $6 \times 42 = 252$ cm, *nghĩa là PM =* 2,5 m..

Nghiên cứu này tương ứng với việc nghiên cứu kính chiếu hậu của ô tô hoặc trong siêu thị.

Để tính PM trước hết không cần phải các tia xuất phát từ mắt ! Nếu mắt thấy một vật nào đó, đó là nhờ các tia đi vào trong mắt chứ không phải ngược lại.



7 Góc trường của một gương

Một quan sát viên đặt mắt ở khoảng cách D trước một gương có đường kính d.

Cho đường kính con ngươi của mắt rất nhỏ ta coi nó như một điểm A' nằm trên trục gương và cách gương một đoạn nhỏ hơn tiêu cự của gương.

1) Thực hiện việc dựng bằng đồ thị vị trí của A có ảnh cho bởi gương là A' trong ba trường hợp sau đây :

a) Gương là phẳng ;

b) Gương là lồi có bán kính R ;

c) Gương là lõm có bán kính R.

2) Các điểm mà quan sát viên hy vọng có thể nhìn thấy được do phản xạ trên gương là những điểm nào ?

Chính xác hóa giá trị của góc đặc trưng cho phần không gian mà trường nhìn của mắt đạt được (trường của gương).

3) Một quan sát viên đặt mắt ở khoảng cách $D = 1$ m trước một gương phẳng có đường kính $d = 15$ cm.

Tính góc của hình nón của thị trường.

4) Gương bây giờ cách mắt 2 m. Có thể nói gì về thị trường ? Cần phải chọn gương gì để tìm lại được cùng thị trường ở câu 3 ?

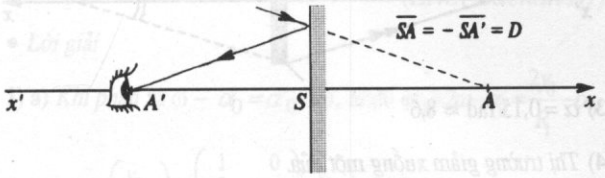
5) Kính chiếu hậu của một ô tô là phẳng. Hỏi dạng của kính chiếu hậu ở bên phải ?

<u>Chú ý quan trọng :</u> Trong bài tập này chúng ta quan tâm duy nhất đến thị trường và không phải là vùng nhìn rõ nét trong thị trường đó.

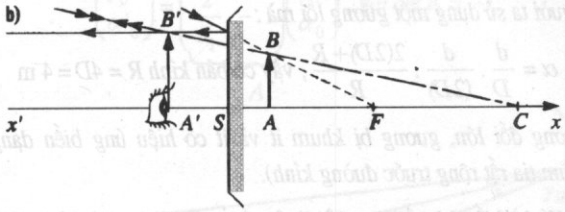
• *Lời giải*

Để dựng A có ảnh là con ngươi A', ta sử dụng một ảnh A'B' như là một công cụ để dựng và xác định vị trí của D, tức là vị trí của A.

a) *A và A' là đối xứng với nhau qua mặt phẳng của gương (B và B' cũng vậy)*

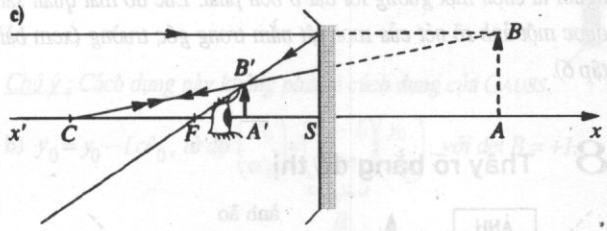


b)



$$\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}} = \frac{2}{R}, \text{ từ đó } \overline{SA} = \frac{DR}{2D+R} \quad (R > 0 \text{ và } D > 0).$$

c)

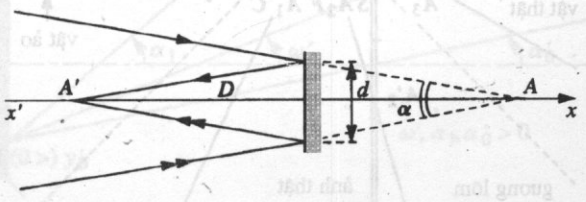


$$\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}} = -\frac{2}{R}, \text{ từ đó } \overline{SA} = -\frac{DR}{2D-R} \quad (R > 0 \text{ và } D > 0)$$

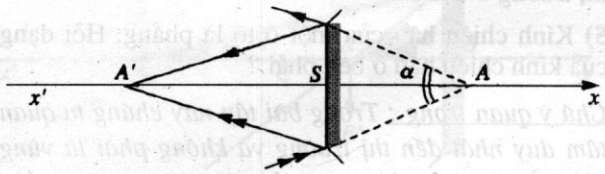
2) *Một điểm là nhìn thấy được do phản xạ trong một gương nếu các tia phát ra từ điểm đó đi vào con ngươi A' sau phản xạ. Để định giới hạn của vùng có thể đạt được, ta xét các tia ngoài cùng đi qua A' và phản xạ trên các bờ của gương.*

a) *Thị trường là vùng trước gương nằm trong hình nón có góc*

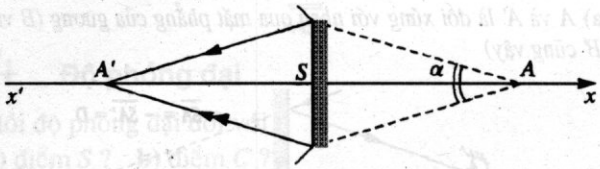
$$\alpha = \frac{d}{D} \text{ và đỉnh ở A.}$$



b) *Ở đây thị trường lớn hơn một ít vì* $\alpha = \frac{d}{SA} = \frac{d}{D} \cdot \frac{2D+R}{R}$.



c) *Lần này thị trường là nhỏ hơn vì* $\alpha = \frac{d}{SA} = \frac{d}{D} \cdot \frac{R-2D}{R} \frac{d}{D}$, *vì mắt đặt ở giữa F và S.*



3) $\alpha = 0{,}15$ rad $\approx 8{,}6^\circ$.

4) *Thị trường giảm xuống một nửa.*

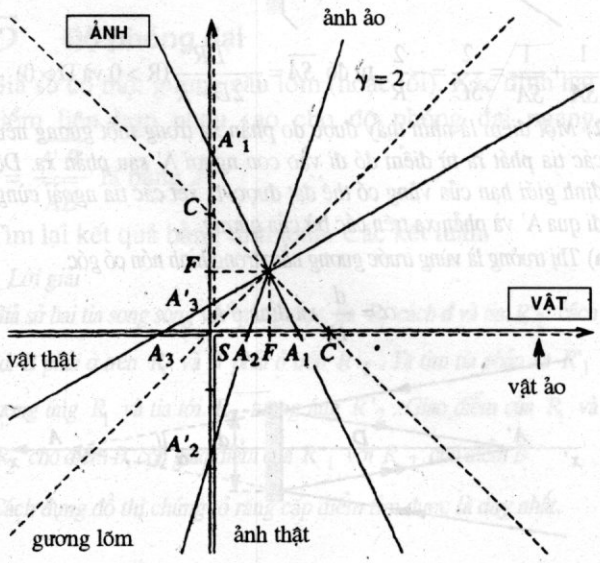
Người ta sử dụng một gương lồi mà :

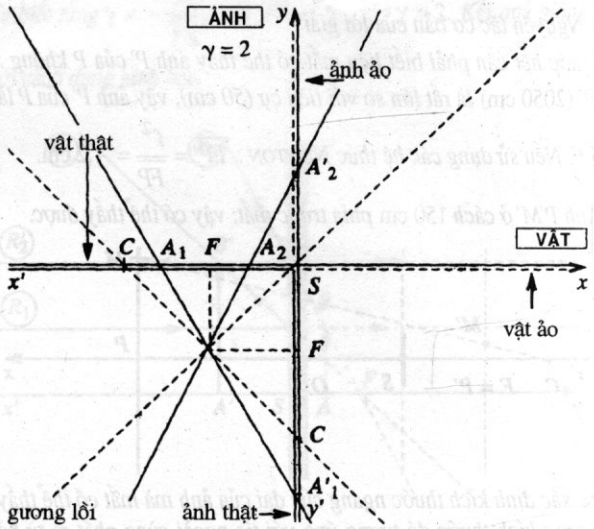
$\alpha = \frac{d}{D} \cdot \frac{d}{(2D)} \cdot \frac{2(2D)+R}{R}$, *vậy có bán kính* $R = 4D = 4$ m

(tương đối lớn, gương bị khum ít và ít có hiệu ứng biến dạng, chùm tia rất rộng trước đường kính).

5) Kính chiếu hậu ở bên phải là ở xa người lái hơn là kính chiếu hậu trái. Để nhận được cùng thị trường trong hai kính chiếu hậu, người ta chọn một gương lồi đặt ở bên phải. Lúc đó mắt quan sát được một ảnh rõ nét của mọi vật nằm trong góc trường (xem bài tập 6).

8 Thấy rõ bằng đồ thị





1) Áp dụng các kết quả trước đây và chính xác hóa các vùng tương ứng với các vật và các ảnh thật và ảo đối với gương : **a)** lõm ; **b)** lồi.

2) Tìm lại một cách nhanh chóng trường hợp ứng với $\gamma = 2$.

• *Lời giải*

1) *Xem các hình trên đây.*

2) *Gương lõm :* A_2 *thật,* A_2 *ảo.*

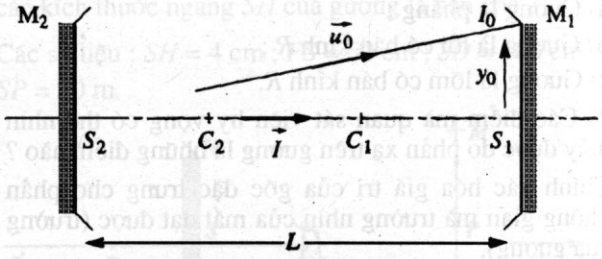
Gương lồi : A_2 *ảo,* A_2 *thật.*

Trong hai trường hợp A_2 *là ở giữa đoạn SF.*

SỬ DỤNG VỐN KIẾN THỨC

9 Nghiên cứu hình học một hốc quang học

Một hốc quang học gồm một gương cầu M_1 đỉnh S_1 tâm C_1 và một gương cầu M_2 đỉnh S_2 tâm C_2 đặt đối diện với M_1. Trục của hai gương trùng nhau. Các đỉnh của gương cách nhau một đoạn $L > 0$ (sơ đồ dưới đây).



Tiếp đó người ta đặt $R_1 = -\overline{S_1C_1} > 0$ và $R_2 = \overline{S_2C_2} > 0$, các đo đạc đại số được xác định bởi vectơ đơn vị $\vec{i}$ trên trục của hai gương.

Người ta dự định nghiên cứu sự đi lại của một tia sáng ở bên trong hốc đó và tìm điều kiện của R_1, R_2 và L để các tia sáng chỉ đi lại gần quang trục. Vậy ta sẽ tiến hành nghiên cứu trong các điều kiện của GAUSS. Ta giới hạn việc nghiên cứu các tia ở trong mặt phẳng chứa trục của hệ.

1) a) Một tia tới r_o có vectơ đơn vị $\vec{u}_0$ phản xạ tại điểm I_0 của M_1 có tọa độ y_0, như vậy tia đó làm xuất hiện tia r'_0 có vectơ đơn vị $\vec{u}'_0$.

Đặt $\alpha_0 = (\vec{i}, \vec{u}_0)$ và $\alpha'_0 = (-\vec{i}, \vec{u}'_0)$.

Chứng minh rằng ta có thể viết $\begin{pmatrix} y_0 \\ \alpha'_0 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} y_0 \\ \alpha_0 \end{pmatrix}$, trong đó A là một ma trận vuông 2×2 mà ta sẽ xác định.

Định thức của A có giá trị bằng bao nhiêu ?

b) Tia r'_0 phản xạ trên M_2 tại điểm I'_0 có tọa độ y'_0 như vậy làm xuất hiện một tia r_1 có vectơ đơn vị $\vec{u}_1$.

Chứng minh rằng ta có thể viết $\begin{pmatrix} y'_0 \\ \alpha'_0 \end{pmatrix} = B \begin{pmatrix} y_0 \\ \alpha'_0 \end{pmatrix}$, trong đó B là một ma trận vuông 2×2 mà ta sẽ xác định.

Định thức của B có giá trị bằng bao nhiêu ?

c) Đặt $\alpha_1 = (\vec{i}_1, \vec{u}_1)$. Chứng minh rằng $\begin{pmatrix} y'_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} y'_0 \\ \alpha'_0 \end{pmatrix}$, trong đó C là một ma trận vuông 2×2 mà ta sẽ xác định.

Định thức C có giá trị bằng bao nhiêu ?

d) Cuối cùng tia r_1 đến phản xạ trên M_1 ở điểm I_1 có tọa độ y_1. Chứng minh rằng $\begin{pmatrix} y_1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} = D \begin{pmatrix} y'_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}$, trong đó D là một ma trận vuông 2×2 mà ta sẽ xác định.

Định thức của D có giá trị bằng bao nhiêu ?

e) Từ đó suy ra ma trận M sao cho $\begin{pmatrix} y_1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} y_0 \\ \alpha_0 \end{pmatrix}$ và chứng minh rằng định thức của M bằng 1.

2) Lúc đó ta xét tia r_n có vectơ đơn vị $\vec{u}_n$ xuất phát từ r_0 đã thực hiện n lần đi lại giữa hai gương và đến phản xạ trên M_1 ở điểm I_n có tọa độ y_n. Đặt $\alpha_0 = (\vec{i}, \vec{u}_n)$.

Hỏi ma trận M_n nối $\begin{pmatrix} y_n \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ với $\begin{pmatrix} y_0 \\ \alpha_0 \end{pmatrix}$?

3) Kí hiệu λ_1 và λ_2 là các giá trị riêng của M và viết chúng dưới dạng môđun agumen $\lambda_1 = \rho_1 e^{i\theta_1}$ và $\lambda_2 = \rho_2 e^{i\theta_2}$. Chứng minh rằng tia r_n vẫn ở lân cận trục khi n tiến đến vô cùng nếu $\theta_1 = -\theta_2$ và $\rho_1 = \rho_2 = 1$.

4) Từ đó suy ra rằng điều đó buộc R_1, R_2 và L phải tuân theo điều kiện :

$$\theta \leq \left(1 - \frac{L}{R_1}\right)\left(1 - \frac{L}{R_2}\right) \leq 1.$$

Hốc lúc đó được gọi là ổn định.

5) Đặt $g_1 = \left(1 - \frac{L}{R_1}\right)$ và $g_2 = \left(1 - \frac{L}{R_2}\right)$.

Đưa g_1 lên trục hoành và g_2 lên trục tung, hãy biểu diễn bằng cách kẻ vạch lên vùng của mặt phẳng (g_1, g_2) biểu diễn các hốc ổn định.

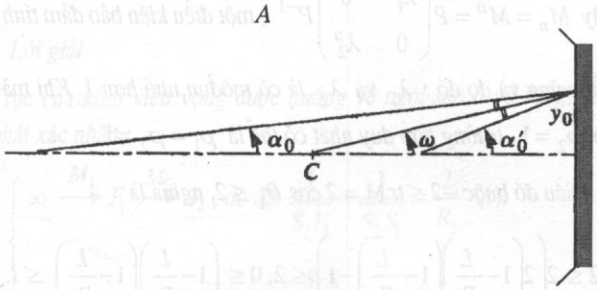
Một hốc gồm hai gương phẳng có ổn định hay không ? Biểu diễn một hốc tương ứng với điểm gốc.

(ENS, Cachan AI)

• *Lời giải*

1) a) *Khi phản xạ* $\omega - \alpha_0 = \alpha'_0 - \omega$, *từ đó* $\alpha'_0 = 2\omega - \alpha_0 = \frac{2y_0}{R_1} - \alpha_0$.

$$\begin{pmatrix} y_0 \\ \alpha'_0 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{2}{R_1} & -1 \end{pmatrix}}_{A} \begin{pmatrix} y_0 \\ \alpha_0 \end{pmatrix}, \text{ với } \det A = -1.$$

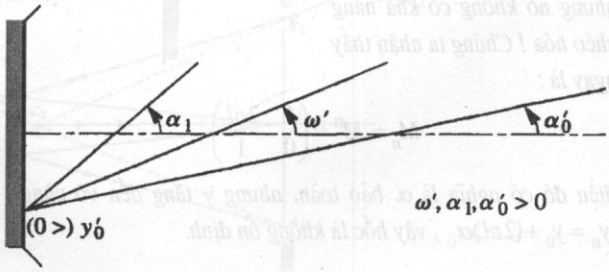


Chú ý : Cách dựng này không phải là cách dựng của GAUSS.

b) $y'_0 = y_0 - L\alpha'_0$, *từ đó* $\begin{pmatrix} y'_0 \\ \alpha'_0 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -L \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{B} \begin{pmatrix} y_0 \\ \alpha'_0 \end{pmatrix}$, *với* $\det B = +1$.

c) *Khi phản xạ :* $\omega' - \alpha'_0 = \alpha_1 - \omega'$, *vậy* $\alpha_1 = 2\omega' - \alpha'_0 = \frac{2y'_0}{R_2} - \alpha'_0$.

$$\begin{pmatrix} y'_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R_2} & -1 \end{pmatrix}}_{C} \begin{pmatrix} y'_0 \\ \alpha'_0 \end{pmatrix}, \text{ với } \det C = -1.$$



d) $y_1 = y'_0 + \alpha_1 L$, *từ đó* $\begin{pmatrix} y'_1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{D} \begin{pmatrix} y'_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}$, *với* $\det D = 1$.

e) $M = DCBA = \begin{pmatrix} \left(1-\frac{2L}{R_1}\right)\left(1-\frac{2L}{R_2}\right)-\frac{2L}{R_1} & 2L\left(1-\frac{L}{R_2}\right) \\ -2\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}-\frac{2L}{R_1R_2}\right) & 1-\frac{2L}{R_2} \end{pmatrix}$

$\det M = \det(DCBA) = 1$.

2) $M_n = M^n$.

3) *Đặt* $\mathrm{Id} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\det(M - \lambda \mathrm{Id}) = 0$, *nghĩa là* $\lambda^2 - \lambda\, tr M + \det M = 0$,

vậy $\lambda^2 - \lambda\, tr M + 1 = 0$.

Các lời giải trong C : λ_1 *và* $\lambda_2 = \lambda_1^*$ *(vậy* $\theta_2 = -\theta_1 [2\pi]$, *có tích* $\lambda_1\lambda_2 = \det M = 1$, *vậy* $\rho_1\rho_2 = 1$.

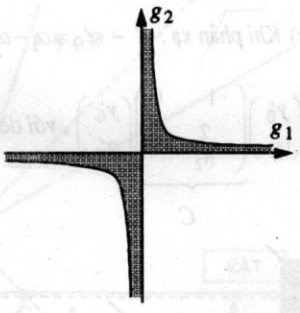
Nếu ma trận M *có thể đưa về dạng chéo được (điều mà thoạt nhìn là không rõ ràng) lúc đó nó có thể được viết* $M = PDP^{-1}$, *trong đó* P *là ma trận chuyển vị từ cơ sở hiện tại sang cơ sở hình chéo, vậy* $M_n = M^n = P\begin{pmatrix} \lambda_1^n & 0 \\ 0 & \lambda_2^n \end{pmatrix} P^{-1}$; *một điều kiện bảo đảm tính bền vững và do đó :* λ_1 *và* λ_2 *là có môđun nhỏ hơn 1. Khi mà* $\rho_1\rho_2 = 1$, *trường hợp duy nhất có thể là* $\rho_1 = \rho_2 = 1$.

4) *Điều đó buộc* $-2 \le tr M = 2\cos\theta_1 \le 2$, *nghĩa là*

$$-2 \le 2\left(2\left(1-\frac{L}{R_1}\right)\left(1-\frac{L}{R_2}\right)-1\right) \le 2, 0 \le \left(1-\frac{L}{R_1}\right)\left(1-\frac{L}{R_2}\right) \le 1.$$

Đó là một điều kiện đủ của ổn định của một hốc khi M có thể đưa về dạng chéo.

5) *Vùng đen tương ứng với điều kiện ổn định phát biểu trên đây.*



• *Hai gương phẳng :*

$R_1 = R_2 = \infty$, *vậy* $g_1 = g_2 = 1$.

Lúc đó ma trận M *là* $\begin{pmatrix} 1 & 2L \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$,

nhưng nó không có khả năng chéo hóa ! Chúng ta nhận thấy ngay là :

$$M_n = M^n = \begin{pmatrix} 1 & 2nL \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

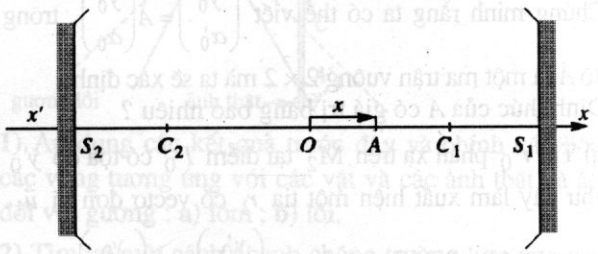
điều đó có nghĩa là α *bảo toàn, nhưng* y *tăng đến vô cùng :* $y_n = y_0 + (2nL)\alpha_0$, *vậy hốc là không ổn định.*

• *Hốc được biểu diễn bởi gốc :*

$g_1 = g_2 = 0$, *từ đó* $L = R_1 = R_2$. *Điều này tương ứng với trường hợp của hai gương cầu đồng tiêu và* $M = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. *Ta nhận thấy là* $M^2 = Id$, *tia lại trở lại giống nó sau hai phản xạ đúp (xem bài tập 10).*

10 Hốc tạo bởi hai gương đồng tiêu

Người ta dự định nghiên cứu trong gần đúng GAUSS hai gương cầu có các mặt phản xạ đối diện nhau, cách nhau D có cùng trục (Ox) và cùng bán kính R.



1) Một điểm vật A ở trên trục được xác định bởi hoành độ $x = \overline{OA}$.

a) Hỏi hệ thức liên hệ giữa x, R và D bảo đảm rằng A là ảnh của nó sau khi phản xạ trên gương này và gương kia ?

b) Thảo luận các lời giải tương ứng, bằng cách chính xác hóa dạng của các gương (lõm, lồi) và khoảng cách D của hai gương. Có điểm gì đặc biệt trong trường hợp một hốc đồng tiêu ($F_1 = F_2$) ?

2) Từ nay ta giả sử các gương cầu đồng tiêu : $F_1 = F_2$, kí hiệu là F.

a) Mô tả sự tiến triển ở trong hốc của một tia tới song song với trục, sau đó của một tia đi qua F.

b) Với một vật A_1B_1 nằm trong một mặt phẳng vuông góc với trục, A_1 ở trên trục, hãy xác định ảnh của nó sau $2N$ lần phản xạ ở trong hốc, cũng như độ phóng đại tương ứng.

• *Lời giải*

1) a) *Kí hiệu* A' *là ảnh của* A *do phản xạ trên gương thứ nhất và* A" *là ảnh của* A' *do phản xạ trên gương thứ hai. Áp dụng các công thức liên hợp* NEWTON *đối với mỗi gương :* $\overline{F_1A} \cdot \overline{F_1A'} = \frac{R^2}{4}$ *và*

$\overline{F_2A'} \cdot \overline{F_2A''} = \frac{R^2}{4}$; *với* A" = A, *ta có :*

$$\begin{cases} \left(\frac{R}{2} - \frac{D}{2} + x\right)\left(\frac{R}{2} - \frac{D}{2} + x'\right) = \frac{R^2}{4} \\ \left(-\frac{R}{2} + \frac{D}{2} + x'\right)\left(-\frac{R}{2} + \frac{D}{2} + x\right) = \frac{R^2}{4} \end{cases}$$

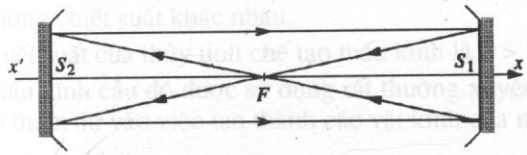
oại bỏ x', còn lại $(D-R)\left(x^2-\frac{(R-D)^2}{4}+\frac{R^2}{4}\right)=0$.

) Nếu $D \neq R$, có hai nghiệm $x = \pm\sqrt{\frac{D}{2}\left(\frac{D}{2}-R\right)}$, chấp nhận

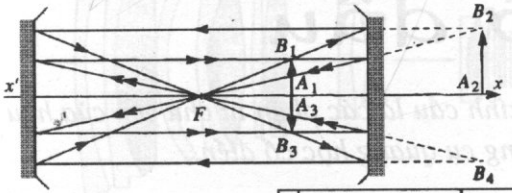
ược nếu $D > 2R$ và nếu $R > 0$ $\left(|x| \leq \frac{D}{2}\right)$, nghĩa là nếu các gương

à lõm và cách nhau hơn hai lần bán kính của chúng. Nếu $D = R$, nghĩa
à với một hốc đồng tiêu, ta nhận thấy kết quả là bảo đảm với mọi
iểm của trục.

2) a) Hai tia đó là tia này giống tia kia sau mỗi lần phản xạ và tiếp
ó hai tia lại thấy giống hệt như cũ.



b) Để dựng các ảnh kế tiếp A_2B_2, A_3B_3, A_4B_4... của vật A_1B_1, ta sử
ụng một tia đi qua B_1 song song với trục và một tia khác đi qua F, từ đó:

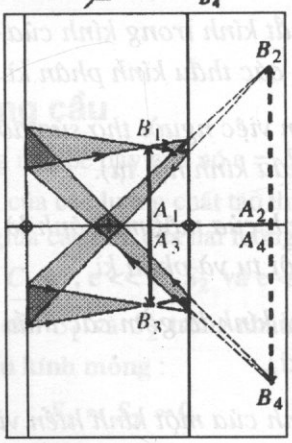


Ta nhận thấy rằng :

- $A_{p+2} = A_p$, kết quả tương ứng với nghiên cứu của 1) ;
- $\overline{A_{p+2}B_{p+2}} = -\overline{A_pB_p}$: sau hai lần phản xạ ảnh ở trong cùng mặt phẳng với vật và ngược chiều :

$$\gamma(2) = -1$$

- $\overline{A_{p+4}B_{p+4}} = \overline{A_pB_p}$: sau bốn lần phản xạ ảnh và vật trùng nhau, $\gamma_{(4)} = 1$.

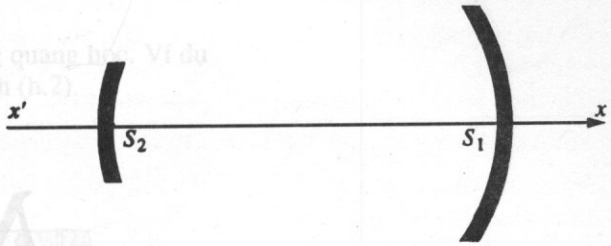


11 Kính viễn vọng với hai gương cầu

Giả sử hai gương M_1 (đỉnh S_1, tâm C_1) và M_2 (đỉnh S_2, tâm C_2) có cùng quang trục. Ta tìm cách nhận ảnh của một ngôi sao cho bởi hệ đó trong mặt phẳng vuông góc đi qua S_1. Kí hiệu R_1 là tia đại số từ gương 1. Ngôi sao được nhìn thấy dưới một đường kính góc.

1) Xác định vị trí và tia từ gương 2 để ảnh cuối cùng bằng ba lần ảnh trung gian.

2) Biểu diễn trên một sơ đồ các tia sáng xuất phát từ ngôi sao và đường đi của chúng trong kính viễn vọng nếu $R_1 = 16$ cm.



• *Lời giải*

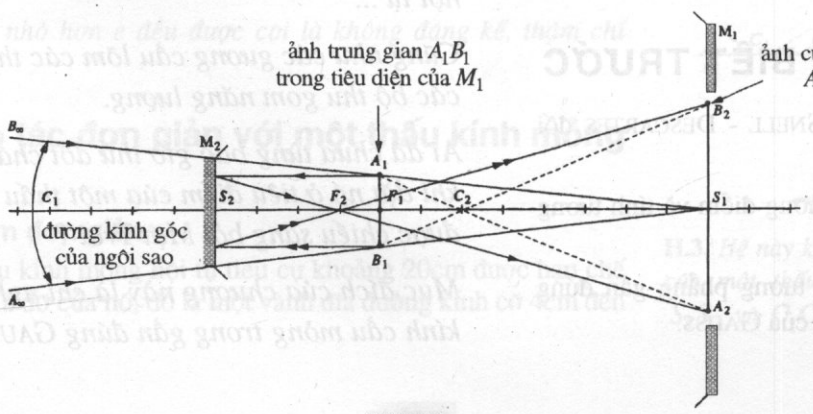
Trục của kính viễn vọng được hướng về ngôi sao ở vô cùng, ta phải xác nhận :

$$\begin{cases} \infty \xrightarrow{M_1} F_1 \xrightarrow{M_2} S_2, \text{ do đó } \dfrac{1}{\overline{S_2F_1}}+\dfrac{1}{\overline{S_2S_1}}=\dfrac{2}{R_2} \quad (1). \\ \text{và } \gamma_{(M_2)} = -3 \qquad \text{do đó } -\dfrac{\overline{S_2S_1}}{\overline{S_2F_1}} = -3 \quad (2) \end{cases}$$

Từ (2) : $\overline{S_2S_1} = 3\overline{S_2F_1} = 3(\overline{S_2S_1} + \overline{S_1F_2})$, vậy $\overline{S_2S_1} = -\dfrac{3R_1}{4}$

($R_1 < 0$), đưa vào trong (1) : $R_2 = -\dfrac{3R_1}{8}$.

Chấp nhận cho R_1 bằng 16 cm, ta có thể dựng sơ đồ sau :



7 CÁC THẤU KÍNH MỎNG CẦU

Mở đầu

Các thấu kính cầu là các phần tử chủ yếu của hầu hết các dụng cụ quang học cổ điển.

Các mắt kính trong kính của một người cận thị gần như là các thấu kính phân kì.

Để làm việc người thợ sửa đồng hồ sử dụng một kính lúp (thấu kính hội tụ).

Vật kính của một máy ảnh là một sự kết hợp các thấu kính hội tụ và phân kì.

Mọi thị kính là gồm các thấu kính hội tụ (và/ hay phân kì).

Vật kính của một kính hiển vi là một thấu kính dày hội tụ ...

Cũng như các gương cầu lõm các thấu kính hội tụ là các bộ thu gom năng lượng.

Ai đã chưa từng bao giờ thử đốt cháy một mẩu giấy khi đặt nó ở tiêu điểm của một thấu kính mỏng hội tụ được chiếu sáng bởi Mặt Trời ?

Mục đích của chương này là chỉ nghiên cứu các thấu kính cầu mỏng trong gần đúng GAUSS.

MỤC TIÊU

■ Các cách dựng hình (và sự liên hợp kết hợp) đối với các thấu kính mỏng cầu trong khuôn khổ gần đúng GAUSS.

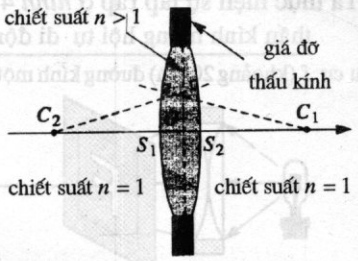
ĐIỀU CẦN BIẾT TRƯỚC

■ Các Định luật SNELL - DESCARTES đối với khúc xạ.

■ Tạo ảnh : tính tương điểm và tính tương phẳng.

■ Tương điểm và tương phẳng gần đúng trong các điều kiện của GAUSS.

Sau khi nghiên cứu các hệ phản xạ (phản truyền) ta lại quan tâm đến các hệ làm việc trong chế độ truyền qua (khúc xạ), thực hiện nhờ các vật chất rất trong suốt như thủy tinh. Ta hạn chế nghiên cứu cho các hệ đặt trong không khí, trường hợp thường gặp.



H.1. *Sơ đồ hóa một thấu kính hội tụ.*

1 Một thấu kính mỏng và cầu là gì ?

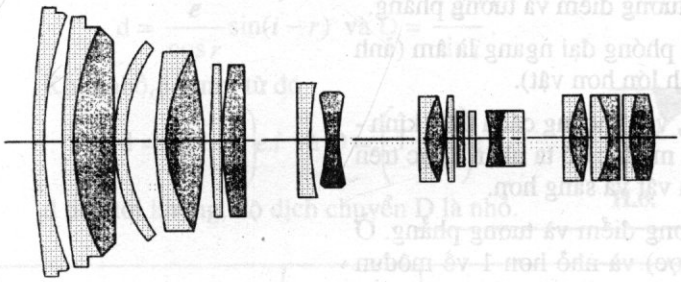
1.1. Thấu kính cầu

Một thấu kính cầu là một hệ đồng trục (tức có một trục đối xứng tròn xoay, quang trục) tạo bởi sự kết hợp của hai lưỡng chất cầu xác định bởi các tâm và các đỉnh tương ứng (C_1, S_1) và (C_2, S_2) (h.1).

Ta nhắc lại rằng một lưỡng chất cầu là một mặt cầu phân cách hai môi trường chiết suất khác nhau.

Chiết suất của thủy tinh chế tạo thấu kính là $n > 1$.

Thấu kính cầu đó được sử dụng rất thường xuyên trong quang học. Ví dụ nó tham dự vào việc tạo thành các vật kính của máy ảnh (h.2).



◀ **H.2.** *Vật kính tiêu cự thay đổi Angénieux góc lớn, trường* 98^o.

1.2. Thấu kính mỏng cầu

Một thấu kính gọi là mỏng nếu bề dày của nó e = S_1S_2 là "nhỏ" : e phải rất nhỏ hơn bán kính cong của các lưỡng chất tạo thành thấu kính và cũng rất nhỏ hơn khoảng cách giữa các tâm của hai lưỡng chất, nghĩa là :

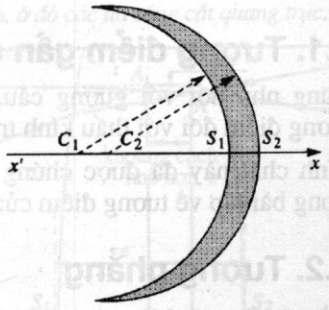
$$e = S_1S_2 << C_1S_1 \text{ , } e << C_2S_2 \text{ và } e << C_1C_2 .$$

Trong các điều kiện đó ta cho S_1 và S_2 trùng nhau tại cùng một điểm O, gọi là **quang tâm của thấu kính mỏng** :

$$S_1 \approx S_2 \approx 0.$$

Chú ý :

Mọi khoảng cách nhỏ hơn e đều được coi là không đáng kể, thậm chí bằng không.



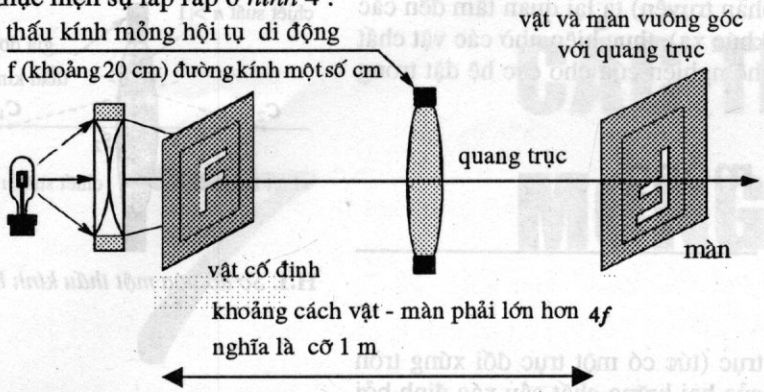
H.3. *Hệ này không có các tính chất của một thấu kính mỏng cầu, vì* S_1S_2 *và* C_1C_2 *là cùng độ lớn.*

1.3. Các thao tác đơn giản với một thấu kính mỏng hội tụ

1.3.1. Thí nghiệm đơn giản

Ta lấy một thấu kính mỏng hội tụ tiêu cự khoảng 20cm được hạn chế ánh sáng bởi giá đỡ của nó, đó là một vành đĩa đường kính cỡ 4cm đến 5 cm.

■ Ta thực hiện sự lắp ráp ở *hình* 4 :



◀ **H.4.** *Lắp đặt thực nghiệm để nhận được ảnh thật của một vật thật với một thấu kính hội tụ.*

Đặt vật và màn quan sát cách nhau một khoảng lớn hơn bốn lần tiêu cự của thấu kính mỏng hội tụ, và thấu kính ở giữa vật và màn quan sát. Trước hết ta đặt thấu kính trước vật và quan sát cảnh tượng của màn khi dịch chuyển từ từ thấu kính ra xa vật.

Có tồn tại một vị trí thứ nhất của thấu kính, với khoảng cách thấu kính - ảnh lớn hơn khoảng cách vật - thấu kính, mà lúc đó ta nhận được trên màn một ảnh rõ nét, ngược chiều và lớn hơn vật.

Sự rõ nét chứng tỏ rằng ảnh là thật và có tương điểm và tương phẳng.

Vị trí của ảnh trên màn chứng tỏ rằng độ phóng đại ngang là âm (ảnh ngược) và lớn hơn 1 về môđun ($\gamma < -1$, ảnh lớn hơn vật).

Có tồn tại một vị trí thứ hai của thấu kính, với khoảng cách thấu kính - ảnh nhỏ hơn khoảng cách vật - thấu kính mà lúc đó ta nhận được trên màn một ảnh rõ nét, ngược chiều nhỏ hơn vật và sáng hơn.

Cũng như trước đây ảnh là thật và có tương điểm và tương phẳng. Ở đây độ phóng đại ngang là âm (ảnh ngược) và nhỏ hơn 1 về môđun ($-1 < \gamma < 0$, ảnh nhỏ hơn vật).

1.3.2. Các kết luận đối với quan sát trên

Các ảnh đều rõ nét, vậy có tương điểm (tương điểm gần đúng).

Các ảnh và vật đều vuông góc với quang trục, vậy có tương phẳng (tương phẳng gần đúng).

2 Tương điểm và tương phẳng

2.1. Tương điểm gần đúng trên trục

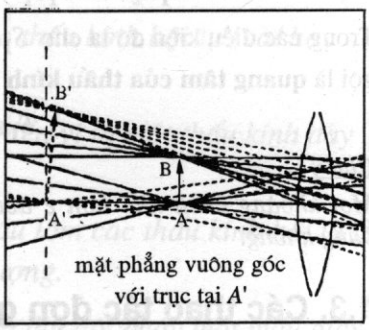
Cũng như đối với gương cầu, các điều kiện của GAUSS bảo đảm tính tương điểm đối với thấu kính trên trục của nó.

Tính chất này đã được chứng tỏ trong tiết trước đây, sẽ được thiết lập trong bài tập về tương điểm của một thấu kính mỏng cầu.

2.2. Tương phẳng

Về mặt thực nghiệm (xem §1.3) chúng ta đã xác nhận rằng ảnh của một vật vuông góc với quang trục cũng vuông góc với quang trục.

Mô hình dưới đây cũng cho phép xác nhận các tính chất tương điểm và tương phẳng gần đúng đối với một thấu kính mỏng (*h*.6).



H.5. *Mô hình chứng tỏ rằng thấu kính mỏng hội tụ này xác nhận các tính chất tương điểm và tương phẳng gần đúng ; thực vậy A'B' hầu như vuông góc với quang trục.*

3 Tính chất của các thấu kính mỏng trong gần đúng của GAUSS

3.1. Tính chất của quang tâm

Trước hết xét áp dụng sau đây :

Áp dụng 1

Giả sử một bản thủy tinh có các mặt song song bề dày e và chiết suất n ; một tia tới đập vào bản đó dưới góc tới bằng i (h.6).

Nghiên cứu tia ló trong trường hợp i nhỏ.

Giả sử r là góc khúc xạ trong bản. Tia ló là song song với tia tới. Các khoảng cách d và D giữa hai tia được cho bởi :

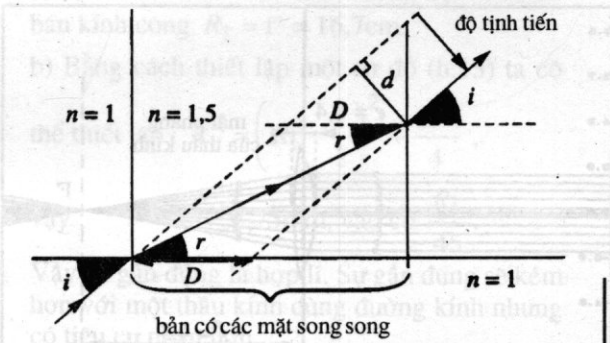
$$d = \frac{e}{\cos r}\sin(i-r) \text{ và } D = \frac{d}{\sin i}.$$

Khi i nhỏ, i = nr , từ đó :

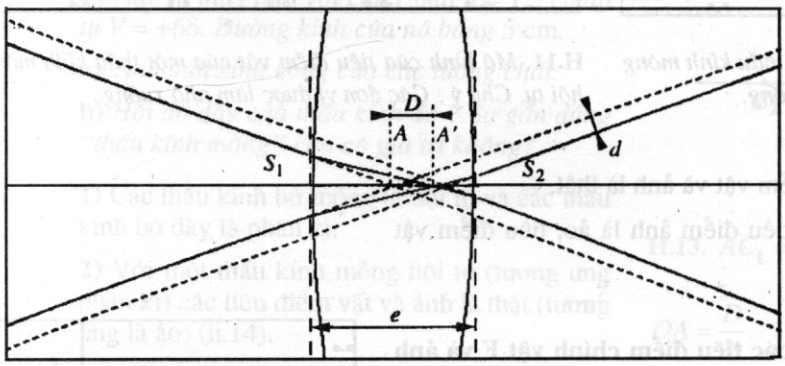
$$d = \left(1-\frac{1}{n}\right)e.i \text{ và } D = \left(1-\frac{1}{n}\right)e.$$

d tiến tới không, độ dịch chuyển D là nhỏ.

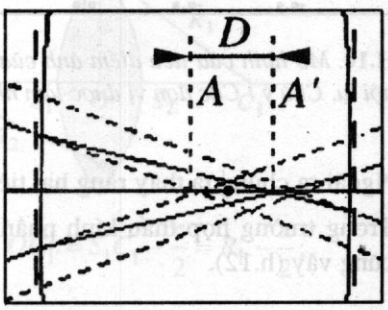
Với một góc tới và một bề dày nhỏ, sự tịnh tiến đó là không đáng kể.



H.6.



H.7. *Mô hình với một thấu kính mỏng hội tụ. D < e và d << e, các tia hầu như song song, và độ dịch chuyển là nhỏ.*



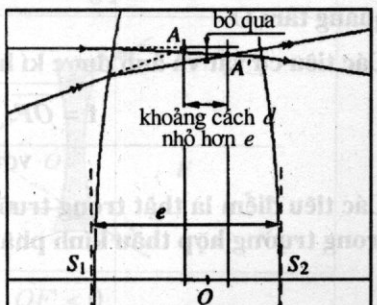
H.8. *Zum ở miền bên trong của thấu kính, ở đó các tia sáng cắt quang trục.*

Cho một chùm tia hội tụ tại điểm A nằm ở "tâm" của thấu kính mỏng. Nhờ mô hình ở hình 7, ta có thể có một số nhận định quan trọng sau :

• ảnh A' của A là trùng với A, vì A'A = D < e, bề dày của thấu kính mà ta đã bỏ qua trước các đại lượng khác ; vậy ta có thể coi A và A' là trùng với tâm O của thấu kính.

Chính quang tâm của thấu kính có ảnh là chính nó ;

• các tia qua thấu kính ở lân cận quang tâm sẽ không bị lệch. Ta xét một mô hình khác cho phép xác nhận các điều kiện của tương phẳng trong "mặt phẳng của thấu kính mỏng" (h.9).



H.9. *Mô hình với một thấu kính mỏng hội tụ : d < e vật A = A'.*

Vậy ta có các kết quả rất quan trọng sau đây :

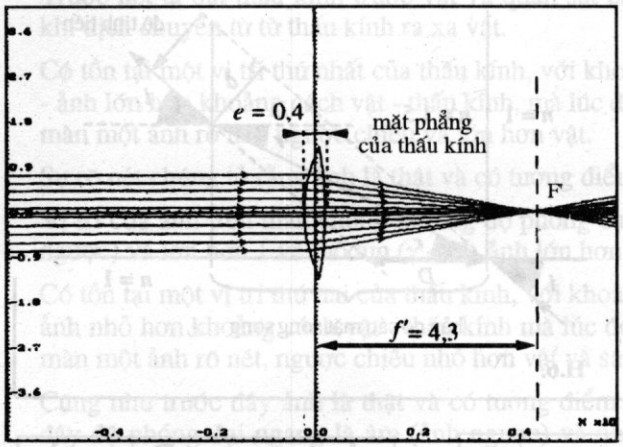
Quang tâm O là điểm liên hợp của chính nó. Một tia đi qua O sẽ không bị lệch.

3.2. Tiêu điểm vật và ảnh - Tiêu diện

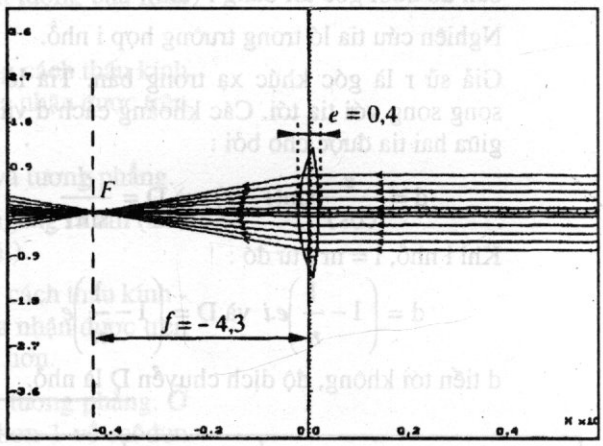
3.2.1. Tiêu điểm vật và ảnh

Chúng ta nhắc lại rằng theo định nghĩa ảnh của một điểm ở vô cùng trên trục là tiêu điểm ảnh F' ; F có ảnh là một điểm ở vô cùng trên trục.

Hai tiêu điểm là đối xứng nhau qua quang tâm như được chỉ rõ bởi hai mô hình của hình 10 và hình 11 tương ứng với cùng một thấu kính hội tụ.



H.10. *Mô hình của tiêu điểm ảnh của một thấu kính mỏng hội tụ. Chú ý : Các đơn vị được làm nhỏ xuống.*



H.11. *Mô hình của tiêu điểm vật của một thấu kính mỏng hội tụ. Chú ý : Các đơn vị được làm nhỏ xuống.*

Ngoài ra chúng ta thấy rằng hai tiêu điểm vật và ảnh là thật.

Trong trường hợp thấu kính phân kì, tiêu điểm ảnh là ảo, tiêu điểm vật cũng vậy (h.12).

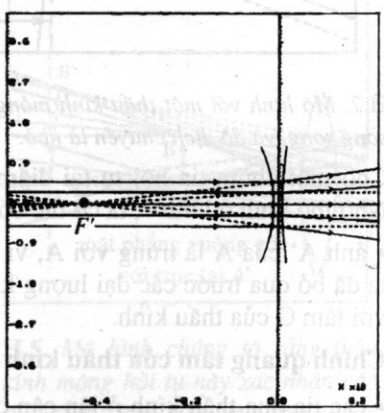
Dù thấu kính là hội tụ hay phân kì, các tiêu điểm chính vật F và ảnh F' đều ở trên quang trục của thấu kính, đối xứng nhau qua điểm quang tâm O.

Các tiêu cự vật và ảnh được kí hiệu :

$$f = \overline{OF} \quad \text{và} \quad f' = \overline{OF'},$$

với f ' = –f

Các tiêu điểm là thật trong trường hợp thấu kính hội tụ (f' > 0) và ảo trong trường hợp thấu kính phân kì (f' < 0).



H.12. *Mô hình của tiêu điểm của một thấu kính phân kì : F' là ảo.*

Chú ý quan trọng :

Chú ý : F và F' không phải là hai điểm liên hợp của nhau.

3.2.2. Độ tụ

Độ tụ của một thấu kính mỏng cầu được định nghĩa bởi :

$$V = -\frac{1}{f} = \frac{1}{f'}.$$

Lúc đó tất nhiên người ta phân biệt :

- các thấu kính mỏng hội tụ, có độ tụ dương ;
- các thấu kính mỏng phân kì, có độ tụ âm.

Áp dụng 2

Độ tụ của một thấu kính mỏng cầu là một hàm của chiết suất n của nó và của các bán kính cong của các lưỡng chất hợp thành thấu kính :

$$\frac{1}{\overline{OF'}} = -\frac{1}{\overline{OF}} = V = (n-1)\left(\frac{1}{\overline{OC_2}} - \frac{1}{\overline{OC_1}}\right).$$

1) *Từ đó suy ra một hệ thức đơn giản giữa dạng của thấu kính và đặc trưng hội tụ hay phân kì của nó.*

2) Thảo luận về bản chất thật và ảo của các tiêu điểm.

3) *Một thấu kính lồi đều ($R_1 = -R_2 > 0$) được chế tạo từ thủy tinh với chiết suất n = 1,5 có độ tụ V = +6δ. Đường kính của nó bằng* 5 cm.

a) *Tính bán kính cong của các lưỡng chất.*

b) *Hỏi độ dày của thấu kính đó ? Sự gần đúng "thấu kính mỏng" còn có giá trị không?*

1) Các thấu kính bờ mỏng là hội tụ và các thấu kính bờ dày là phân kì.

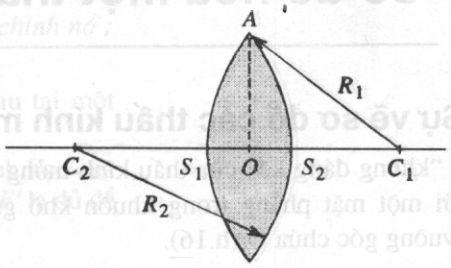
2) Với một thấu kính mỏng hội tụ (tương ứng phân kì) các tiêu điểm vật và ảnh là thật (tương ứng là ảo) (h.14).

3) a) Với n = 1,5 thấu kính mỏng hội tụ đó có bán kính cong R_1 = f' = 16,7cm.

b) Bằng cách thiết lập một sơ đồ (h.13) ta có thể thiết lập : $R_1^2 = \left(R_1 - \frac{e}{2}\right)^2 + \frac{D^2}{4}$,

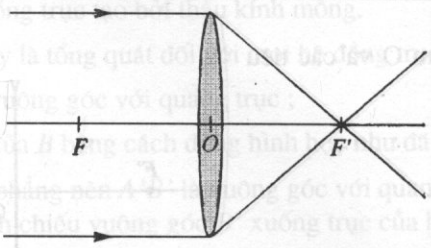
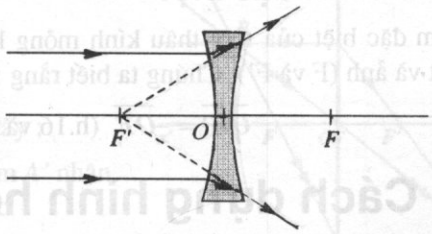
vậy : e = 3,75mm, vào cỡ $\frac{R_1}{45}$.

Vậy sự gần đúng là hợp lí. Sự gần đúng sẽ kém hơn với một thấu kính cùng đường kính nhưng có tiêu cự ngắn hơn.



H.13. $AC_1 = R_1$; $OC_1 = S_1C_1 - \frac{e}{2} = R_1 - \frac{e}{2}$;

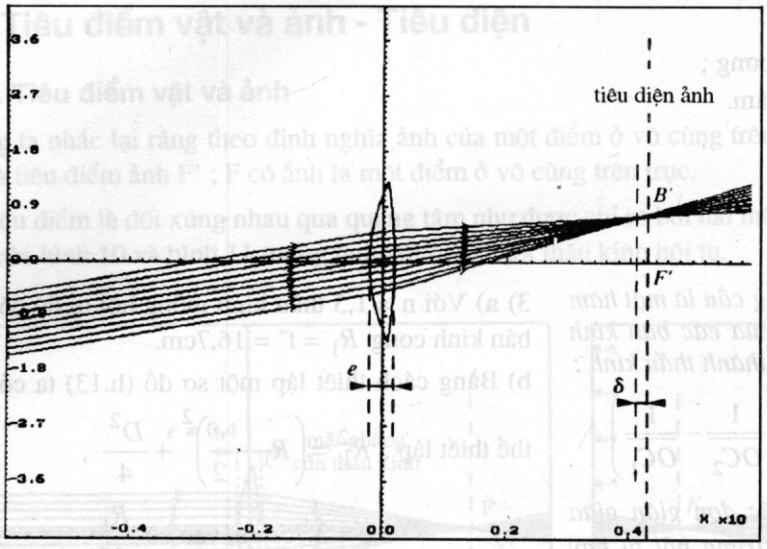
$OA = \frac{D}{2}$.

thấu kính mỏng hội tụ	thấu kính mỏng phân kì
	
$\overline{OF'} > 0$	$\overline{OF'} < 0$
F và F' thật	F và F' ảo

H.14.

3.2.3. Các tiêu diện vật và ảnh

Mô hình của hình 15 cho phép xác nhận tính tương phẳng gần đúng trong mặt phẳng vuông góc chứa F' : tiêu diện ảnh. Với tiêu diện vật cũng tương tự.



◀ **H.15**. *$\delta < e$, có tương phẳng gần đúng trong tiêu diện ảnh.*

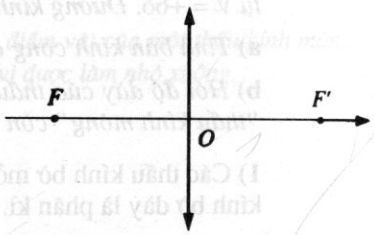
▶ **Để tập luyện : bài tập 1.**

4 Sơ đồ hóa một thấu kính mỏng

4.1. Sự vẽ sơ đồ các thấu kính mỏng

Bề dày "không đáng kể" của thấu kính mỏng dẫn đến việc nó được biểu diễn bởi một mặt phẳng trong khuôn khổ gần đúng của GAUSS : mặt phẳng vuông góc chứa O (h.16).

Trong biểu diễn đó, thấu kính là đối xứng đối với các mặt phẳng vuông góc quang trục chứa O, cho dù bán kính có thể khác nhau. Việc nghiên cứu sự hoạt động của thấu kính trong các điều kiện của GAUSS chứng thực điều đó.

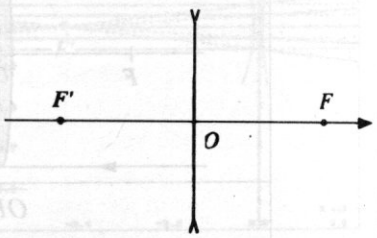


H.16. *Thấu kính mỏng hội tụ (bờ mỏng).*

4.2. Các điểm đặc biệt

Các điểm đặc biệt của một thấu kính mỏng là quang tâm O và các tiêu điểm vật và ảnh (F và F'). Chúng ta biết rằng :

$$\overline{OF'} = -\overline{OF} \quad \text{(h.16 và 17)}$$



H.17. *Thấu kính mỏng phân kì (bờ dày).*

5 Cách dựng hình học

Các sơ đồ luôn luôn được thực hiện với một thang theo phương ngang lớn gấp nhiều lần thang theo phương thẳng đứng : các cách dựng của GAUSS kể đến sự gần đúng của GAUSS.

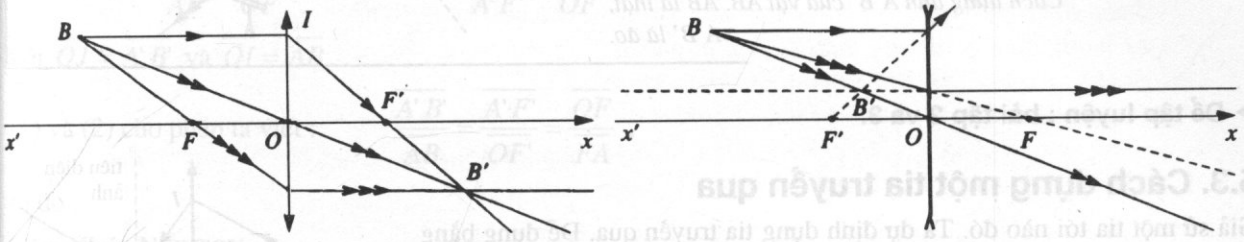
5.1. Các tia có ích để dựng B' ảnh của B ngoài quang trục

Chúng ta sẽ thường gặp trường hợp sau : dựng bằng phương pháp hình học ảnh B' của một điểm B nằm ngoài quang trục.

Hệ là tương điểm nếu hai tia qua B là đủ vì rằng chúng sẽ cắt nhau tại B' sau khi đi qua thấu kính.

Để dựng B' ta sẽ chọn các tia "có ích", tức là các tia mà ta đã biết các đặc rưng của chúng. Có ba tia có ích cho phép dựng ảnh B' của B (h.18). Ta nhắc lại rằng hai tia là đủ, nhưng việc kiểm tra các cách dựng hình học uôn luôn là điều bổ ích :

- **Tia qua B song song với quang trục, "đi ra" và "đi qua" F'.**
- **Tia qua B và tiêu điểm F "đi ra" song song với quang trục.**
- **Tia qua B và tâm O "đi ra" ở O không bị lệch.**



H.18. *Các tia có ích để dựng ảnh B' của điểm B trong trường hợp một thấu kính mỏng hội tụ và một thấu kính mỏng phân kì.*

Chú ý :

Mọi điểm trong mặt phẳng của thấu kính là điểm liên hợp của chính nó ; vậy mọi tia đến thấu kính ở I sẽ đi ra từ I.

Chúng ta cần xác nhận là các tia "đi ra" từ thấu kính cắt nhau tại một điểm duy nhất B'.

Chúng ta vừa làm rõ các tia có ích cho phép mọi cách dựng hình học của các ảnh. Biết quang tâm O của thấu kính và các tiêu điểm F và F' là đủ để dựng tất cả các ảnh.

5.2. Cách tìm bằng phương pháp hình học ảnh A' của một vật A trên quang trục

5.2.1. Nguyên tắc

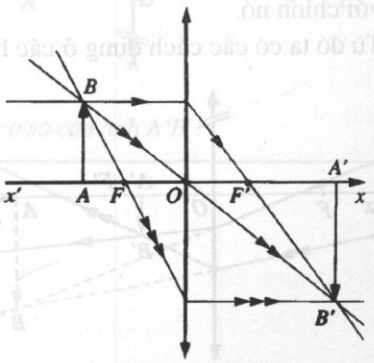
Để dựng A', ta sử dụng các tính chất tương điểm và tương phẳng gần đúng của hệ đồng trục tạo bởi thấu kính mỏng.

Nguyên tắc này là tổng quát đối với mọi hệ đồng trục :

- Lấy vật AB vuông góc với quang trục ;
- Tìm ảnh B' của B bằng cách dựng hình học như đã chỉ trước đây ;
- Hệ là tương phẳng nên $A'B'$ là vuông góc với quang trục : điểm A' nhận được bằng cách chiếu vuông góc B' xuống trục của hệ đồng trục.

5.2.2. Cách dựng A'

Cách dựng là cách ở *hình* 19. Kĩ thuật trên đây được áp dụng cho mọi trường hợp có thể xảy ra.

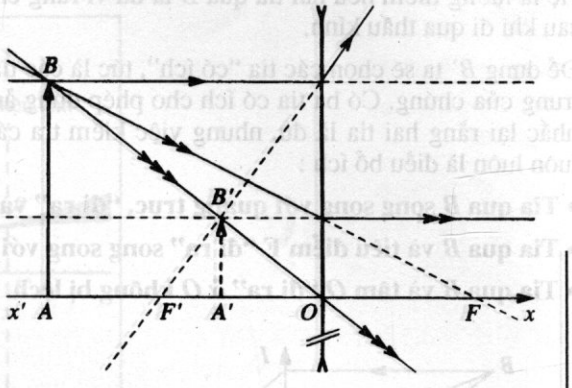


H.19. *Dựng ảnh A' của A.*

Áp dụng 3

Dựng ảnh của một vật AB với một thấu kính phân kì.

Cần luôn luôn thực hiện theo cùng nguyên tắc (h.20).



H.20. ▶ *Cách dựng ảnh A'B' của vật AB. AB là thật, A'B' là ảo.*

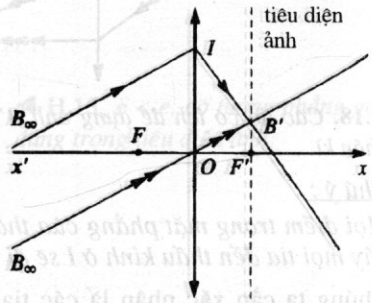
▶ Để tập luyện : bài tập 2 và 3.

5.3. Cách dựng một tia truyền qua

Giả sử một tia tới nào đó. Ta dự định dựng tia truyền qua. Để dựng bằng phương pháp hình học tia đó, hai điểm là đủ.

Chúng ta đã biết một trong hai tia đó : **điểm gặp nhau *I*** của tia tới với mặt phẳng thấu kính là **điểm liên hợp của chính nó**. Tia này đến từ điểm B_∞ ở vô cùng : ảnh của nó là điểm *B'* nằm trong tiêu diện ảnh ở điểm gặp nhau của đường thẳng ($B_\infty O$) với tiêu diện ảnh. Tia ló tương ứng với đường thẳng IB'.

Có tồn tại những tia khác cho phép tìm được tia khúc xạ ở hình 21. Ví như một tia song song với tia tới, đến từ B∞ và qua F sẽ đi ra khỏi thấu kính song song với quang trục và đi qua B' trong tiêu diện ảnh (h.22).



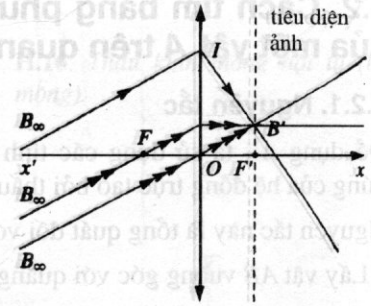
H.21. *I là điểm liên hợp của chính nó.*

5.4. Sơ đồ của một chùm tia

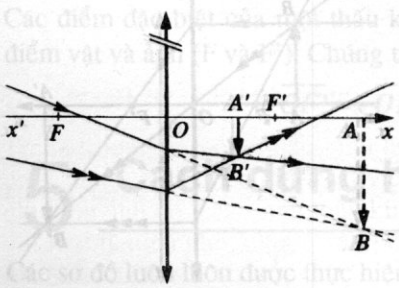
Giả sử một chùm phân định bởi hai tia giới hạn. Giải pháp thứ nhất là dựng hai tia truyền qua tương ứng.

Khi biết ảnh A'B' của AB giải pháp thứ hai là sử dụng tính chất sau đây : điểm liên hợp của một điểm của mặt phẳng vuông góc trục qua O là trùng với chính nó.

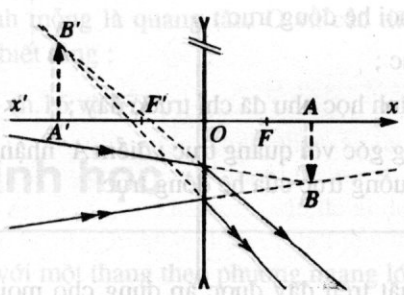
Từ đó ta có các cách dựng ở các hình 23 và 24.



H.22.

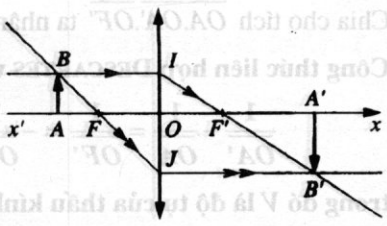


H.23. *AB là ảo, A'B' là thật.*



H.24. *AB và A'B' là ảo.*

6 Hệ thức liên hợp và độ phóng đại



H.25. *Cách dựng cơ sở để tìm ảnh A'B' của vật AB.*

6.1. Sự liên hợp

6.1.1. Công thức NEWTON

Xét các tam giác đồng dạng *ABF* và *OJF*, *A'B'F'* và *OIF'* trên cách dựng cơ sở nhắc lại ở *hình* 25.

Ta có thể thiết lập các hệ thức sau đây :

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AF}} = \frac{\overline{OJ}}{\overline{OF}} \quad (1) \qquad \text{và} \qquad \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A'F'}} = \frac{\overline{OI}}{\overline{OF'}} \quad (2),$$

với $\overline{OJ} = \overline{A'B'}$ và $\overline{OI} = \overline{AB}$.

(1) và (2) cho phép ta viết : $\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{A'F'}}{\overline{OF'}} = \dfrac{\overline{OF}}{\overline{FA}}$,

từ đó :

Công thức NEWTON :

$$\overline{FA}.\overline{F'A'} = \overline{OF}.\overline{OF'} = ff' = -f'^2 .$$

Áp dụng 4

Tìm lại các công thức trước đây khi xét một thấu kính phân kì.

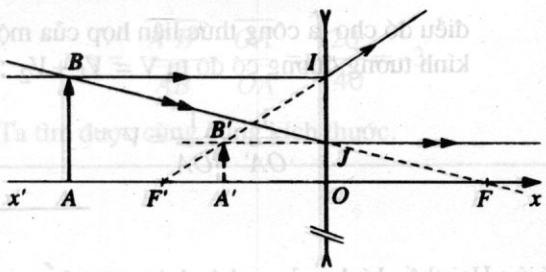
Xét các tam giác đồng dạng :

ABF và OJF : $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AF}} = +\dfrac{\overline{OJ}}{\overline{OF}} = +\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{OF}}$;

A'B'F' và OIF' : $\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{A'F'}} = +\dfrac{\overline{OI}}{\overline{OF'}} = +\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OF'}}$.

Từ đó : $\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = +\dfrac{\overline{OF}}{\overline{AF}} = +\dfrac{\overline{A'F'}}{\overline{OF'}}$

nghĩa là : $\overline{FA}.\overline{F'A'} = \overline{OF}.\overline{OF'} = -f'^2$



H.26. *Cách dựng cơ sở của ảnh A'B'.*

6.1.2. Công thức DESCARTES

Cho quang tâm O đóng vai trò của gốc, ta viết :

$$\overline{FA} = \overline{OA} - \overline{OF} = \overline{OA} + \overline{OF'} \quad \text{và} \quad \overline{F'A'} = \overline{OA'} - \overline{OF'}.$$

Từ các hệ thức liên hợp NEWTON ta có :

$$-\overline{OF'}.\overline{OA} - \overline{OF'}.\overline{OA'} + \overline{OA}.\overline{OA'} = 0$$

Chia cho tích $\overline{OA}.\overline{OA'}.\overline{OF'}$ ta nhận được :

Công thức liên hợp DESCARTES với gốc tại tâm :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}} = -\frac{1}{\overline{OF}} = \frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f} = V \ ,$$

trong đó V là độ tụ của thấu kính.

Áp dụng 5

Định lí về các độ tụ

Chứng minh rằng khi hai thấu kính L_1 và L_2 được ghép lại người ta nhận được một quang hệ tương đương với một thấu kính L duy nhất có độ tụ bằng tổng độ tụ của các thấu kính ghép lại :

$$V = V_1 + V_2 .$$

Kí hiệu O là các tâm trùng nhau O_1 và O_2 của hai thấu kính ghép (h.27). L_1 cho từ A một ảnh A_1 đóng vai trò vật đối với L_2 và ảnh của nó sẽ là A' :

$$A \xrightarrow{L_1} A_1 \xrightarrow{L_2} A'$$

Áp dụng hai lần hệ thức liên hợp DESCARTES :

$$\frac{1}{\overline{OA_1}} - \frac{1}{\overline{OA}} = V_1 \text{ và } \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA_1}} = V_2 \ ,$$

điều đó cho ta công thức liên hợp của một thấu kính tương đương có độ tụ $V = V_1 + V_2$:

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = V .$$

Giải thích cách dựng đồ thị (h.27).

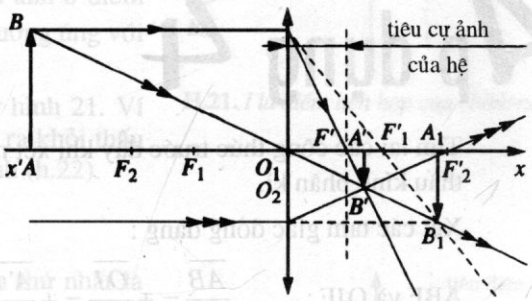
Giả sử vật AB. Cách dựng ảnh A_1B_1 của AB cho bởi L_1 là có ngay.

Tìm ảnh A'B' của A_1B_1 cho bởi thấu kính L_2 :

• Tia BO_2 không bị lệch, vậy B' nằm trên đường thẳng tương ứng.

• Tia ($\rightarrow\rightarrow\rightarrow$) song song quang trục hướng đến B_1 sẽ bị lệch và đi qua F'_2.

Điểm gặp nhau của đường thẳng trước đây và tia này cho ta B'.



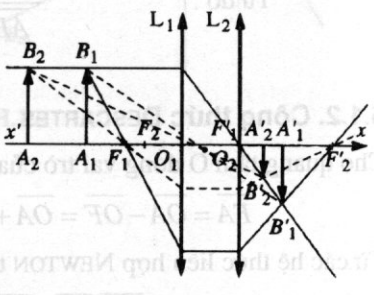
H.27. *Tập hợp của hai thấu kính mỏng ghép lại (đó là một thấu kính mỏng !)*

Chú ý : Hai thấu kính mỏng ghép lại tương đương với một thấu kính duy nhất như ta vừa thấy, nhưng khi khoảng cách giữa hai thấu kính không bằng không, quang hệ tạo thành một cách tổng quát là không tương đương với một thấu kính mỏng.

Ví dụ :

Hệ của hình 28 là không tương đương với một thấu kính mỏng.

Thật vậy, chỉ cần thấy rằng các đường thẳng $B_1B'_1$ và $B_2B'_2$ cắt nhau tại một điểm không nằm trên quang trục là đủ : vậy điểm đó không nằm ở quang tâm. Vì vậy không tồn tại thấu kính mỏng tương đương.



H.28.

6.2. Độ phóng đại

6.2.1. Gốc ở các tiêu điểm

Các hệ thức (1) và (2) của §6.1.1. dẫn đến :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = -\frac{f}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{F'A'}}{f'}.$$

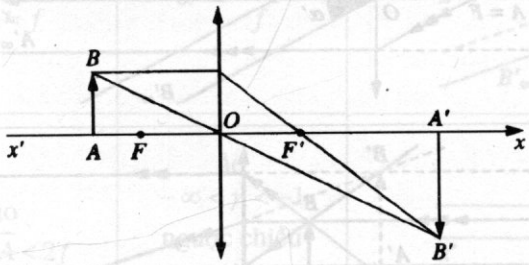
6.2.2. Gốc ở tâm

Tia nối B với B' đi qua quang tâm O không bị lệch :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{p'}{p}.$$

Áp dụng 6

Cho một thấu kính mỏng hội tụ có tiêu cự 30cm và một vật AB ở phía trước cách thấu kính 40cm. Nghiên cứu vị trí và kích thước của ảnh bằng cách sử dụng các hệ thức trước đây.



H.29.

• *Vị trí của ảnh*

Công thức NEWTON : $\overline{F'A'} = -\frac{f^2}{\overline{FA}}$

$\overline{FA} = -10$ cm và f = 30cm, vậy $\overline{F'A'} = 90$cm. Ảnh là thật và ở sau cách thấu kính 120cm.

Công thức DESCARTES : $\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OF'}} + \frac{1}{\overline{OA}}$.

$\overline{OF'}$ = 30cm và $\overline{OA}$ = –40cm, vậy $\overline{OA'}$ = 120cm. Ta tìm được cùng đúng vị trí.

• *Độ phóng đại*

Gốc ở tiêu điểm :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \frac{30}{-10} = -3.$$

Ảnh là ngược chiều và ba lần lớn hơn vật.

Gốc ở tâm :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{120}{-40} = -3.$$

Ta tìm được cùng đúng kích thước.

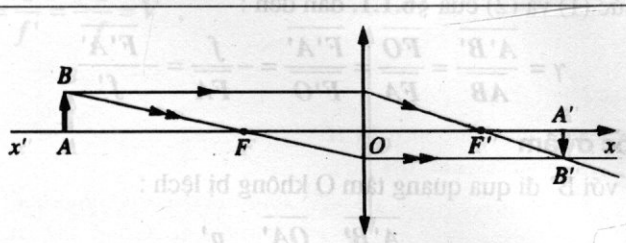
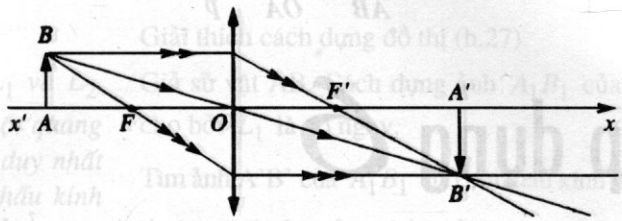
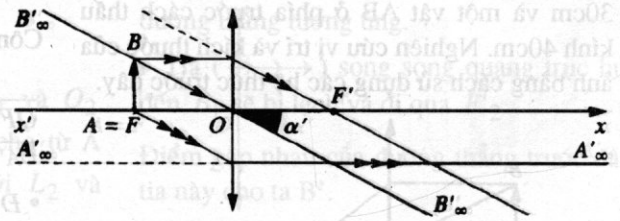
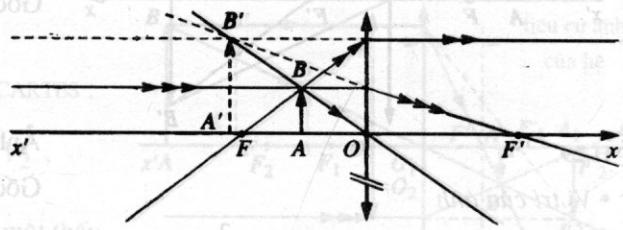
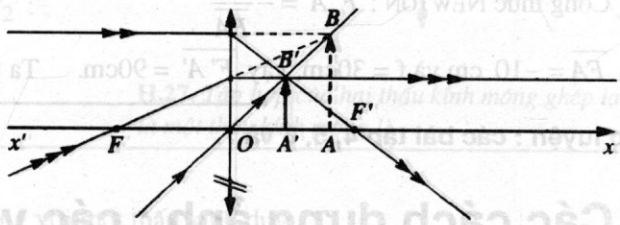
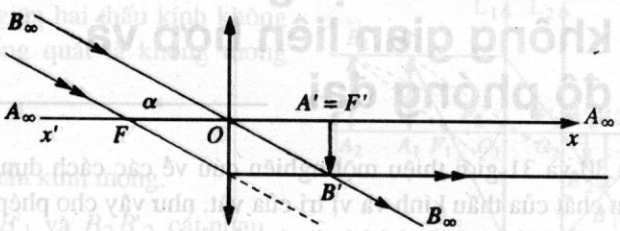
▶ **Để tập luyện : các bài tập 4, 5, 6 và 7.**

7 Các cách dựng ảnh : các vùng không gian liên hợp và độ phóng đại

Các *hình* 30 và 31 giới thiệu một nghiên cứu về các cách dựng ảnh, tùy thuộc bản chất của thấu kính và vị trí của vật, như vậy cho phép nhận biết được bằng đồ thị bản chất và kích thước của ảnh.

▶ **Để tập luyện : các bài tập 8.**

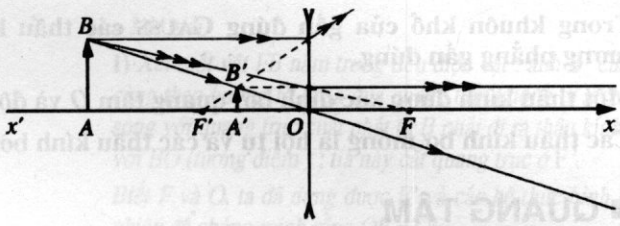
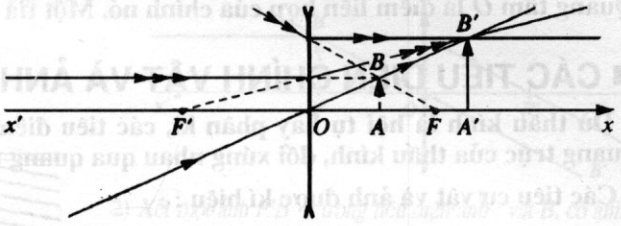
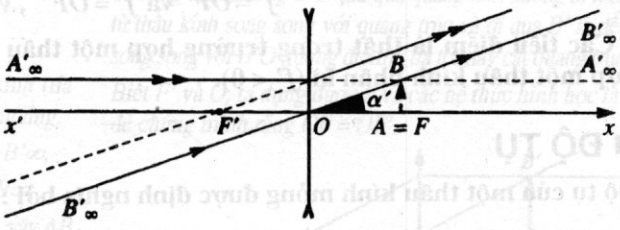
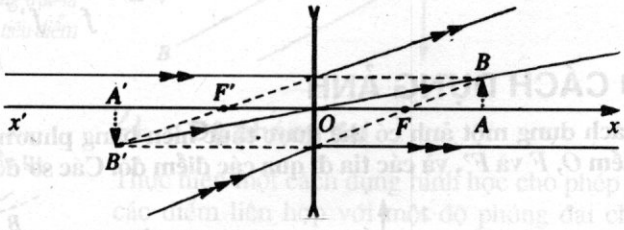
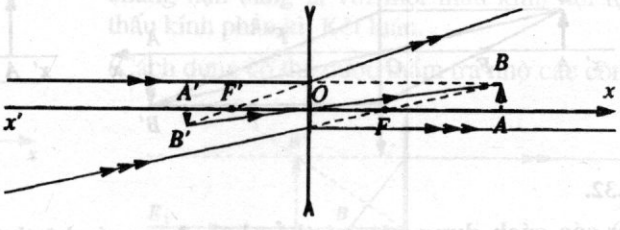
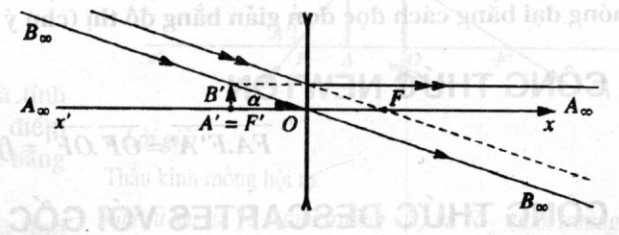
7.1. Các thấu kính mỏng hội tụ

vật	ảnh	cách dựng
thật $-\infty < \overline{OA} < 2f$	thật $-1 < \gamma < 0$ ngược chiều và nhỏ hơn vật	
thật $2f < \overline{OA} < f$	thật $-\infty < \gamma < -1$ ngược chiều và lớn hơn vật	
thật trong tiêu diện vật $\overline{OA} = f$	ở vô cùng $\alpha' = \frac{AB}{f}$	
thật giữa tiêu diện vật và thấu kính $f < \overline{OA} < 0$	ảo $1 < \gamma < \infty$ cùng chiều và lớn hơn vật	
ảo $0 < \overline{OA} < \infty$	thật $0 < \gamma < 1$ cùng chiều và nhỏ hơn vật	
ở vô cùng thật hoặc ảo $\overline{OA} = \pm\infty$	thật trong tiêu diện ảnh $A' = F'$	

H.30

Chú ý : Chỉ có vật thật ở giữa tiêu diện vật và thấu kính là cho ảnh ảo.

7.2. Thấu kính mỏng phân kì

vật	ảnh	cách dựng
thật $\overline{OA} < 0$	ảo $0 < \gamma < 1$ cùng chiều và nhỏ hơn vật	
ảo giữa tiêu diện vật và thấu kính $0 < \overline{OA} < f$	thật $1 < \gamma < \infty$ cùng chiều và lớn hơn vật	
ảo trong tiêu diện vật $\overline{OA} = f$	ở vô cùng $\alpha' = \frac{AB}{f}$	
ảo $f < \overline{OA} < 2f$	ảo $-\infty < \gamma < -1$ ngược chiều và lớn hơn vật	
ảo $2f < \overline{OA} < \infty$	ảo $-1 < \gamma < 0$ ngược chiều và nhỏ hơn vật	
ở vô cùng thật hoặc ảo $\overline{OA} = \pm\infty$	ảo trong tiêu diện ảnh $p' = f$	

H.31

Chú ý : Chỉ có vật ảo ở giữa thấu kính và tiêu diện vật là cho ảnh thật.

ĐIỀU CẦN GHI NHỚ

■ TỔNG QUAN

Trong khuôn khổ của gần đúng GAUSS các thấu kính mỏng cầu có tính tương điểm và tương phẳng gần đúng.

Một thấu kính được xác định bởi quang tâm O và độ tụ của nó.

Các thấu kính bờ mỏng là hội tụ và các thấu kính bờ dày là phân kì.

■ QUANG TÂM

Quang tâm O là điểm liên hợp của chính nó. Một tia đi qua O không bị lệch.

■ CÁC TIÊU DIỆN CHÍNH VẬT VÀ ẢNH

• Dù thấu kính là hội tụ hay phân kì, các tiêu điểm chính vật F và ảnh F' đều nằm trên quang trục của thấu kính, đối xứng nhau qua quang tâm O.

• Các tiêu cự vật và ảnh được kí hiệu :

$$f = \overline{OF} \text{ và } f' = \overline{OF'} \text{ , với } f' = -f.$$

• Các tiêu điểm là thật trong trường hợp một thấu kính hội tụ ($f' > 0$) và ảo trong trường hợp một thấu kính phân kì ($f' < 0$).

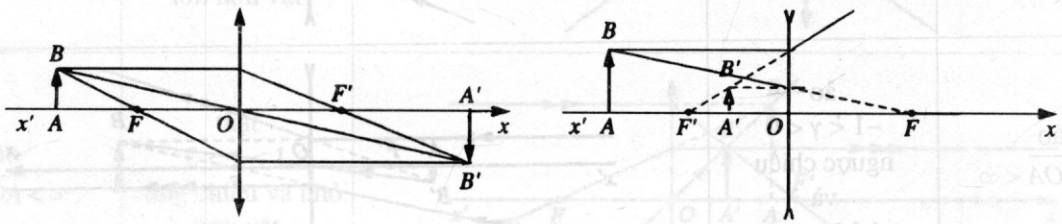
■ ĐỘ TỤ

Độ tụ của một thấu kính mỏng được định nghĩa bởi :

$$V = -\frac{1}{f} = \frac{1}{f'}.$$

■ CÁCH DỰNG ẢNH

Cách dựng một ảnh có thể được thực hiện bằng phương pháp hình học bằng cách sử dụng các điểm O, F và F', và các tia đi qua các điểm đó. Các sơ đồ (h.32) tóm tắt các cách dựng bổ ích :



H.32.

Từ các cách dựng này có thể nhận được các hệ thức liên hợp khác nhau và xác định độ phóng đại bằng cách đọc đơn giản bằng đồ thị (chú ý dấu).

■ CÔNG THỨC NEWTON

$$\overline{FA}.\overline{F'A'} = \overline{OF}.\overline{OF'} = ff' = -f'^2$$

■ CÔNG THỨC DESCARTES VỚI GỐC Ở TÂM

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}} = -\frac{1}{\overline{OF}} = \frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f} = V.$$

Bài tập

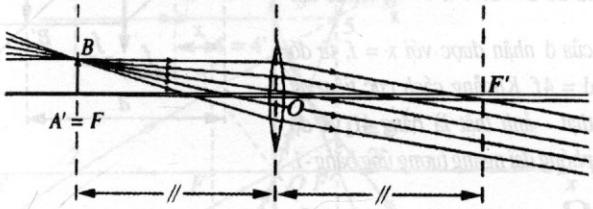
ÁP DỤNG TRỰC TIẾP BÀI GIẢNG

1 Các tiêu diện

1) Hỏi ảnh của một điểm trong tiêu diện vật ?

2) Vật nào có ảnh trong tiêu diện ảnh ?

3) Nhờ mô hình dưới đây, xác định tiêu điểm vật và tiêu điểm ảnh của thấu kính mỏng hội tụ.



• *Lời giải*

Cần phải quan tâm đến tia đi qua quang tâm của thấu kính (tia không bị lệch) và điểm gặp nhau của nó với tiêu diện tương ứng.

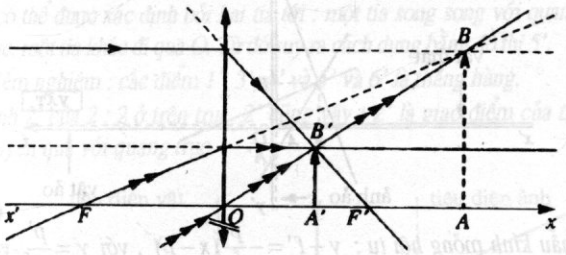
1) Giả sử điểm B nằm trong tiêu diện vật : hướng BO cho ảnh B'∞,

2) Giả sử điểm B' của tiêu diện ảnh : hướng B'O cho vật B∞,

3) Chùm phát ra từ B sau khi ra thấu kính là một chùm song song, vậy AB là ở trong tiêu diện vật. Tia xuất phát từ B và song song với quang trục là xuất phát từ một điểm ở vô cùng trên trục ; vậy tia đi ra cắt trục ở tiêu điểm ảnh F'. Ta thấy rằng các tiêu cự vật và ảnh là bằng nhau về môđun.

2 Ảnh của một vật ảo

Dựng ảnh của một vật AB ảo cho bởi thấu kính hội tụ.



• *Lời giải*

AB là ảo A'B' là thật.

3 Các tiêu điểm vật và ảnh

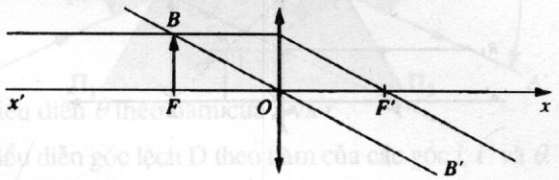
1) Chứng minh rằng biết F (tiêu điểm vật) và tính chất của quang tâm cho phép xác định F' (tiêu điểm ảnh) và cho phép xác nhận rằng OF và OF' là bằng nhau về môđun.

2) Chứng minh rằng biết F' (tiêu điểm ảnh) và tính chất của quang tâm cho phép xác định F (tiêu điểm vật) và cho phép xác nhận rằng OF và OF' là bằng nhau về môđun.

• *Lời giải*

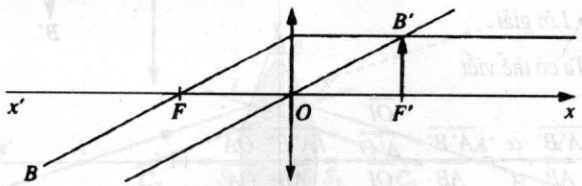
1) Xét một vật FB nằm trong tiêu diện vật : ảnh B' của B là ở vô cùng theo hướng BO (tia qua quang tâm không bị lệch). Tia song song với quang trục xuất phát từ B phải đi ra thấu kính song song với BO (tương điểm) ; tia này cắt quang trục ở F'.

Biết F và O, ta đã dựng được F' và các hệ thức hình học là hiển nhiên để chứng minh rằng OF = OF'.



2) Xét một ảnh F"B' ở trong tiêu diện ảnh : vật B, có ảnh là B', sẽ ở vô cùng theo hướng B'O (tia qua quang tâm không bị lệch). Tia đi ra từ thấu kính song song với quang trục và đi qua B' là đến từ một tia song song với B'O (tương điểm) ; tia tới này cắt quang trục ở F.

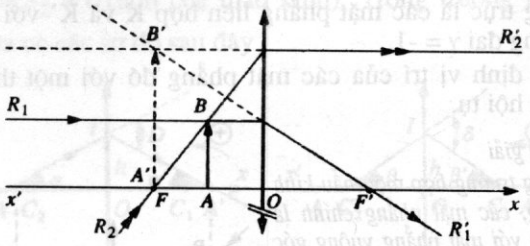
Biết F' và O, ta dựng được F và các hệ thức hình học là hiển nhiên để chứng minh rằng OF = OF'.



4 Độ phóng đại

Thực hiện một cách dựng hình học cho phép xác định các điểm liên hợp với một độ phóng đại cho trước, chẳng hạn bằng 2, với một thấu kính hội tụ và một thấu kính phân kì. Kết luận.

(Cách dựng có thể được thẩm tra nhờ các công thức).



• *Lời giải*

Thấu kính mỏng hội tụ.

Giả sử hai tia R_1 (môi trường vật) và R'_2 (môi trường ảnh) song song và cách quang trục tương ứng là d và 2d. Cần tìm tia ló R'_1 của tia tới R_1 và tia tới R_2 có tia ló là R'_2. Điểm gặp nhau của

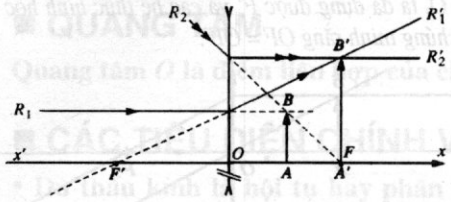
các tia R_1 và R_2 xác định điểm B và điểm gặp nhau của các tia R'_1 và R'_2 xác định B'.

Các công thức cho phép kiểm tra kết quả :

$$\frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = 2 \text{ và } \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = 2 .$$

Thấu kính mỏng phân kì

Với thấu kính phân kì lập luận tương tự. Việc xác định các điểm đó là duy nhất.

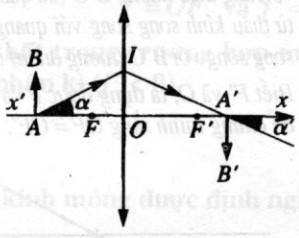


5 Bất biến LAGRANGE - HELMHOLTZ

Xét sơ đồ bên cạnh.

Chứng minh rằng :

$$\overline{AB}\,\alpha = \overline{A'B'}\alpha'$$



• *Lời giải*

Ta có thể viết

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}\cdot\frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}\cdot\frac{\overline{OI}}{\overline{A'O}}\cdot\frac{\overline{A'O}}{\overline{OI}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}\cdot\frac{\overline{OA}}{\overline{OA'}} = +1$$

từ đó $\overline{AB}\ \alpha = \overline{A'B'}\alpha'$. *Ở đây* α *và* α' *là ngược dấu.*

6 Các mặt phẳng chính và đối chính

Người ta gọi các mặt phẳng chính của một hệ đồng trục là các mặt phẳng liên hợp H và H' với độ phóng đại $\gamma = +1$.

Người ta gọi các mặt phẳng đối chính của một hệ đồng trục là các mặt phẳng liên hợp K và K' với độ phóng đại $\gamma = -1$.

Xác định vị trí của các mặt phẳng đó với một thấu kính hội tụ.

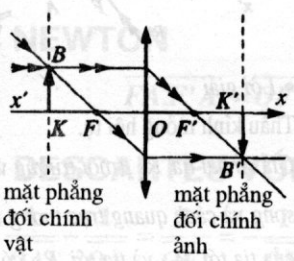
• *Lời giải*

Trong trường hợp một thấu kính mỏng, các mặt phẳng chính là trùng với mặt phẳng vuông góc quang trục qua quang tâm của thấu kính : O chính là điểm liên hợp của chính nó với $\gamma_o = +1$.

Các mặt phẳng đối chính là các mặt phẳng vuông góc với quang trục chứa các điểm liên hợp K và K' sao cho :

$$\frac{\overline{K'B'}}{\overline{KB}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FK}} = \frac{\overline{F'K'}}{\overline{F'O}} = -1$$

Từ đó $\overline{FK} = \overline{OF}$ *và* $\overline{F'K'} = \overline{OF'}$, *nghĩa là* $\overline{OK'} = -\overline{OK} = 2\overline{OF'} = 2f'$.

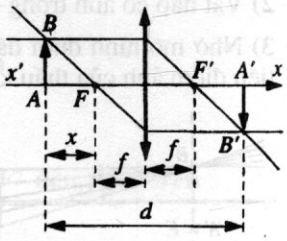


7 Khoảng cách cực tiểu

Tìm khoảng cách cực tiểu vật thật - ảnh thật nhờ một thấu kính mỏng hội tụ.

• *Lời giải*

Công thức NEWTON $\overline{FA}\,\overline{F'A'} = -f^2$, *nghĩa là* $-x(d - x - 2f) = -f^2$, *từ đó* $d = 2f + x + \frac{f^2}{x}$. *Cực đại của* d *nhận được với* x = *f, từ đó* d = 4*f. Khoảng cách cực tiểu vật thật - ảnh thật là bằng* 4f *và độ phóng đại ngang tương ứng bằng -1.*



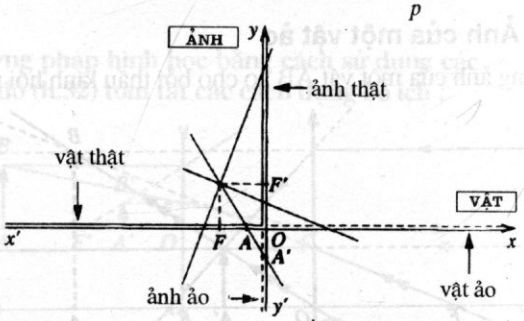
8 Sử dụng các biểu đồ

Sử dụng sơ đồ ở *chương* 6 §5.3. để mô tả một thấu kính hội tụ và một thấu kính phân kì (xem *chương* 6, *bài tập* 8).

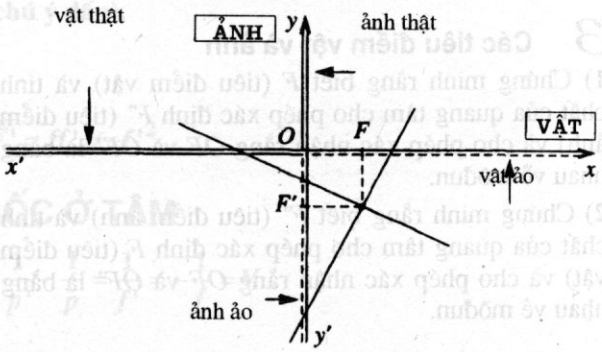
• *Lời giải*

Kiểm tra lại cách dựng trên các sơ đồ sau.

Nhắc lại rằng độ dốc của các đường thẳng bằng $-\frac{p'}{p}$ *và ở đây biểu diễn bằng âm của độ phóng đại ngang* ($\gamma = \frac{p'}{p}$).



Thấu kính mỏng hội tụ : $y - f' = -\frac{p'}{p}(x - f)$, *với* $\gamma = \frac{p'}{p}$ *với một thấu kính mỏng, vậy độ dốc là bằng* $-\gamma$.



Thấu kính mỏng phân kì : $y - f' = -\frac{p'}{p}(x - f)$, *với* $\gamma = \frac{p'}{p}$ *với một thấu kính mỏng ; vậy độ dốc bằng* $-\gamma$.

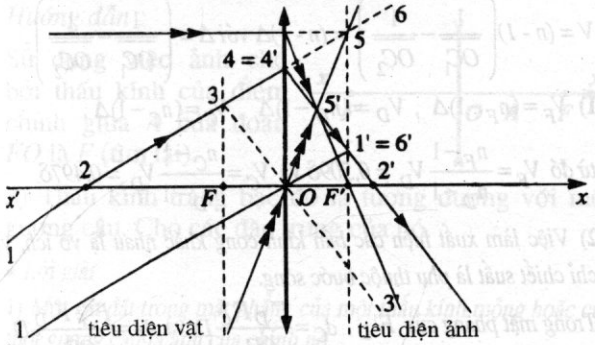
9 Thấu kính mỏng

1) Lấy một tia nào đó và xác định bằng phương pháp hình học các ảnh của tất cả các điểm đặc biệt của tia đó với một thấu kính hội tụ.

2) Cùng câu hỏi đó với một thấu kính phân kì.

• *Lời giải*

1) *Các ảnh đó được biểu diễn trên sơ đồ dưới đây :*



Ảnh 4' của 4 là liên hợp với 4.

1 và 6 là đồng nhất : 1 và 6 xác định cùng hướng của tia tới.

Ảnh 1' của 1 : 1 là ở vô cùng vậy ảnh của nó 1' ở trong tiêu diện ảnh. Để xác định 1' ta lấy điểm gặp nhau của tia song song với tia tới đi qua O với tiêu diện ảnh (6' = 1').

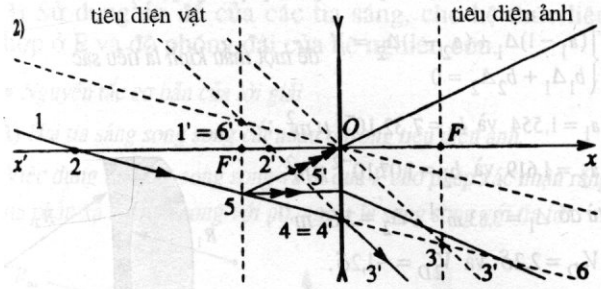
Ảnh 3' của 3 : 3 ở trong tiêu diện vật ; vậy 3' sẽ ở vô cùng theo hướng (3 , 0).

Ảnh 5' của 5 : 5 ở trong tiêu diện ảnh. Trước hết không nên nói rằng ảnh của nó là ở vô cùng !!.

5 có thể được xác định bởi hai tia tới : một tia song song với quang trục, một tia khác đi qua O. Từ đó suy ra cách dựng bằng đồ thị 5'.

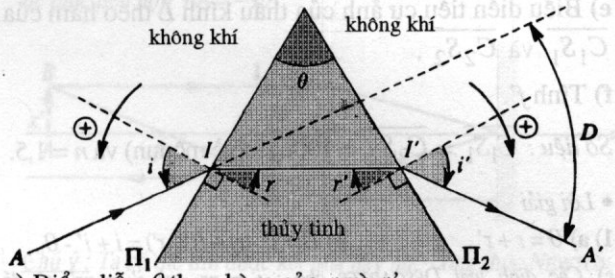
Kiểm nghiệm : các điểm 1', 3', 4' và 5' và 6' là thẳng hàng.

Ảnh 2' của 2 : 2 ở trên trục, 2' cũng vậy : 2' là giao điểm của tia truyền qua với quang trục.



10 Nghiên cứu một thấu kính mỏng

1) Một tia bị khúc xạ liên tiếp qua hai lưỡng chất phẳng thủy tinh - không khí kế tiếp không song song Π_1 và Π_2. Chiết suất tuyệt đối của không khí bằng 1. Các tia *AI*, *II'* và *I'A* nằm trong cùng một mặt phẳng (mặt phẳng của hình vẽ). Các lưỡng chất vuông góc với mặt phẳng hình vẽ tạo với nhau một góc θ. Các góc i và i', và r và r' được tính từ các pháp tuyến ở I và I', và dương theo hướng chỉ trên sơ đồ.

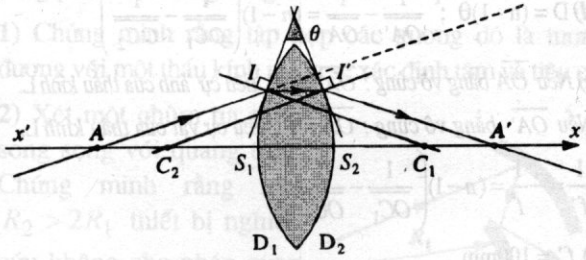


a) Biểu diễn θ theo hàm của r và r'.

b) Biểu diễn góc lệch D theo hàm của các góc i, i' và θ.

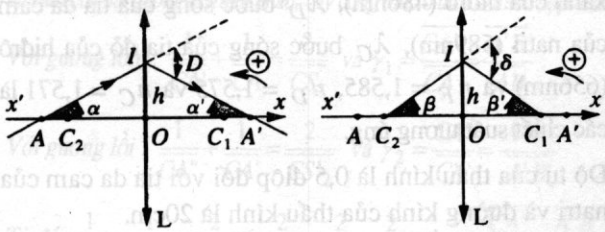
c) Trong trường hợp các góc θ, i, i', r và r' nhỏ , biểu diễn D theo hàm của θ và n (chiết suất của thủy tinh)

2) Bây giờ xét một thấu kính gồm hai lưỡng chất cầu thủy tinh - không khí D_1 và D_2 có các bán kính tương ứng là C_1S_1 và C_2S_2.



D_1 và D_2 hoạt động ở I và I' như là các lưỡng chất phẳng Π_1 và Π_2.

Nếu thấu kính L là mỏng, các khoảng cách II' và S_1S_2 có thể bỏ qua trước AA' ; vậy I ≈ I' và $S_1 \approx S_2 \approx 0$ (tâm của thấu kính). Trong trường hợp đó ta có các sơ đồ sau đây :



Giả sử gần đúng GAUSS được nghiệm đúng : các góc α và α' bé và các tia là gần quang trục.

a) Biểu diễn góc lệch D theo hàm của h = $\overline{OI}$, $\overline{OA}$ và $\overline{OA'}$.

b) Hỏi hệ thức giữa các góc δ và θ ?

c) Biểu diễn δ theo hàm của h, $\overline{C_1S_1}$ và $\overline{C_2S_2}$.

d) Nhờ các hệ thức tìm được ở 1) c), hãy rút ra hệ thức liên hợp giữa các điểm A và A', nghĩa là hệ thức liên hệ giữa $\overline{OA}$ và $\overline{OA'}$.

e) Biểu diễn tiêu cự ảnh của thấu kính L theo hàm của $\overline{C_1S_1}$ và $\overline{C_2S_2}$.

f) Tính f'.

Số liệu : $\overline{C_1S_1} = \overline{C_2S_2} = 100$mm (về môđun) và $n = 1,5$.

• *Lời giải*

1) a) $\theta = r + r'$. **b)** $D = (i - r) + (i' - r') = i + i' - \theta$

c) *Các định luật* DESCARTES *cho :* $i = nr$ *và* $i' = nr'$, *từ đó* $D = (n - 1)\theta$.

2) *a)* $D = (\alpha - \alpha') = \dfrac{\overline{OI}}{OA} - \dfrac{\overline{OI}}{A'O} = h\left(\dfrac{1}{A'O} - \dfrac{1}{OA}\right)$.

b) $\delta = \theta$ *(các góc có các cạnh vuông góc).*

c) $\delta = \beta - \beta' = \dfrac{\overline{OI}}{C_2O} - \dfrac{\overline{OI}}{C_1O} = h\left(\dfrac{1}{OC_1} - \dfrac{1}{OC_2}\right)$

d) $D = (n - 1)\theta$; $\dfrac{1}{OA'} - \dfrac{1}{OA} = (n-1)\left(\dfrac{1}{OC_1} - \dfrac{1}{OC_2}\right)$

e) *Nếu* $\overline{OA}$ *bằng vô cùng :* $\overline{OA'} = f'$, *tiêu cự ảnh của thấu kính* L.

Nếu $\overline{OA'}$ *bằng vô cùng :* $\overline{OA} = f$, *tiêu cự vật của thấu kính* L.

$$\frac{1}{f'} = -\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{OC_1} - \frac{1}{OC_2}\right).$$

f) $f' = 100$mm.

11 Thấu kính tiêu sắc

Một thấu kính mỏng được chế tạo từ thủy tinh n phụ thuộc bước sóng. Thủy tinh đó nghiệm đúng công thức CAUCHY $n = A + \dfrac{B}{\lambda^2}$. Kí hiệu λ_F là bước sóng của tia xanh của hiđrô (486nm), λ_D bước sóng của tia da cam của natri (589nm), λ_C bước sóng của tia đỏ của hiđrô (656nm) và $n_F = 1,585$, $n_D = 1,575$ và $n_C = 1,571$ là các chiết suất tương ứng.

Độ tụ của thấu kính là 0,5 điôp đối với tia da cam của natri và đường kính của thấu kính là 20cm.

1) Tính độ tụ của thấu kính đối với tia F và C của hiđrô.

2) Hỏi đường kính của vết sáng trên màn đặt cách thấu kính 2m, nếu thấu kính được chiếu đều đặn bởi các tia song song có bước sóng λ_F hoặc λ_C ?

3) Các nhược điểm về tính tiêu sắc của thấu kính đó làm nó không thích hợp với việc sử dụng như là một vật kính của một thấu kính tiêu sắc.

Để thực hiện một thấu kính cùng độ tụ và không có nhược điểm đó, chỉ cần ghép hai thấu kính, một bằng thuỷ tinh trước đây, một bằng thủy tinh khác có $n'_F = 1,664$; $n'_D = 1,650$ và $n'_C = 1,644$.

Xác định độ tụ của hai thấu kính.

Biết rằng thấu kính thứ nhất có hai mặt đều lồi, và mặt vào của thấu kính thứ hai sít với mặt ra của thấu kính thứ nhất, tính bán kính cong của các mặt khác nhau.

• *Nguyên tắc cơ bản của lời giải*

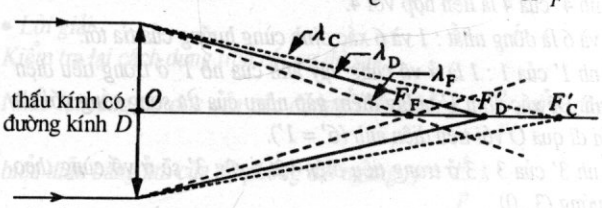
$$V = (n - 1)\left(\frac{1}{OC_1} - \frac{1}{OC_2}\right) = (n - 1)\Delta \text{ với } \Delta = \left(\frac{1}{OC_1} - \frac{1}{OC_2}\right).$$

1) $V_F = (n_F - 1)\Delta$, $V_D = (n_D - 1)\Delta$, $V_C = (n_C - 1)\Delta$,

từ đó $V_F = \dfrac{n_F - 1}{n_D - 1} V_D = 0,509\delta$ *và* $V_C = \dfrac{n_C - 1}{n_D - 1} V_D = 0,497\delta$.

2) *Việc làm xuất hiện các bán kính cong khác nhau là vô ích, vì chỉ chiết suất là phụ thuộc bước sóng.*

Trong mặt phẳng của F'_D, $d_C = \dfrac{F_D F_C}{OF_C} D$ *và* $d_F = \dfrac{F'_F F'_D}{OF_F} D$.



$$d_C = \left(1 - \frac{V_C}{V_D}\right) D = \frac{n_D - n_C}{n_D - 1} D = 14 \text{ mm}.$$

$$d_F = \left(\frac{V_F}{V_D} - 1\right) D = \frac{n_F - n_D}{n_D - 1} D = 35 \text{ mm}.$$

3) $V_1 = (n_1 - 1)\Delta_1$, $V_2 = (n_2 - 1)\Delta_2$ *và* $V_1 + V_2 = V$, *từ đó*

$V = (a_1 - 1)\Delta_1 + (a_2 - 1)\Delta_2 + (b_1\Delta_1 + b_2\Delta_2)\dfrac{1}{\lambda^2}$ *nghĩa là*

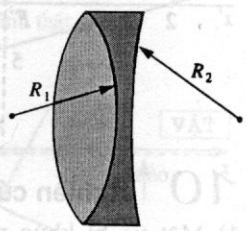
$\begin{cases} (a_1 - 1)\Delta_1 + (a_2 - 1)\Delta_2 = V \\ b_1\Delta_1 + b_2\Delta_2 = 0 \end{cases}$ *để một thấu kính là tiêu sắc*

$a_1 = 1,554$ và $b_1 = 7,32.10^{-3}\,\mu m^2$;

$a_2 = 1,619$ và $b_2 = 1,07.10^{-2}\,\mu m^2$,

từ đó $\Delta_1 = 3,83\ m^{-1}$, $\Delta_2 = 2,62\ m^{-1}$,

$V_{1D} = 2,2\delta$ và $V_{2D} = -1,2\delta$.

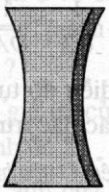


Thấu kính thứ nhất là hội tụ, thứ hai là phân kì

$\Delta_1 = \dfrac{2}{R_1}$, $\Delta_2 = -\dfrac{1}{R_1} - \dfrac{1}{R_2}$.

$R_1 = 52$ cm $R_2 = 142$ cm.

12 Thấu kính mỏng một mặt tráng bạc



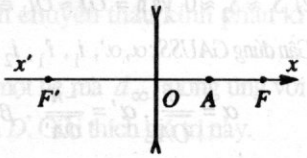
Xét một thấu kính mỏng hai mặt lõm, quang tâm O và độ tụ -20δ, có một mặt tráng bạc. Bán kính cong của các mặt bằng 5 cm.

1) Chứng minh rằng một vật đặt trong mặt phẳng của thấu kính là ảnh của chính nó.

2) Hỏi ảnh của một vật đặt trong mặt phẳng cách đều tiêu diện vật và mặt phẳng của thấu kính ?

Hướng dẫn :

Sử dụng việc ảnh cho bởi thấu kính của điểm chính giữa A của đoạn FO là F (tìm lại).



3) Thấu kính tráng bạc đó là tương đương với một gương cầu. Cho các đặc trưng của nó.

• *Lời giải*

1) *Một vật đặt trong mặt phẳng của một thấu kính mỏng hoặc của một gương cầu là ảnh của chính nó.*

2) *Tiêu điểm vật F của thấu kính là tâm C của gương.*

$$A \xrightarrow{L} F \equiv C \xrightarrow{M} F \equiv C \longrightarrow A$$

3) *Một tia đến O đi ra từ O, đối xứng đối với quang trục, từ đó $\gamma = -1$. A là tâm của gương tương đương và O tâm của nó. Đó là một gương lõm có bán kính 2,5cm và có đỉnh là O.*

13 Hệ phản truyền

Người ta có thể đặt một gương phẳng trong tiêu diện ảnh của một thấu kính hội tụ có độ tụ $V = 0,1\delta$.

1) Chứng minh rằng một tia sáng đi ra song song với chính nó sau khi đã đi qua quang hệ {thấu kính - gương}.

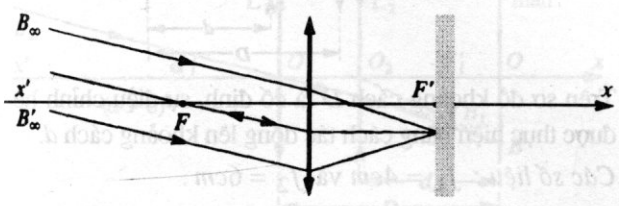
2) Tìm vị trí và kích thước của ảnh của một vật đặt trong tiêu diện vật của thấu kính.

3) Sử dụng sơ đồ của các tia sáng, cho hệ thức liên hợp ở F và độ phóng đại của hệ nghiên cứu.

• *Nguyên tắc cơ bản của lời giải*

1) *Hai tia sáng song song cắt nhau ở trong tiêu diện ảnh.*

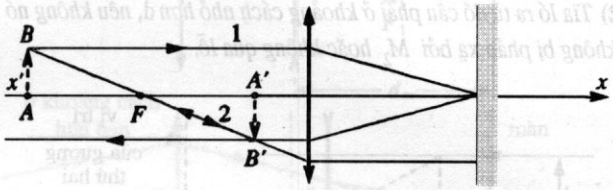
Việc dựng tia sáng song song và đi qua F cho phép xác nhận rằng tia phản xạ là song song với nó, nghĩa là song song với tia tới.



2) *Ba tia song song là cách đều nhau (đối xứng do gương phẳng) và F là ảnh của chính nó. Vậy một vật đặt trong tiêu diện vật có ảnh trong tiêu diện vật và độ phóng đại bằng -1.*

3) *Tia 1 cho phép khẳng định rằng độ phóng đại bằng -1.*

• *Tia 2 chứng tỏ rằng A' là đối xứng của A đối với F, từ đó ta có hệ thức liên hợp* $\overline{FA'} = -\overline{FA}$.



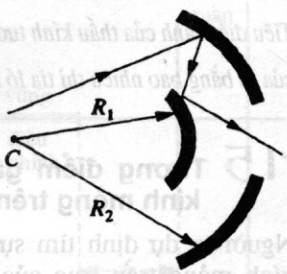
Chú ý : Ta có thể tìm được kết quả này nhờ công thức NEWTON.

14 Các gương tương đương với một thấu kính mỏng

Xét hai gương, một lồi có bán kính R_1 và một lõm có bán kính R_2 (R_1 và R_2 đều dương). Các gương đó có cùng tâm C. Gương lõm được khoét một lỗ có đường kính D tâm nằm trên quang trục sao cho ánh sáng phản xạ trên gương lồi có thể đi qua lỗ đó.

1) Chứng minh rằng tập hợp các gương đó là tương đương với một thấu kính mà ta sẽ xác định tâm và tiêu cự.

2) Xét một chùm tia sáng song song với quang trục. Chứng minh rằng nếu $R_2 > 2R_1$ thiết bị nghiên cứu không cho phép quan sát được tia ló. Trong trường hợp $2R_2 = 3R_1$ người ta có thể quan sát được các tia ló với bất kì đường kính của lỗ không ?



• *Nguyên tắc cơ bản của lời giải*

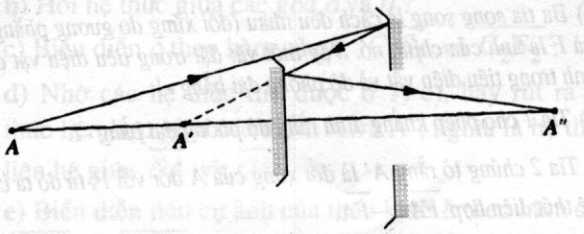
1) *Tâm của hai gương là trùng nhau, vậy công thức ở tâm là thích hợp nhất.*

Với gương lõm : $\dfrac{1}{\overline{CA'}} + \dfrac{1}{\overline{CA}} = \dfrac{2}{\overline{CS_1}}$ *và* $\gamma_1 = \dfrac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$.

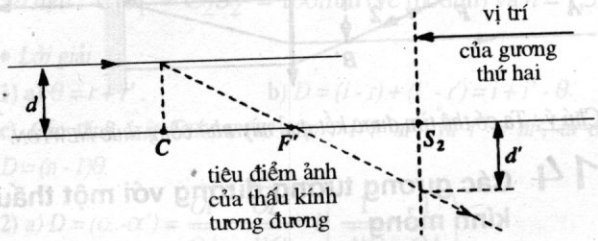
Với gương lồi : $\dfrac{1}{\overline{CA''}} + \dfrac{1}{\overline{CA'}} = \dfrac{2}{\overline{CS'_2}}$ *và* $\gamma_2 = \dfrac{\overline{CA''}}{\overline{CA'}} = \dfrac{\overline{A''B''}}{\overline{A'B'}}$

Từ đó $\dfrac{1}{\overline{CA''}} - \dfrac{1}{\overline{CA}} = \dfrac{2}{\overline{CS'_2}} - \dfrac{2}{\overline{CS_1}} = \dfrac{2}{R_1} - \dfrac{2}{R_2}$ *và* $\gamma = \dfrac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$.

Hai công thức này là tương tự với các công thức của một thấu kính mỏng có quang tâm C và có độ tụ $V = \dfrac{2}{R_1} - \dfrac{2}{R_2}$.



2) *Tia ló ra từ đó cần phải ở khoảng cách nhỏ hơn* d, *nếu không nó không bị phản xạ bởi* M_2 *hoặc không qua lỗ.*



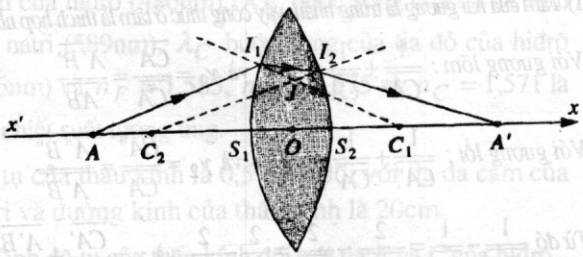
$$d' = d\left|\frac{F'S_2}{CF'}\right| = d\left|\frac{R_2 - \dfrac{R_1R_2}{2(R_2-R_1)}}{R_2 - \dfrac{R_1R_2}{2(R_2-R_1)}}\right| = d\left|\frac{2R_2}{R_1} - 3\right|$$

$R_2 > R_1$, $\dfrac{2R_2}{R_1} - 3 > -1$. *Từ đó điều kiện để có tia ló* $\dfrac{2R_2}{R_1} < 4$, *nghĩa là* $R_2 < 2R_1$. *Trong trường hợp mà* $2R_2 = 3R_1$, $d' = 0$.

Tiêu điểm ảnh của thấu kính tương đương là ở S_2. *Dù đường kính của lỗ bằng bao nhiêu thì tia ló sẽ đi qua đó vì nó đi qua* S_2.

15 Tương điểm gần đúng của một thấu kính mỏng trên trục của nó

Người ta dự định tìm sự tương điểm của một thấu kính mỏng trên trục của nó. Giả sử một thấu kính chiết suất n đặt trong không khí có các mặt là các lưỡng chất cầu không khí/ thủy tinh đồng nhất nhau bởi tâm và đỉnh của chúng trên sơ đồ.



Xét một tia tới xuất phát từ A trên trục thấu kính. Tia khúc xạ liên tiếp bởi hai lưỡng chất, cắt trục tại B.

1) Chứng minh rằng, trong khuôn khổ gần đúng GAUSS, điểm B đồng nhất với điểm A' ảnh của A cho bởi thấu kính, theo nghĩa của tương điểm gần đúng, được cho bởi hệ thức liên hợp DESCARTES :

$$\frac{1}{\overline{OA}} - \frac{1}{\overline{OA'}} = (n-1)\left(\frac{1}{\overline{OC_1}} - \frac{1}{\overline{OC_2}}\right)$$

2) Biểu diễn độ tụ của thấu kính theo hàm của chiết suất và các đặc trưng hình học của nó.

Chú ý : Điểm O trên hình vẽ là tuỳ ý giữa S_1 *và* S_2 *; do thấu kính là mỏng,* S_1, O *và* O_2 *thật tế là trùng nhau.*

• *Lời giải*

1) $i_1 = \alpha - \beta_1$, $i_2 = \beta - \alpha'$ *và* $i'_1 + i'_2 = \beta_2 - \beta_1$.

2) $S_1 \approx S_2 \approx 0$ *và* $h = \overline{OJ} \approx \overline{OI_1} \equiv \overline{OI_2}$.

Gần đúng GAUSS : $\alpha, \alpha', i_1, i'_1, i_2, i'_2, \beta_1$ *và* β_2 *đều nhỏ, vậy:*

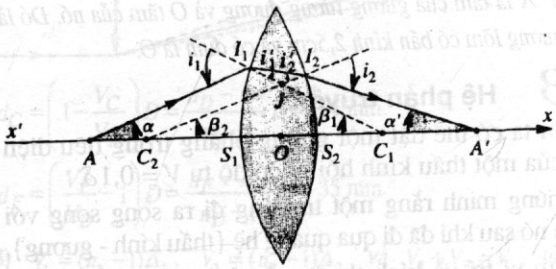
$$\alpha = \frac{-h}{\overline{OA}},\ \alpha' = \frac{-h}{\overline{OA'}},\ \beta_1 = \frac{-h}{\overline{OC_1}},\ \beta_2 = \frac{-h}{\overline{OC_2}}.$$

Các định luật SNELL-DESCARTES *buộc* $i = n\,i'_1$ *và* $ni'_2 = i_2$.

Lúc đó $(\alpha - \alpha') = (n-1)(\beta_1 - \beta_2)$ *và* $\dfrac{1}{\overline{OA}} - \dfrac{1}{\overline{OA'}} = (n-1)\left(\dfrac{1}{\overline{OC_1}} - \dfrac{1}{\overline{OC_2}}\right)$

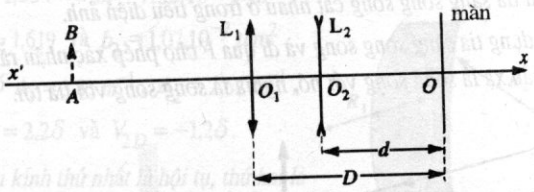
Hệ thức liên hợp này (công thức DESCARTES*) chứng minh sự tương điểm gần đúng của thấu kính mỏng trên trục của nó trong các điều kiện của* GAUSS.

2) A *ở vô cùng, lúc đó* A' = F', *vậy* $V = (n-1)\left(\dfrac{1}{\overline{OC_2}} - \dfrac{1}{\overline{OC_1}}\right)$



VẬN DỤNG VỐN KIẾN THỨC

16 Sự hiệu chỉnh



Trên sơ đồ khoảng cách D là cố định, sự điều chỉnh hệ được thực hiện bằng cách tác động lên khoảng cách d.

Các số liệu : $f_1 = 4cm$ *và* $f_2 = 6cm$.

1) Hiệu chỉnh ở vô cùng

a) Hệ được điều chỉnh sao cho các vật ở vô cùng cho một ảnh rõ nét ở trên màn. Hỏi $D - f'_1$ cần phải có dấu như thế nào để điều đó là có thể ?

b) Khi điều đó được thực hiện, hỏi giá trị của d, kí hiệu d_∞, tương ứng với sự điều chỉnh đó ?

c) Thực hiện một sơ đồ hệ và dựng ảnh của một vật AB ở vô cùng được thấy dưới góc α, lúc $D = 5cm$.

d) Tính độ lớn của ảnh theo hàm của α.

2) Sự thay đổi hệ

a) Khi người ta muốn hiệu chỉnh một vật ở khoảng cách hữu hạn, cần phải dịch chuyển thấu kính phân kì theo hướng nào ?

b) Người ta muốn thực hiện một hệ mà d_∞ tương ứng với giá trị D. Tính độ dài mới của D. Giải thích giá trị này.

3) Khả năng hiệu chỉnh

a) Trong trường hợp trước đây, hãy chỉ ra độ sâu điều chỉnh của hệ, nghĩa là vùng các vị trí của vật AB có khả năng cho một ảnh rõ nét trên màn khi cho d một giá trị thích hợp.

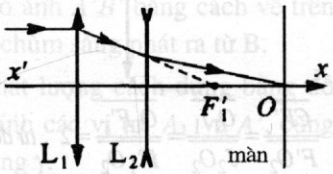
b) Thực hiện một cách dựng cẩn thận ở tỉ lệ 1/2 cho phép xác định vị trí của A.

Tìm lại kết quả bằng tính toán.

Số liệu : $d = 6cm$.

• *Lời giải*

1) a) $A \xrightarrow{L_1} F'_1 \xrightarrow{L_2} O$



vậy $D > f'_1$

b) *Hệ thức NEWTON đối với L_2 :*

$\overline{F_2F_1}\ \overline{F'_2O} = -f_2^2$ *nghĩa là* $(f'_1 - f_2 + d_\infty - D)(d_\infty + f_2) = -f_2^2$

Khoảng cách độ điều chỉnh ở vô cùng nghiệm đúng phương trình bậc 2 :

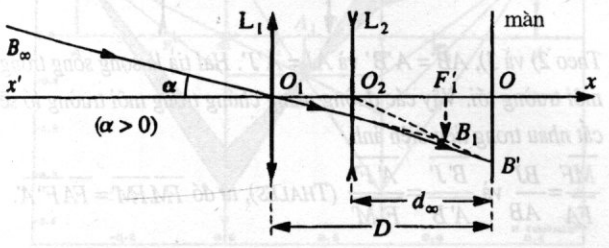
$d_\infty^2 + (f'_1 - D)d_\infty + f_2(f'_1 - D) = 0$; $\Delta = (D - f')(D - f'_1 + 4f_2)$;

Δ *là dương nếu* $D - f'_1 + 4f'_2 = D + 20 > 0$ $(D > f'_1)$.

Có hai nghiệm thực, một nghiệm của chúng là dương :

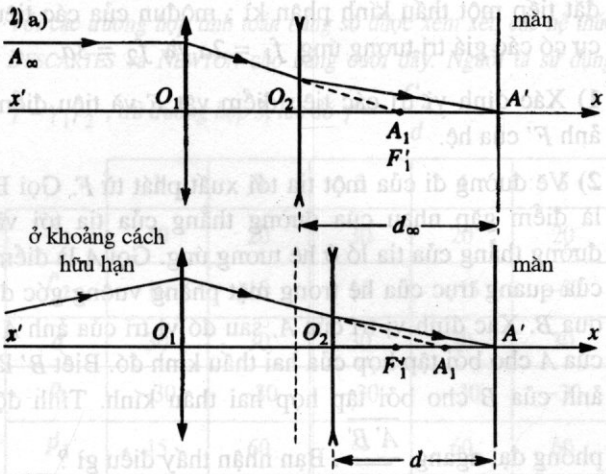
$$d_\infty = \frac{1}{2}\left[D - f'_1 + \sqrt{(D - f'_1)(D - f'_1 + 4f_2)}\right]$$

c) $d_\infty = 3cm$, O_2, B_1 *và* B' *là thẳng hàng.*



$\frac{\overline{OB'}}{\overline{F'_1B_1}} = \frac{\overline{O_2O}}{\overline{O_2F'_1}}$ *và* $\alpha = -\frac{\overline{F'_1B_1}}{\overline{O_1F'_1}}$, *từ đó* $\overline{OB'} = -\alpha\frac{d_\infty f'_1}{f'_1 + d_\infty - D}$.

2) a)



ở khoảng cách hữu hạn

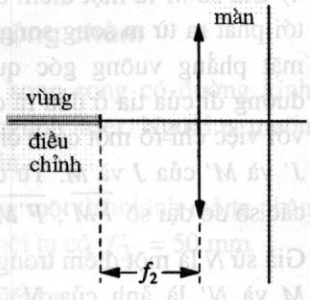
Nếu A là ở khoảng cách hữu hạn, $\overline{O_1A_1} > \overline{O_1F'_1}$. *Hiệu ứng phân kì của thấu kính L_2 là càng nhạy nếu A_1 càng xa O_2. Cần giảm hiệu ứng này, vậy phải đưa O_2 lại gần A_1, nghĩa là* $d < d_\infty$.

b) *Với* $d_\infty = D$, *công thức của 1) b) cho* $D = \frac{f'_1 f_2}{f_2 - f'_1}$, *nghĩa là* $\frac{1}{D} = \frac{1}{f'_1} - \frac{1}{f_2}$ *(kết hợp hai thấu kính ghép lại). Trong trường hợp nghiên cứu* $D = 12$cm.

3) a) *Các giá trị giới hạn là* $d = 0$ *và* $d = D$

Khi $d = D$, A là ở vô cùng.

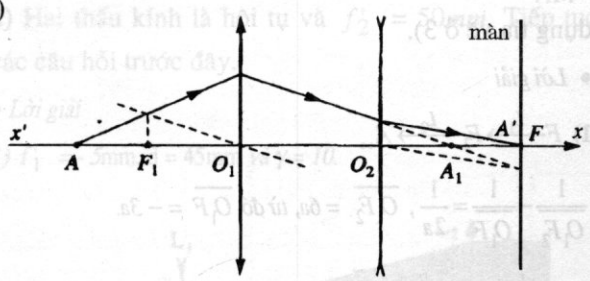
Khi $d = 0$, thấu kính L_2 là ở sát phim, vậy A_1 và A' là trùng nhau, A và A_2 là trùng nhau, vậy



$-\frac{1}{OA} + \frac{1}{D} = \frac{1}{f'_1}$

mà $\frac{1}{D} = \frac{1}{f'_1} - \frac{1}{f_2}$ *từ đó* $\overline{OA} = -f_2$.

b)



$\frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = -\frac{1}{f_2}$, *từ đó* $\overline{O_2A_1} = 3cm$,

$\frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{f'_1}$, *từ đó* $\overline{O_1A}$ = - 7,2cm.

17 Nghiên cứu một hệ hai thấu kính

Xét một thấu kính hội tụ L_1, ở khoảng cách $d = 3a$ đặt tiếp một thấu kính phân kì ; môđun của các tiêu cự có các giá trị tương ứng $f_1 = 2a$ và $f_2 = 3a$.

1) Xác định vị trí các tiêu điểm vật F và tiêu điểm ảnh F' của hệ.

2) Vẽ đường đi của một tia tới xuất phát từ F. Gọi B là điểm gặp nhau của đường thẳng của tia tới và đường thẳng của tia ló ở hệ tương ứng. Gọi A là điểm của quang trục của hệ trong mặt phẳng vuông góc đi qua B. Xác định vị trí của A, sau đó vị trí của ảnh A' của A cho bởi tập hợp của hai thấu kính đó. Biết B' là ảnh của B cho bởi tập hợp hai thấu kính. Tính độ phóng đại ngang $\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$. Bạn nhận thấy điều gì ?

3) Vẽ đường đi của một tia tới song song với trục. Gọi D là điểm gặp nhau của đường thẳng của tia tới và đường thẳng của tia ló ở hệ tương ứng. Gọi C là điểm của quang trục của hệ trong mặt phẳng vuông góc đi qua D.

Xác định vị trí của C.

Bạn nhận thấy điều gì ? Chứng minh kết quả đó.

4) Giả sử M là một điểm của quang trục. Xét một tia tới phát ra từ m song song với tia vẽ ở 2). Tia đó cắt mặt phẳng vuông góc qua A tại một điểm J. Vẽ đường đi của tia ở đầu ra của quang hệ hai thấu kính với việc chỉ rõ một cách chính xác các ảnh tương ứng J' và M' của J và M. Từ đó suy ra một hệ thức giữa các số đo đại số $\overline{FM}$, $\overline{F'M'}$, $\overline{FA}$, $\overline{F'A'}$.

Giả sử N là một điểm trong mặt phẳng vuông góc qua M và N' là ảnh của N. Tính độ phóng đại ngang $\dfrac{\overline{M'N'}}{\overline{MN}}$ theo hàm của $\overline{F'A'}$ và $\overline{F'M'}$ bằng cách sử dụng tia vẽ ở 3).

- *Lời giải*

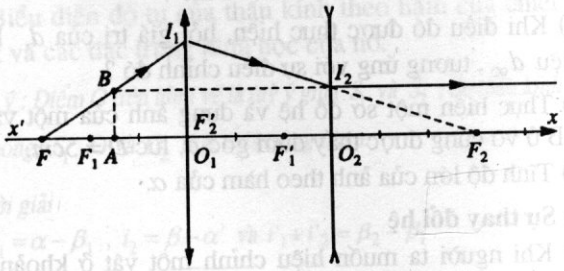
1) $F \xrightarrow{L_1} F_2 \xrightarrow{L_2} A_\infty$

$\dfrac{1}{\overline{O_1F_2}} - \dfrac{1}{\overline{O_1F}} = \dfrac{1}{2a}$, $\overline{O_1F_2} = 6a$, *từ đó* $\overline{O_1F} = -3a$.

$A_\infty \xrightarrow{L_1} F'_1 \xrightarrow{L_2} F'$

$\dfrac{1}{\overline{O_2F'}} - \dfrac{1}{\overline{O_2F'_1}} = -\dfrac{1}{3a}$, $\overline{O_2F'_1} = -a$, *từ đó* $\overline{O_2F'} = -\dfrac{3}{4}a$.

2) *Trên sơ đồ* $\overline{O_2F_2} = \dfrac{1}{2}\overline{O_1F_2}$, *vậy* $O_2I_2 = \dfrac{1}{2}O_1I_1$ *và* $FA = \dfrac{1}{2}FO_1$, *nghĩa là* $\overline{OA} = -\dfrac{3}{2}a$; $A \xrightarrow{L_1} A_1 \xrightarrow{L_2} A'$.

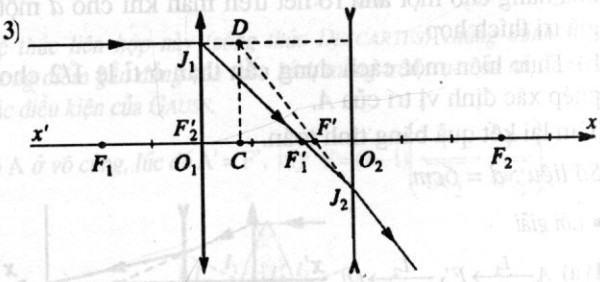


$\dfrac{1}{\overline{O_1A_1}} - \dfrac{1}{\overline{O_1A}} = \dfrac{1}{2a}$, $\overline{O_1A_1} = -6a$; $\gamma_1 = \dfrac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}}$, $\gamma_1 = 4$.

$\dfrac{1}{\overline{O_2A}} - \dfrac{1}{\overline{O_2A_1}} = -\dfrac{1}{3a}$, $\overline{O_2A_1} = -9a$, $\overline{O_2A} = -\dfrac{9}{4a}$; $\gamma_2 = -\dfrac{1}{4}$

$\gamma = \gamma_1\gamma_2 = 1 = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$

3)

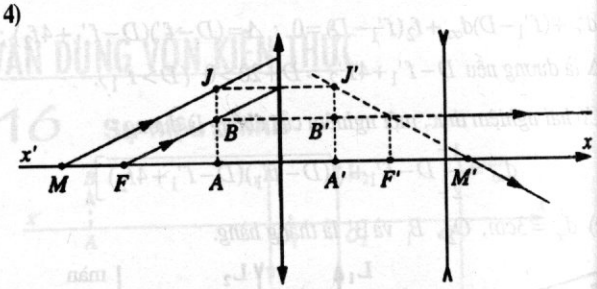


$\dfrac{\overline{CF'}}{\overline{F'O_2}} = \dfrac{\overline{O_1J_1}}{\overline{J_2O_2}} = \dfrac{\overline{O_1F'_1}}{\overline{F'_1O_2}} = 2$, *từ đó* $\overline{CF'} = \dfrac{3}{2}a$ *và* $\overline{O_1C} = \dfrac{3}{4}a$.

C và A' trùng nhau.

Sự chồng chất của hai đường đi của các tia sáng phát ra từ B tương ứng với cách vẽ ảnh B' của B cho bởi L_1 *và* L_2 : $B \xrightarrow{L_1} B_1 \xrightarrow{L_2} D \equiv B'$.

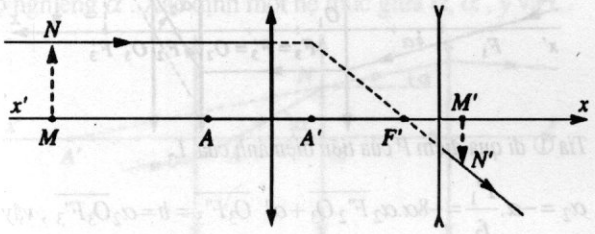
4)



Theo 2) và 3), AB = A'B' và AJ = A'J'. Hai tia là song song trong môi trường tới. Vậy các đường mang chúng trong môi trường ló sẽ cắt nhau trong tiêu diện ảnh.

$\dfrac{\overline{MF}}{\overline{FA}} = \dfrac{BJ}{AB}$ *và* $\dfrac{\overline{B'J'}}{\overline{A'B'}} = \dfrac{\overline{A'F'}}{\overline{F'M'}}$ *(THALÈS), từ đó* $\overline{FM}.\overline{FM'} = \overline{FA}.\overline{F'A'}$.

Với sơ đồ dưới đây, $\frac{\overline{M'N'}}{\overline{MN}} = \frac{\overline{F'M'}}{\overline{F'A'}}$ *(THALÈS).*



18 Cách dựng ảnh tạo bởi sự kết hợp của hai thấu kính

Người ta kết hợp hai thấu kính bằng cách đặt chúng trên cùng một trục để tạo ảnh $A'B'$ của một vật thật AB ở cách 30cm trước thấu kính thứ nhất.

Các số liệu :

Với các trường hợp tính toán bằng số dưới đây :

1. $f'_1 = 10\text{cm}$ và $f'_2 = 10\text{cm}$;

2. $f'_1 = 20\text{cm}$ và $f'_2 = 10\text{cm}$;

3. $f'_1 = 30\text{cm}$ và $f'_2 = 15\text{cm}$;

4. $f'_1 = 20\text{cm}$ và $f'_2 = -15\text{cm}$;

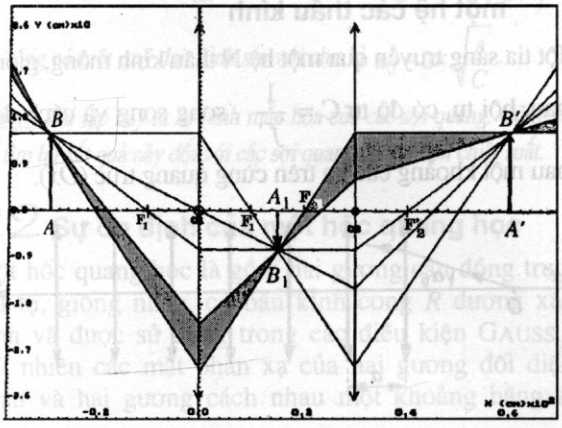
5. $f'_1 = 20\text{cm}$ và $f'_2 = -60\text{cm}$.

1) Thực hiện với tỉ lệ 1/5 cách dựng hình học ảnh trung gian A_1B_1, sau đó ảnh $A'B'$ bằng cách vẽ trên sơ đồ đường đi của một chùm sáng phát ra từ B.

2) Xác nhận bằng số chất lượng cách dựng bằng đồ thị của bạn bằng cách tính các vị trí A_1 và A', cũng như là độ phóng đại ngang γ.

• *Lời giải*

1) *Cách dựng được dựa trên kĩ thuật cơ sở trình bày trong giáo trình. Việc kéo dài cùng chùm tia qua quang hệ để cụ thể hóa đường đi của ánh sáng là tốt hơn. Khi điều đó là cần thiết, việc dựng ảnh A'B' từ A_1B_1 thực hiện được nhờ các tia phụ được vẽ màu thẫm trên sơ đồ.*



A thực, A_1 thực đối với L_1 và L_2, và A' thực (trường hợp 1).

Các phương pháp dựng ở các trường hợp **2, 3, 4** *và* **5** *cũng như vậy.*

Với các trường hợp tính toán bằng số được xem xét, các hệ thức DESCARTES *và* NEWTON *cho bảng dưới đây. Người ta sử dụng* $\gamma = \gamma_1\gamma_2$ *, trừ trường hợp 3, lúc đó* $\gamma = -\frac{f'_2}{d}$.

	1	2	3	4	5
f'_1	10	20	30	20	20
f'_2	10	10	15	−15	−60
d	30	30	30	30	30
p_1	−30	−30	−30	−30	−30
p'_1	15	60	∞	60	60
γ_1	−0,5	−2	−	−2	−2
p_2	−15	30	∞	30	30
p'_2	30	7,5	30	−30	60
γ_2	−2	0,25	−	−1	2
γ	1	−0,5	−0,5	2	−4

19 Các thiết bị mở rộng chùm

Một chùm sáng hầu như song song có đường kính $d = 2mm$ phát ra từ một nguồn laser. Người ta muốn nhân đường kính gấp 10 lần.

1) Thiết bị mở rộng sử dụng một thấu kính mỏng phân kì và một thấu kính mỏng hội tụ có $f'_2 = 50$ mm.

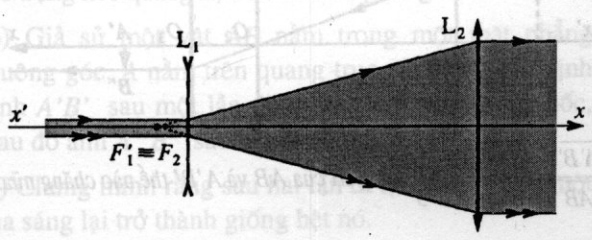
Tính f'_1 . Vẽ một sơ đồ thiết bị.

Hai thấu kính cách nhau bao nhiêu ?

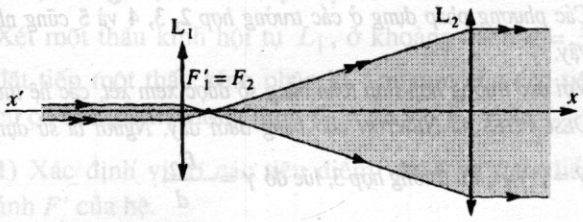
2) Hai thấu kính là hội tụ và $f'_2 = 50mm$. Tiếp tục các câu hỏi trước đây.

• *Lời giải*

1) $f'_1 = -5\text{mm}$, $d = 45\text{mm}$ *và* $\gamma = 10$.



2) $f'_1 = 5$ mm, $d = 55$ mm và $\gamma = -10$.

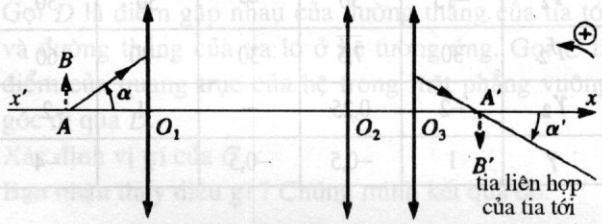


20 Hệ vô tiêu

Một hệ đồng trục gồm ba thấu kính mỏng có tiêu cự $f'_1 = 3a$, $f'_2 = x$ và $f'_3 = a$, ở các khoảng cách $O_1O_2 = 3a$ và $O_2O_3 = a$ $(a > 0)$. Thấu kính thứ nhất và thấu kính thứ ba là hội tụ.

1) Biết rằng O_2 là ảnh của chính nó qua hệ, xác định tiêu cự f'_2 của thấu kính thứ hai theo hàm của a.

2) $\overline{A'B'}$ là ảnh của $\overline{AB}$ qua hệ, chứng minh rằng ta có $\overline{A'B'}\alpha' = \overline{AB}\alpha$.



3) Thiết lập hệ thức liên hợp giữa các hoành độ của vật A và ảnh A' của nó trong hệ khi lấy gốc các hoành độ ở O_2.

• *Lời giải*

1) $O_2 \xrightarrow{L_1} O'_2 \xrightarrow{L_2} O''_1 \xrightarrow{L_3} O_2$

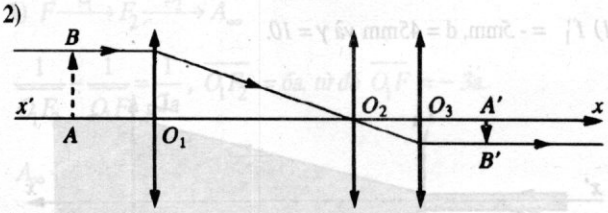
• $\dfrac{1}{\overline{O_1O'_2}} - \dfrac{1}{\overline{O_1O_2}} = \dfrac{1}{f'_1}$ từ đó $\overline{O_1O'_2} = \dfrac{f'_1}{2} = \dfrac{3a}{2}$;

• $\dfrac{1}{\overline{O_2O''_2}} - \dfrac{1}{\overline{O_2O'_2}} = \dfrac{1}{f'_2}$, từ đó $\dfrac{1}{\overline{O_2O''_2}} = \dfrac{1}{f'_2} - \dfrac{2}{3a}$;

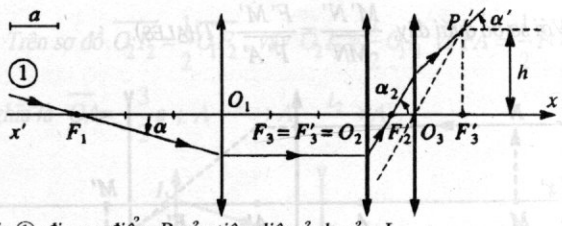
• $\dfrac{1}{\overline{O_3O_2}} - \dfrac{1}{\overline{O_3O''_2}} = \dfrac{1}{f'_3}$ từ đó $\overline{O_3O''_2} = -\dfrac{a}{2}$.

nghĩa là $\overline{O_3O''_2} = \dfrac{a}{2}$, *vậy* $f'_2 = \dfrac{3a}{8}$.

2)



$\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\dfrac{\overline{O_2O_3}}{\overline{O_1O_2}} = -\dfrac{1}{3}$ *dù vị trí của AB và A'B' thế nào chăng nữa.*



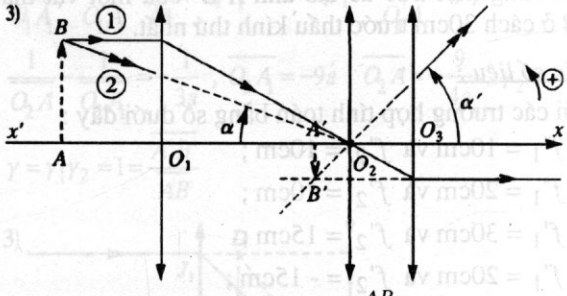
Tia ① đi qua điểm P của tiêu diện ảnh của L_3

$\alpha_2 = -\alpha.\dfrac{f'_1}{f_2} = -8\alpha.\alpha_2\overline{F'_2O_3} + \alpha'\ \overline{O_3F'_3} = h = \alpha_2\overline{O_3F'_3}$, *vậy*

$\alpha' = \dfrac{\alpha_2\left(a - \left(a - \dfrac{3a}{8}\right)\right)}{a} = \dfrac{3\alpha_2}{8}$ *nghĩa là* $\alpha' = -3\alpha$.

Hệ thức này là bất biến LAGRANCE - HELMHOLTZ

3)



Theo **2)** *tia ① ló ra cách quang trục* $-\dfrac{AB}{3}$.

Tia ② hướng đến O_2, *nó ló ra khỏi hệ theo một đường thẳng qua* O_2 *và hợp với quang trục một góc* $\alpha' = -3\alpha$.

$\alpha = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{O_2A}}$ *và* $\alpha' = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{O_2A'}}$, *từ đó* $\overline{O_2A'} = \dfrac{\alpha}{AB}\ \dfrac{\overline{A'B'}}{\alpha'}\overline{O_2A}$ *nghĩa là* $\overline{O_2A'} = \dfrac{\overline{O_2A}}{9}$.

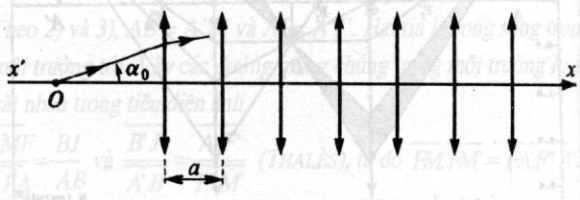
Công thức này là tổng quát đối với các hệ vô tiêu :

nếu $A_1 \xrightarrow{\Sigma} A'_1$ *và* $A_2 \xrightarrow{\Sigma} A'_2$, *lúc đó* $\overline{A'_1A'_2} = \gamma^2\overline{A_1A_2}$,

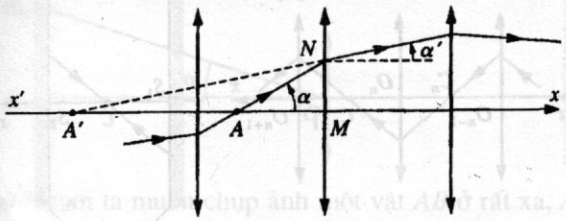
γ là độ phóng đại ngang của hệ vô tiêu.

21 Phương trình của một tia sáng trong một hệ các thấu kính

Một tia sáng truyền qua một hệ N thấu kính mỏng, giống nhau, hội tụ, có độ tụ C = $\dfrac{1}{f'}$, song song và cách đều nhau một khoảng cách a trên cùng quang trục (Ox).



1) Xét một trong các thấu kính đó. Tia sáng y đến với góc nghiêng α tại điểm N có tung độ y, nó đi ra từ đó với độ nghiêng α'. Xác định một hệ thức giữa α, α', y và C.



2) Giả sử rằng các thấu kính là đủ gần nhau ($a = f'$) để có thể coi tia sáng như là một đường cong có phương trình $y = y(x)$ mà đạo hàm của nó là liên tục.

a) Thiết lập một phương trình vi phân mà x và y nghiệm đúng.

b) Giải phương trình đó với giả thiết là tia đi qua O với góc nghiêng α_0.

• *Lời giải*

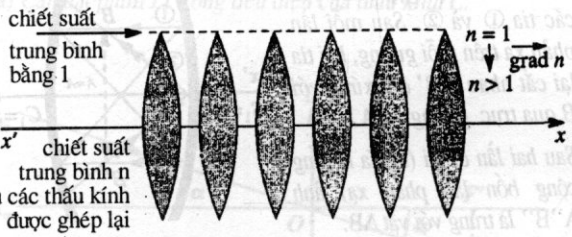
1) Hệ thức liên hợp : $\frac{1}{\overline{MA'}} - \frac{1}{\overline{MA}} = \frac{1}{f'}$.

Nhân với y : $-(\alpha' - \alpha) = \frac{y}{f'} = Cy$

2) a) *Trên đoạn a,* α *thay đổi :* $\Delta\alpha = \alpha' - \alpha = -Cy$

Coi đạo hàm $\frac{d\alpha}{dx}$ *giống với* $\frac{\Delta\alpha}{a} = -\frac{Cy}{a}$.

$\alpha \approx \tan\alpha$ *cũng là độ dốc của* y(x), *từ đó* $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d\alpha}{dx} = -\frac{Cy}{a}$.



b) *Tại* $x = 0, y = 0$ *và* $\alpha = \frac{dy}{dx} = \alpha_0$, *lúc đó* $y = \sqrt{\frac{a}{C}}\alpha_0 \sin\left(\sqrt{\frac{C}{a}}x\right)$.

Tia sáng có một quỹ đạo hình sin với chu kì $x_0 = 2\pi\sqrt{\frac{a}{C}}$.

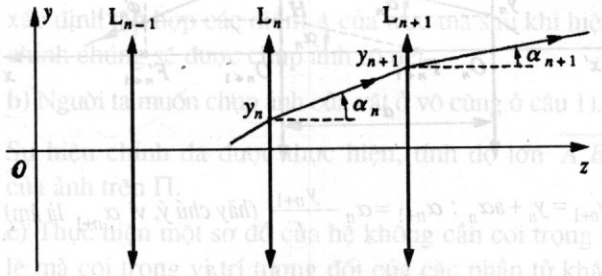
Chú ý : Bài tập này là sự hình mẫu hóa của các sợi quang. Cũng có thể tìm lại kết quả này đối với các sợi quang có gradien chiết suất.

22 Sự ổn định của một hốc quang học

Một hốc quang học là gồm hai gương cầu đồng trục, hội tụ, giống nhau, có bán kính cong R dương xác định và được sử dụng trong các điều kiện GAUSS : Tất nhiên các mặt phản xạ của hai gương đối diện nhau và hai gương cách nhau một khoảng bằng a. Chúng ta dự định thảo luận về tính ổn định quang học của hốc : một hốc được gọi là ổn định nếu có khả năng giữ các tia sáng ở lân cận quang trục.

1) Bằng việc nhớ lại các công thức liên hợp thích hợp, chứng minh rằng theo quan điểm của ổn định hình học, quang hệ đó là tương đương với một dãy thấu kính mỏng L_1, L_2, ..., L_n mà ta sẽ xác định chính xác bản chất, tiêu cự f' và khoảng cách a' theo hàm của R và a.

2) Người ta nghiên cứu đường đi của một tia sáng trong mặt phẳng của sơ đồ. Đường đi của nó được xác định một cách chắc chắn bởi một dãy các góc α_n và các tung độ y_n với n là số nguyên hoàn toàn dương. Thiết lập một hệ thức truy hoán giữa y_{n+1}, y_n và α_n. Cũng vậy thiết lập một hệ thức giữa α_{n+1}, α_n và y_{n+1}.



3) Từ đó suy ra rằng $y_{n+2} - 2gy_{n+1} + y_n = 0$, trong đó g là một hằng số mà ta sẽ biểu diễn theo hàm của tỉ số $\frac{a}{R}$.

4) Tìm tập hợp các lời giải của phương trình đó dưới dạng $y_n = AZ^n$, trong đó Z là một số phức và A là một hằng số tích phân. Thảo luận theo các giá trị của g ; trình bày trường hợp $|g| = 1$.

5) Đối với các gương cầu người ta chọn lấy cấu hình đồng tiêu $a = R$.

a) Biểu diễn trên một hình vẽ, đường đi của một tia tới song song với quang trục và đường đi của một tia tới đi qua quang tâm của thấu kính thứ nhất của cấu hình tương đương. Cũng biểu diễn như vậy đường đi của hai tia sáng đó trong hốc quang học tạo bởi hai gương cầu.

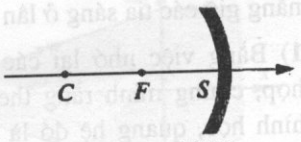
b) Giả sử một vật AB nằm trong một mặt phẳng vuông góc, A nằm trên quang trục của hốc. Xác định ảnh $A'B'$ sau một lần đi lại của ánh sáng trong hốc, sau đó ảnh $A''B''$ sau hai lần đi lại.

c) Chứng minh rằng sau hai lần đi lại ở trong hốc một tia sáng lại trở thành giống hệt nó.

• *Lời giải*

1) *Gương lõm có đỉnh S :*

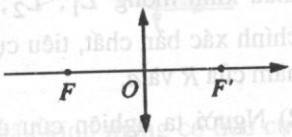
$\frac{1}{SA'}+\frac{1}{SA}=\frac{2}{SC}=-\frac{2}{R}$ $(R>0)$;



• *Thấu kính có tâm* $O \equiv S$ *:*

$\frac{1}{OA'}-\frac{1}{OA}=\frac{1}{OF}$;

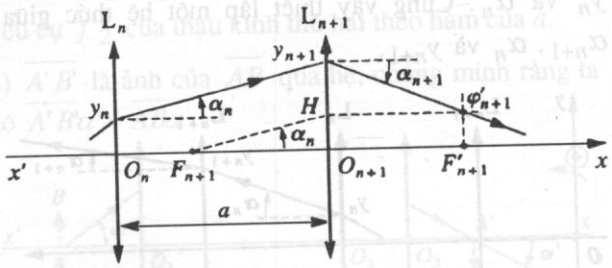
nghĩa là $\frac{1}{(-OA')}+\frac{1}{OA}=-\frac{1}{OF'}$



Hai hệ là tương đương nếu

$f'=\frac{R}{2}$ *và* $A'=A$

2) *Tia tới có độ nghiêng* α_n*, ra khỏi thấu kính* L_{n+1} *đi qua tiêu điểm ảnh phụ* φ'_{n+1}.



$y_{n+1}=y_n+a\alpha_n$; $\alpha_{n+1}=\alpha_n-\frac{y_{n+1}}{f'}$ *(hãy chú ý, vì* α_{n+1} *là âm)*

3) $y_{n+2}=y_{n+1}+a\alpha_{n+1}=y_{n+1}+a\alpha_n-\frac{a}{f'}y_{n+1}$, *với*

$\alpha_n=\frac{y_{n+1}-y_n}{a}$ *và* $g=1-\frac{a}{2f}=1-\frac{a}{R}$.

4) *Nếu* $y_n=AZ^n$ *, ta có* $Z^2-2gZ+1=0$

• $|g|>1$, $Z=g\pm\sqrt{g^2-1}$

• $|g|=1$, $Z=1$

• $|g|<1$, $Z=g\pm i\sqrt{1-g^2}$ *(với* $i^2=-1$ *)*

Biết rằng g nhỏ hơn 1, ta phân biệt các trường hợp khác nhau :

• $g<$ -1 $(a>2R)$ *: các nghiệm* Z_1 *và* Z_2 *là thực :* $Z_1Z_2=1$ *và* $Z_1+Z_2>0$, *vậy* $Z_1<1$ *và* $Z_2>1$.

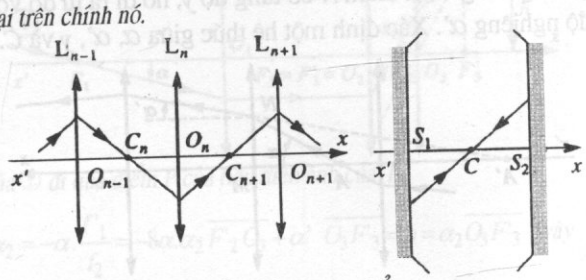
y_n *tăng khi* n *tăng và tia tương ứng sẽ kết thúc bởi đi ra khỏi hệ ; hốc có "sự không ổn định" hình học.*

• $g>$ - 1 $(a<2R)$: Z_1 *và* Z_2 *là các nghiệm phức liên hợp mà môđun của chúng bằng 1 : vậy ta có thể đặt* $Z=e^{\pm i\varphi}$ *và* $y_n=Ae^{+in\varphi}+Be^{-in\varphi}$ *hoặc* $y_n=A'\cos n\varphi+B'\sin n\varphi$.

y_n *bị hạn chế ; tia sáng bị "bẫy" ở trong hốc : hốc có "sự ổn định hình học".*

• $g=$ -1 $(a=2R)$ $Z=$ -1 *và* $y=A(-1)^n$.

Hai gương có tâm C của chúng trùng nhau và tia đi qua C phản xạ lại trên chính nó.

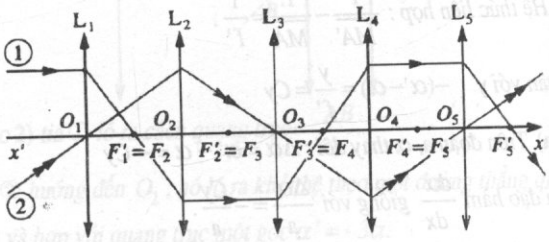


Trường hợp đặc biệt của hai gương phẳng :

Nếu R trở nên vô cùng, g = 1, Z = 1 và y = A = cte. Cần lấy $\alpha_n=0$ *nếu không các tia sáng sẽ đi ra khỏi hốc.*

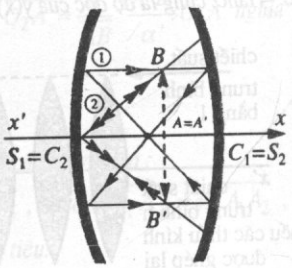
5) $a=R=2f'$. *Các tiêu điểm ảnh và vật của hai thấu kính kế tiếp là trùng nhau. Cũng xảy ra tương tự đối với hai gương cầu của hốc quang học : đó là một hốc đồng tiêu. Tâm của gương này trùng với đỉnh của gương kia.*

a) $g=0, Z=\pm i=e^{i\frac{\pi}{2}}$ *và* $y_n=A'\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)+B'\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)$.



b) *Xét vật AB của sơ đồ bên cạnh, B là điểm gặp nhau của các tia ① và ②. Sau mỗi lần phản xạ trên mỗi gương, hai tia lại cắt nhau ở B' đối xứng với B qua trục gương và* $A\equiv A'$.

Sau hai lần đi lại (nghĩa là tổng cộng bốn lần phản xạ) ảnh A''B'' là trùng với vật AB.



c) *Giả sử một tia sáng qua A với độ nghiêng* α_1 *. Sau hai lần đi lại nó đi qua A và độ nghiêng của nó* $\alpha_5=\alpha_1$.

Vậy tia này trùng với tia tới.

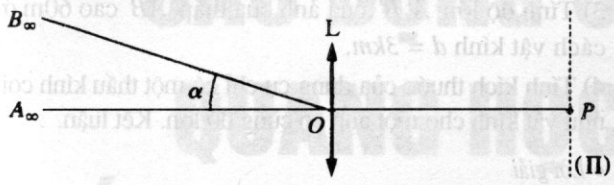
Chú ý : Ta có thể tìm lại kết quả trên bằng cách sử dụng dãy các giá trị α_n *và* $y_n=A'\cos\frac{n\pi}{2}+B'\sin\frac{n\pi}{2}$ *để xác nhận* $y_5=y_1$ *và* $\alpha_5=\alpha_1$.

MÁY ẢNH

23 Nghiên cứu một vật kính máy ảnh

1) Một vật kính có thể được mô hình hóa bằng một thấu kính mỏng *L* tiêu cự ảnh $\overline{OF'}=f'=+75$mm.

Để thực hiện việc điều chỉnh người thợ ảnh dịch chuyển vật kính đối với phim Π.



a) Người ta muốn chụp ảnh một vật AB ở rất xa, A ở trên trục còn B theo một hướng hợp với trục một góc α. Hỏi thấu kính L phải đặt cách phim bao nhiêu ?

b) Dựng ảnh $A'B'$ của AB.

c) Biểu diễn độ lớn $\overline{A'B'}$ theo hàm của các số liệu.

d) Vật AB là một tháp cao 60m ở cách vật kính 3km. Tính $\overline{A'B'}$.

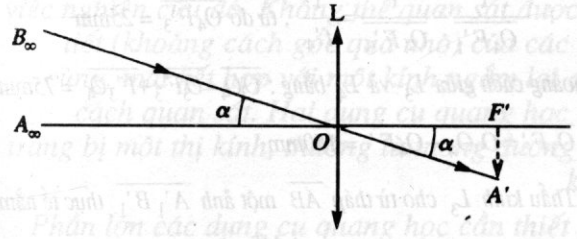
e) Nếu người thợ ảnh muốn có một ảnh lớn gấp hai lần trên phim ảnh, hỏi phải thay L bằng thấu kính như thế nào ?

2) Người ta định nghĩa khoảng dịch chuyển ảnh của vật kính τ' là khoảng cách đại số $\overline{F'A'} = \tau'$. Hỏi giá trị cực đại mà τ' phải lấy nếu sự điều chỉnh của vật kính cho phép chụp rõ nét một vật khi khoảng cách từ vật đến L (thấu kính ban đầu) nằm giữa 1,4 m và vô cùng ?

• *Lời giải*

1) a) *Cần đặt phim Π trong tiêu diện của thấu kính* L.

b)

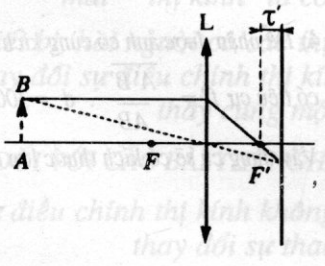


c) $\overline{A'B'} = -\alpha f'$ *(đã giả sử là dương).* d) $\overline{A'B'} = -1{,}5\,\text{mm}$.

e) *Cần phải thay* L *bằng một thấu kính có tiêu cự* $f'_1 = 2f' = 150\text{mm}$.

2) *Một vật ở vô cùng theo hướng của trục có ảnh là tiêu điểm F'. Một vật A trên trục có ảnh là* A'; *áp dụng hệ thức* NEWTON :

$$\overline{F'A'} = -\frac{f'^2}{\overline{FA}} = \frac{f'^2}{\overline{FO} + \overline{OA'}}$$



từ đó $\tau' = \overline{F'A'} = 4{,}25\text{mm}$.

24 Sự chụp ảnh vĩ mô

Một vật kính máy ảnh gồm một thấu kính hội tụ tâm O_1 có tiêu cự ảnh $f'_1 = \overline{O_1F'_1} = 75\text{mm}$. Vị trí của phim được xác định bởi điểm P mà $\overline{O_1F'_1} \le \overline{OP} \le \overline{O_1F'_1} + \tau'$; τ' gọi là khoảng dịch chuyển ảnh của vật kính.

Số liệu : $\tau' = 4{,}25\text{mm}$

1) Xét một vật $\overline{AB} = 1cm$ ở khoảng cách $\overline{AO_1} = 35\text{cm}$ trước vật kính trong một mặt phẳng vuông góc với trục. Hỏi có thể chụp được ảnh rõ nét của vật đó không ?

2) Người ta đặt trước vật kính một thấu kính phụ L_2 hội tụ tâm O_2 có độ tụ $V_2 = 3\delta$ ở khoảng cách $O_1O_2 = 5\text{cm}$ không đổi.

a) Độ dịch chuyển ảnh τ' của thiết bị là không đổi, xác định tập hợp các điểm A của trục mà sau khi hiệu chỉnh chúng sẽ được chụp ảnh rõ nét.

b) Người ta muốn chụp ảnh của vật ở vô cùng ở câu 1). Sự hiệu chỉnh đã được thực hiện, tính độ lớn $\overline{A'B'}$ của ảnh trên Π.

c) Thực hiện một sơ đồ của hệ không cần coi trọng tỉ lệ mà coi trọng vị trí tương đối của các phần tử khác nhau của máy ảnh (các vị trí của các thấu kính, của các tiêu điểm) và của vật. Vẽ hai tia phát ra từ điểm B và từ đó suy ra ảnh B' trên phim Π.

• *Lời giải*

1) $A \xrightarrow{L_1} A_1$; $\frac{1}{\overline{O_1A'_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = -\frac{1}{f'_1}$ *và* $\overline{O_1A_1} = 95{,}45\,mm$,

A_1 *là ở ngoài vùng mà trong đó ta có thể đặt phim. Vậy không thể chụp ảnh được vật* AB.

2) a) *Tập hợp của các điểm vật* A *có thể được chụp ảnh nằm trong vùng* CD *xác định bởi :*

$C \xrightarrow{L_2} C_1 \xrightarrow{L_1} C' \equiv F'_1$,

$D \xrightarrow{L_2} D_1 \xrightarrow{L_1} D'$ *xác định bởi* $\overline{F'_1D} = \overline{C'D'} = \tau'$

Áp dụng các hệ thức liên hợp :

Đối với L_1 : $\begin{cases} C_1 \text{ ở vô cùng} \\ \overline{F_1D_1}.\overline{F'_1D'} = -f'^2_1 \text{ từ đó } F_1D_1 = -\dfrac{f'^2_1}{\tau'} \end{cases}$

$\overline{F'_2D_1} = \overline{F'_2O_2} + \overline{O_2O_1} + \overline{O_1F_1} + \overline{F_1D_1}$.

Đối với L_2

$\begin{cases} C \text{ ở tại } F_2 \\ \overline{F_2D}.\ \overline{F'_2D_1} = -f'^2_2 \end{cases}$, *từ đó* $\overline{CD} = \overline{F_2D} = 66{,}1$ mm

b) *Thấu kính* L_2 *cho từ* $\overline{AB}$ *một ảnh* $\overline{A_1B_1}$ *xác định bởi :*

$\frac{1}{\overline{O_2A_1}} - \frac{1}{\overline{O_2A}} = \frac{1}{f'_2}$ *(với* $\overline{O_2A} = -30cm$*), từ đó* $\overline{O_2A_1} = -3m$;

$\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_2A_1}}{\overline{O_2A}}$ *từ đó* $\overline{A_1B_1} = 10cm.$

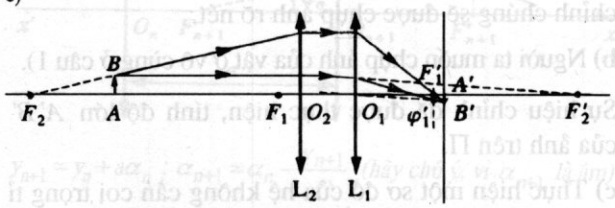
Thấu kính L_1 *cho ảnh* A'B' *trên phim xác định bởi :*

$\frac{1}{\overline{O_1A'}} - \frac{1}{\overline{O_1A_1}} = \frac{1}{f'_1}$ *(với* $\overline{O_1A_1} = -3050mm$*), từ đó* $\overline{O_1A'} = 76{,}89mm.$

Ảnh A' *ở trong vùng đặt phim. Vậy kích thước của ảnh có giá trị :*

$\overline{A'B'} = \overline{A_1B_1}.\frac{\overline{O_1A'}}{\overline{O_2A}} = -2{,}52mm.$

c)



25 Vật kính tầm xa

Một vật kính máy ảnh gồm một thấu kính hội tụ L_1 tâm O_1 có tiêu cự ảnh $f'_1 = O_1F'_1 = 75$mm. Phim Π đặt trong tiêu diện ảnh của vật kính. Người ta thêm vào vật kính đó hai thấu kính phụ :

• một thấu kính phân kì L_2 có tâm O_2 và tiêu cự $f'_2 = -25$mm, L_2 ghép sát vào L_1, vậy ta có $O_2 = O$.

Một thấu kính hội tụ L_3 có tâm O_3 và có tiêu cự $f'_3 = 100$mm, L_3 được đặt cố định trước hệ $\{L_1 - L_2\}$. Khoảng cách O_3O_1 rõ ràng là được điều chỉnh để sao cho ảnh của một vật ở xa là rõ nét ở trên phim.

1) Thực hiện một sơ đồ biểu diễn các thấu kính với các vị trí tương đối của các quang tâm và các tiêu điểm. Làm đầy đủ sơ đồ bằng bản vẽ các tia xác định vị trí của tiêu điểm ảnh F' của vật kính tầm xa tạo bởi tập hợp các thấu kính $\{L_1 - L_2 - L_3\}$ đó.

2) Tính kích thước của dụng cụ đó, nghĩa là khoảng cách từ tâm O_3 của L_3 đến phim Π.

3) Tính độ lớn $\overline{A'B'}$ của ảnh của tháp $\overline{AB}$ cao 60m ở cách vật kính $d = 3km$.

4) Tính kích thước của dụng cụ chỉ có một thấu kính có như vật kính cho một ảnh có cùng độ lớn. Kết luận.

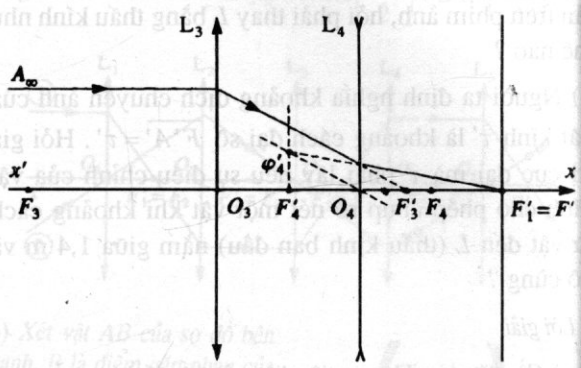
• *Lời giải*

1) *Các thấu kính* L_1 *và* L_2 *là tương đương với một thấu kính duy nhất* O_4 *có tâm* $O_4 = O_1 = O_2$ *và có tiêu cự :*

$\frac{1}{f'_4} = -\frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} = -37{,}5$ mm

Vậy L_4 *là phân kì ; các tiêu điểm của nó sẽ được kí hiệu* F_4 *và* F'_4

Người ta muốn chụp ảnh các vật ở xa. Tiêu điểm ảnh F' *của tập hợp là ở trên phim Π và trùng với* F'_1 .



$A_\infty \xrightarrow{L_3} F'_3 \xrightarrow{L_4} F' \equiv F'_1$

$\frac{1}{\overline{O_4F'_1}} - \frac{1}{\overline{O_4F'_3}} = \frac{1}{f'_4}$, *từ đó* $\overline{O_4F'_3} = 25mm$

Khoảng cách giữa L_3 *và* L_4 *bằng :* $\overline{O_3O_4} = \overline{O_3F'_3} + \overline{F'_3O_4} = 75mm$

2) $\overline{O_3F'} = \overline{O_3O_4} + \overline{O_4F'} = 150mm$

3) *Thấu kính* L_3 *cho từ tháp* $\overline{AB}$ *một ảnh* $\overline{A'_1B'_1}$ *thực tế nằm trong tiêu diện ảnh :* $\overline{A'_1B'_1} = -\frac{AB}{d} f'_3 = -2mm.$

Ảnh A'B' *trên phim bằng* $\overline{A'B'} = \frac{\overline{O_4F'}}{\overline{O_4F'_3}} . \overline{A'_1B'_1} = -6mm$

4) *Để nhận được ảnh có cùng kích thước, một thấu kính hội tụ cần có tiêu cự* $f' = -\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} . d = 300mm.$

Vậy dụng cụ sẽ có kích thước lớn hơn hai lần.

CÁC DỤNG CỤ QUANG HỌC : MẮT VÀ KÍNH LÚP

8

Mở đầu

Tại sao lại nghiên cứu hệ mắt – kính lúp ?

Mắt (kết hợp với não) là một cơ quan có khả năng cung cấp một số lớn các thông tin : màu sắc, chuyển động...

Hai mắt cùng "hoạt động" sẽ cho phép ta ước tính được các khoảng cách và các ảnh nổi.

Nhưng có tồn tại các giới hạn : không thể quan sát được các chi tiết của các vật có kích thước nhỏ ; mắt kết hợp với một kính hiển vi cho phép cải thiện việc nghiên cứu đó. Không thể quan sát được các chi tiết (khoảng cách góc quá nhỏ) của các vật ở vô cùng, mắt kết hợp với một kính ngắm lại cải thiện cách quan sát. Hai dụng cụ quang học đó được trang bị một thị kính, thường là tương đương với một kính lúp.

Phần lớn các dụng cụ quang học cần thiết sự quan sát bởi mắt đều được trang bị một thị kính hay một kính lúp.

Vậy việc nghiên cứu hệ "mắt – kính lúp" hoặc "mắt – thị kính" là cơ bản.

Khi sử dụng một thiết bị, hai người có các thị giác khác nhau chỉ cần thay đổi sự điều chỉnh thị kính để thấy cùng một vật.

CHÚ Ý QUAN TRỌNG ĐỐI VỚI CÁC BÀI THÍ NGHIỆM :

Một biến đổi trong sự điều chỉnh thị kính không làm thay đổi sự thao tác.

MỤC TIÊU

- Hiểu được nguyên lí hoạt động của mắt và của hệ {mắt - kính lúp}.
- Biết cách sử dụng một kính lúp.

ĐIỀU CẦN BIẾT TRƯỚC

- Công thức liên hợp của các thấu kính.
- Sơ đồ của các tia sáng.

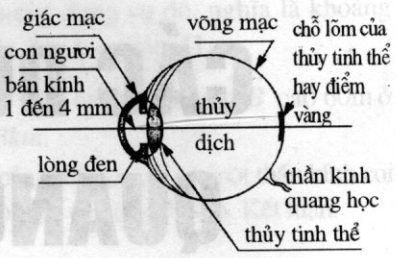
1 Mắt

1.1. Mô tả mắt

Con ngươi đóng vai trò một cửa điều sáng giới hạn cường độ sáng đi vào trong mắt.

Thủy tinh thể, giống như một thấu kính, cho từ vật một ảnh ngược trên võng mạc ; võng mạc gồm các tế bào : các tế bào hình nón và hình gậy.

Tập hợp {võng mạc - thấu kính quang học} mã hóa ảnh đó dưới dạng một luồng thần kinh và truyền lên não, não sẽ giải thích nó : lật ngược ảnh, sửa chữa sự méo ảnh, nhận biết ấn tượng về ảnh nổi nhờ các thông tin truyền đến từ hai mắt (h.1).



H.1. *Sơ đồ một mắt.*

1.2. Các đặc trưng của mắt

1.2.1. Góc trường

Trường nhìn của mắt rất quan trọng (40^o đến 50^o). Tuy nhiên vùng thu nhận được các chi tiết tinh tế tương ứng với một ảnh tạo được trên điểm vàng, ở gần quang trục. Vậy vùng đó rất nhỏ (1^o).

1.2.2. Độ sâu của trường và sự điều tiết

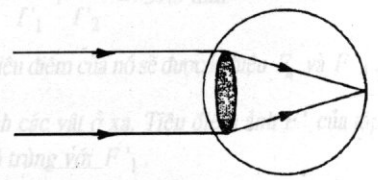
Mắt chỉ thấy rõ ảnh nếu ảnh được tạo ra trên võng mạc.

Một mắt không điều tiết nhìn rõ vật ở một khoảng cách D_m tương ứng với ***điểm cực viễn*** **CV**.

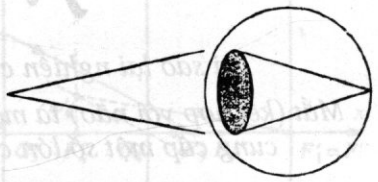
Khi điều tiết mắt tăng độ tụ của nó, điều đó làm dịch chuyển mặt phẳng điều chỉnh lại gần, lúc đó thủy tinh thể sẽ phồng lên. ***Điểm cực cận*** CC tương ứng với khoảng cách tối thiểu để mắt nhìn rõ d_m (*h*.2).

Với một mắt bình thường của người lớn D_m bằng vô cùng và d_m cỡ 25 cm (*h*.3a).

Có thể mô hình hóa mắt bằng sự kết hợp một thấu kính mỏng hội tụ có tiêu điểm tương hợp hoặc biến đổi (sự điều tiết) và một "màn chiếu" tương ứng với "mặt phẳng" của võng mạc : đó là mắt rút gọn (hoặc mô hình hóa) (*h*.3b).



H.2a. *Mắt không điều tiết.*

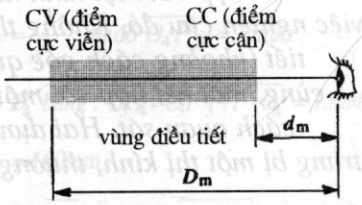


H.2b. *Mắt điều tiết : thủy tinh thể phồng lên.*

1.2.3. Sự phân li

Mắt chỉ có thể tách được hai vật nếu ảnh của chúng trên võng mạc là cách nhau một khoảng đủ để tạo ra trên các tế bào hình nón khác nhau. Nó được đặc trưng bởi **năng suất phân li của mắt** vào cỡ một phút nghĩa là 3.10^{-4} rad, trong điều kiện chiếu sáng tốt.

Sự phân giải góc này phụ thuộc nhiều vào sự tương phản, vào sự chiếu sáng và thường được giới hạn ở nhiều phút cung.



H.3a. *Vùng "nhìn thấy" rõ nét của một mắt. Đối với một mắt bình thường D_m bằng vô cùng và $d_m = 25$ cm.*

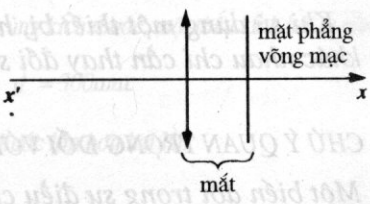
1.3. Các tật của mắt và các cách sửa

Mắt bình thường được gọi là **mắt lành**.

Mắt có thể có bốn tật về điều tiết.

■ **Tật cận thị**

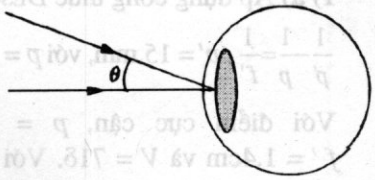
Thủy tinh thể là quá hội tụ. Điểm cực cận là gần hơn so với mắt thường và điểm cực viễn ở khoảng cách hữu hạn. Thấu kính hiệu chỉnh là phân kì (*h*.5).



H.3b. *Sơ đồ của mắt rút gọn.*

■ **Tật lão thị**

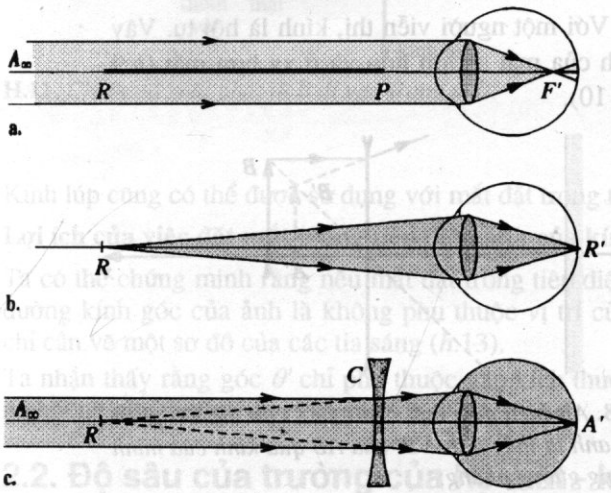
Tật này liên quan đến sự lão hóa của mắt, mắt mất khả năng điều tiết lúc tuổi già : thường mắt phân biệt kém các vật ở gần và phân biệt tốt hơn các vật ở vô cùng. Sự giảm khả năng điều tiết này buộc phải sử dụng nhiều loại thấu kính hiệu chỉnh tùy theo khoảng cách vật - mắt. Các kính có hai hay ba tiêu điểm (hoặc các kính có "các tiêu điểm tăng dần") lúc đó là cần thiết.



H.4. *Để mắt phân biệt được hai tia này, θ cần phải lớn hơn* $\theta_m = 3.10^{-4}$ rad.

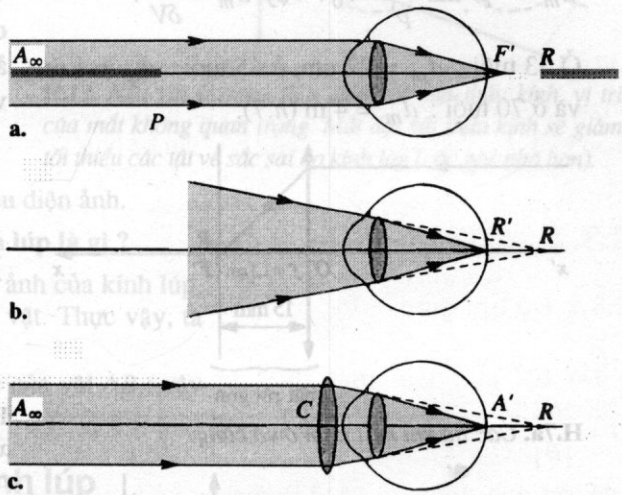
■ **Tật viễn thị**

Thủy tinh thể là không đủ hội tụ. Người viễn thị lúc nhìn ở vô cùng đã phải điều tiết, và điểm cực cận CC là ở xa hơn so với mắt thường. Thấu kính hiệu chỉnh là thấu kính hội tụ (*h*.6).



H.5. *Mắt cận thị lúc không điều tiết,* **a.** *và* **b.** *không sửa,* **c.** *đã sửa*

vùng nhìn rõ nét.



H.6. *Mắt viễn thị lúc không điều tiết.* **a.** *và* **b.** *không sửa,* **c.** *đã sửa.*

vùng nhìn rõ nét.

■ **Tật loạn thị**

Mắt không có sự đối xứng tròn xoay. Thấu kính hiệu chỉnh không phải là thấu kính cầu. (xem thí nghiệm về đo tiêu cự của thấu kính dùng cho người loạn thị).

Áp dụng 1

1) *Xét một mắt mà khoảng cách thấu kính – võng mạc bằng* 15 mm.

a) *Tính các giá trị cực đại của độ tụ của thấu kính đối với một* CC *bằng* 25 cm *và một* CV *bằng vô cùng.*

b) *Mắt khi già mất khả năng điều tiết. Điểm cực viễn* CV *không thay đổi, nhưng độ tụ của thủy tinh thể chỉ có thể biến đổi từ* 4,5 δ, 1 δ *và* 0,25 δ *tương ứng với lúc* 33, 45 *và* 70 *tuổi. Xác định các điểm cực cận* CC *tương ứng.*

2) *Một người bị cận thị nặng, điểm cực cận bằng* 11 cm.

a) *Một người bán kính giới thiệu cho anh ta một cặp kính có khoảng cách mắt – kính bằng* 1 cm. *Hỏi người đó phải chọn độ tụ nào ?*

b) *Sau khi soi gương người cận thị lại chọn kính áp tròng. Tại sao ? Anh ta thấy mắt mình như thế nào ?*

c) *Anh ta thấy mắt mình như thế nào nếu lại bị viễn thị ?*

1) a) Áp dụng công thức DESCARTES :

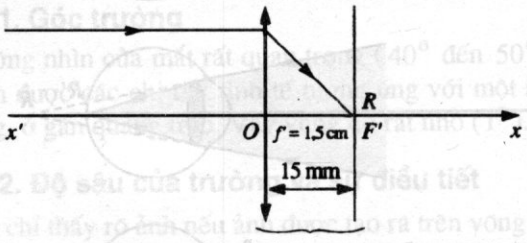
$\frac{1}{p'}\frac{1}{p}=\frac{1}{f'}$, $p' = 15$ mm, với $p = \overline{OA}$ và $p' = \overline{OA'}$.

Với điểm cực cận, $p = -25$ cm, từ đó $f' = 1{,}4$cm và $V = 71\delta$. Với điểm cực viễn, p bằng vô cùng, từ đó $f' = 1{,}5$ cm và $V = 67\ \delta$.

b) Với công thức DESCARTES

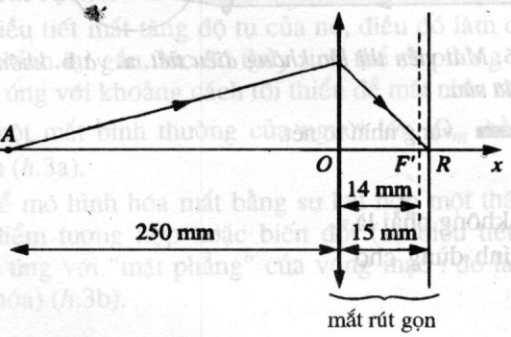
$\frac{1}{p'}-\frac{1}{d_m}=\frac{1}{f'}=V_0+\delta V$; $p' = 1{,}5$ cm và $d_m = -p$ mà $\frac{1}{p'}=V_0$. Vậy $d_m=\frac{1}{\delta V}$.

Ở 33 tuổi : $d_m = 22$ cm, ở 45 tuổi : $d_m = 1$ m và ở 70 tuổi : $d_m = 4$ m (*h*.7).



mắt rút gọn

H.7a. *Các tia khi mắt nhìn ở vô cùng.*



mắt rút gọn

H.7b. *Các tia lúc mắt điều tiết.*

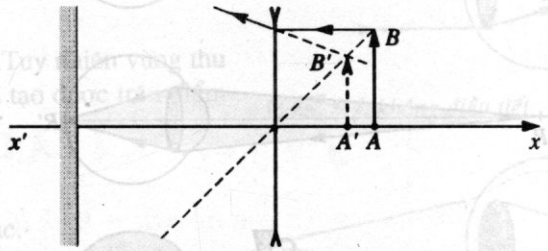
2. a) Ảnh của một vật ở vô cùng cần phải ở cách mắt 11 cm. Ảnh đó được tạo ra ở tiêu điểm ảnh của mắt kính, từ đó $f' = -10$ cm và $V = -10\ \delta$ (thấu kính phân kì).

b) Áp dụng các công thức DESCARTES là đủ :

$\frac{1}{p'}-\frac{1}{p}=\frac{1}{f'}$ và $\gamma=\frac{p'}{p}$,

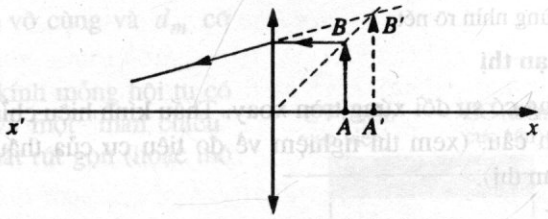
$p = -1$ cm và $f' = -10$ cm, từ đó $p' = -0{,}9$ cm và $\gamma = 0{,}9$. Người cận thị thấy mắt của mình nhỏ hơn thực tế và ở phía trước mặt. Vấn đề không xảy ra với các kính áp tròng (*h*.8).

c) Với một người viễn thị, kính là hội tụ. Vậy ảnh của mắt sẽ lớn hơn và ở xa hơn mắt (*h*.9 và 10).



H.8. *AB biểu diễn mắt của người cận thị. Do phân xạ anh ta thấy ảnh A'B' của AB qua kính của mình trong gương phẳng.*

Chú ý : Người đó cần phải ở cách gương phẳng 12cm *để quan sát ảnh ở khoảng* 25 *cm.*



H.9. *Trong trường hợp một thấu kính hội tụ. AB (mắt) hiện ra xa hơn và lớn hơn.*

2 Hệ {mắt - kính lúp}

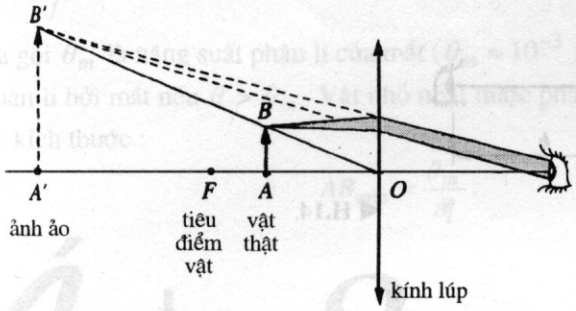
2.1. Lợi ích của kính lúp

Để quan sát tốt hơn các chi tiết của một vật, vật đó cần đặt ở điểm cực cận CC. Hệ quả là mắt sẽ rất mệt.

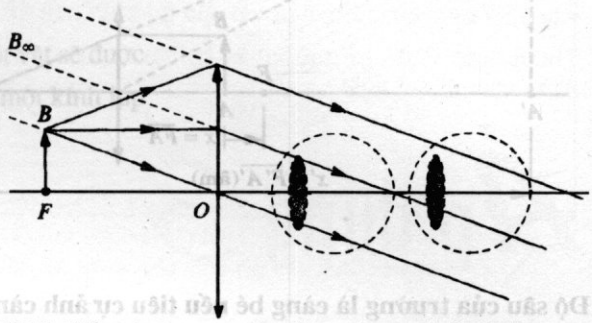
Khi nhìn một vật qua một thấu kính hội tụ hay một kính lúp, ta có thể quan sát được một ảnh có đường kính góc lớn hơn và cần một sự điều tiết ít hơn. Muốn vậy cần phải đặt vật giữa tiêu điểm vật và thấu kính (*h*.11).

H.10.

Phần nhiều kính lúp được sử dụng với vật đặt trong tiêu diện vật của nó. Lúc đó ảnh được đưa ra vô cùng (*h*.12). Vị trí của mắt là không quan trọng, nhưng mắt càng gần lúp, các sắc sai hình học do kính lúp gây ra càng được bỏ qua (các tia gần trục) vì lúc đó mắt "chọn lọc" các tia ít nghiêng so với quang trục.



H.11. *Chùm tia xuất phát từ B đi vào trong mắt.*



H.12. *Nếu vật ở trong tiêu diện vật của thấu kính, vị trí của mắt không quan trọng. Mắt đặt sát thấu kính sẽ giảm tối thiểu các tật về sắc sai do kính lúp (các góc nhỏ hơn).*

Kính lúp cũng có thể được sử dụng với mắt đặt trong tiêu diện ảnh.

Lợi ích của việc đặt mắt trong tiêu diện ảnh của kính lúp là gì ?

Ta có thể chứng minh rằng nếu mắt đặt trong tiêu diện ảnh của kính lúp, đường kính góc của ảnh là không phụ thuộc vị trí của vật. Thực vậy, ta chỉ cần vẽ một sơ đồ của các tia sáng (*h*.13).

Ta nhận thấy rằng góc θ' chỉ phụ thuộc vào kích thước của vật AB ; vậy nó không phụ thuộc vào vị trí của vật.

2.2. Độ sâu của trường của hệ mắt - kính lúp

Với mắt, ảnh cho bởi một kính lúp phải nằm giữa điểm cực cận CC cách mắt d_m, và điểm cực viễn của mắt D_m.

Ta cho hai định nghĩa.

Khả năng hiệu chỉnh là khoảng các vị trí của vật mà ảnh là nhìn rõ bởi mắt.

Độ sâu của trường, hay chính xác hơn độ sâu điều tiết là hiệu của hai khoảng cách đó.

Giả sử f' là tiêu cự ảnh của kính lúp, h là khoảng cách mắt - tiêu điểm ảnh của kính lúp và x là khoảng cách đại số vật - tiêu điểm vật của kính lúp.

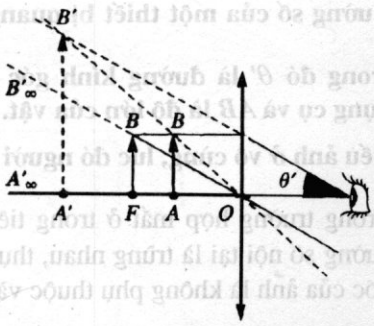
Công thức liên hợp cho các tiêu điểm của thấu kính mỏng (công thức NEWTON) cho ($x = \overline{FA}$ và $x' = \overline{F'A'}$) $x = -\dfrac{f'^2}{x'}$, trong đó x' là khoảng cách đại số ảnh - tiêu điểm ảnh của kính lúp.

Vậy x là nằm trong vùng $\left[\dfrac{f'^2}{D_m - h},\ \dfrac{f'^2}{d_m - h}\right]$ với điều kiện là h nhỏ hơn d (*h*.14).

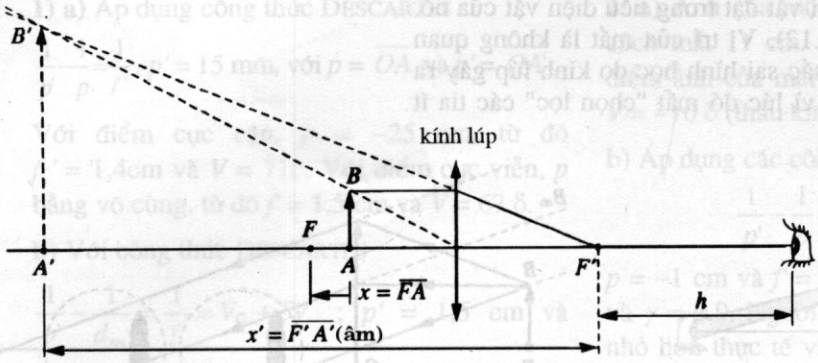
Với $h = 0$ (mắt ở tiêu điểm ảnh của kính lúp) vùng đó là $\left[\dfrac{f'^2}{D_m}, \dfrac{f'^2}{d_m}\right]$.

Lúc đó độ sâu của trường là :

$$\Delta p = f'^2\left(\frac{1}{d_m} - \frac{1}{D_m}\right) \approx \frac{f'^2}{d_m}.$$



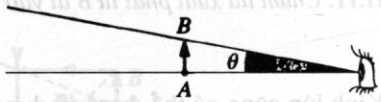
H.13. *Đường kính góc của ảnh chỉ phụ thuộc AB, dù vị trí của nó thế nào chăng nữa, nếu mắt ở trong tiêu diện ảnh của kính lúp.*



◀ H.14.

Độ sâu của trường là càng bé nếu tiêu cự ảnh càng bé.

Ví dụ, một kính lúp 20 δ có độ sâu của trường là 1 cm (d = 25 cm) và một thấu kính 40 δ độ sâu của trường bốn lần bé hơn.



H.15a. *Vật thấy ở mắt trần.*

2.3. Các đặc tính

2.3.1. Độ bội giác

• Độ bội giác của một thiết bị quang học được định nghĩa bởi $G = \left|\dfrac{\theta'}{\theta}\right|$**, trong đó** θ' **là đường kính góc dưới đó mắt nhìn thấy ảnh của vật qua dụng cụ và** θ **là đường kính góc dưới đó mắt trần nhìn thấy vật (*h*.15).**

• Độ bội giác thương mại được xác định bởi một ảnh thấy ở điểm cực viễn CV qua dụng cụ và một vật thấy ở điểm cực cận CC ở mắt trần đối với mắt bình thường (d_m **= 25 cm).**

▶ Để tập luyện : bài tập 1.

2.3.2. Cường số

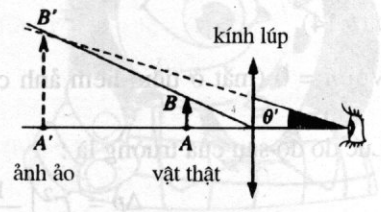
Cường số của một thiết bị quang học được định nghĩa bởi $P = \left|\dfrac{\theta'}{AB}\right|$**, trong đó** θ' **là đường kính góc dưới đó nhìn thấy ảnh của vật qua dụng cụ và** AB **là độ lớn của vật. Nó được đo bằng điôp (kí hiệu : δ).**

Nếu ảnh ở vô cùng, lúc đó người ta nói về cường số nội tại $\mathscr{P}_i$.

Trong trường hợp mắt ở trong tiêu diện ảnh của kính lúp, cường số và cường số nội tại là trùng nhau, thực vậy, trong trường hợp đó đường kính góc của ảnh là không phụ thuộc vào vị trí của vật (*h*.13).

Cường số nội tại của một kính lúp là bằng độ tụ của nó :

$$\mathscr{P}_i = V = \frac{1}{f'} = \frac{1}{\overline{OF'}}.$$



H.15b. *Vật nhìn qua kính lúp.*

2.3.3. Năng suất phân li của hệ {mắt - kính lúp}

Giả sử một vật nhỏ AB ở trong tiêu diện vật của kính lúp. Các ảnh A' và B' của A và B ở vô cùng, được nhìn thấy dưới một khoảng cách góc $\theta' = \dfrac{AB}{f'} = \mathscr{P}_i.AB$, trong đó $\mathscr{P}_i$ là cường số nội tại.

Ta gọi θ_m là năng suất phân li của mắt ($\theta_m \approx 10^{-3}$ rad). Một vật sẽ được phân li bởi mắt nếu $\theta' > \theta_m$. Vật nhỏ nhất được phân li bởi một kính lúp có kích thước :

$$AB_{\min} = \frac{\theta_m}{\mathscr{P}_i}.$$

Áp dụng 2

Hỏi năng suất phân li của một kính lúp cấu tạo bởi một thấu kính hội tụ có tiêu cự $f' = 5$cm ?

Với một mắt bình thường $\theta_m \approx 10^{-3}$ rad, từ đó: $AB_{\min} = 10^{-3} \times 5.10^{-2} = 50\mu m$, nghĩa là $\approx 0{,}05$ mm.

Khi quan sát không dùng kính lúp ở khoảng cách d_m tương ứng với điểm cực cận, vật nhỏ nhất được phân li bởi mắt trần có kích thước $AB_0 = \theta_m . d_m$, nghĩa là vào cỡ 0,25 mm.

Chú ý rằng $AB_{\min} = \dfrac{AB_0}{5}$.

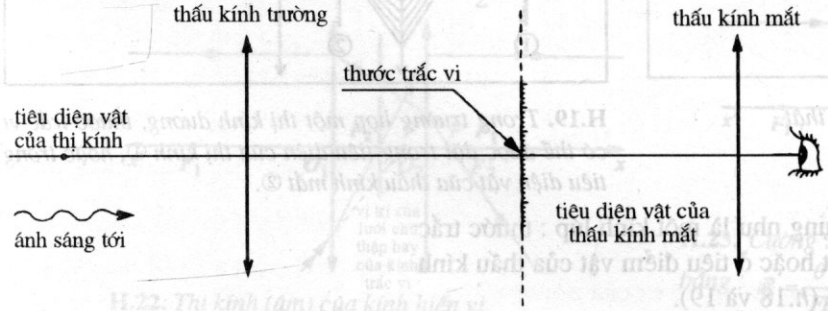
3 Hệ {mắt - thị kính}

3.1. Thị kính

Nhiều thiết bị quang học được trang bị một thị kính. Đó là một dụng cụ quang học gồm nhiều thấu kính hội tụ hay phân kì cho phép quan sát một ảnh trung gian (*h*.16).

Cách sử dụng một thị kính tương đương với cách sử dụng một kính lúp với các ưu việt dưới dây so với một kính lúp cùng cường số :

- sự méo ảnh là yếu hơn ;
- các tật về sắc sai được giảm xuống ;
- trường quan sát là lớn hơn ;
- độ mở góc của chùm là lớn hơn.



◀ H.16.

Thấu kính đầu tiên gặp ánh sáng là **thấu kính trường**. Thấu kính đặt trước mắt là **thấu kính mắt**.

Một thước kẻ chia độ, gọi là *thước trắc vi* có thể được đặt:

- hoặc ở mức của tiêu diện vật của thấu kính mắt,
- hoặc ở mức của tiêu diện vật của thị kính nếu tiêu điểm đó là thật.

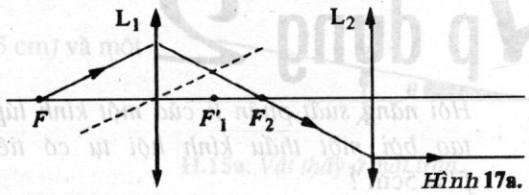
Thước trắc vi đó sẽ được thấy rõ nét ở vô cùng cùng với vật đặt ở tiêu điểm vật của thị kính.

Áp dụng 3

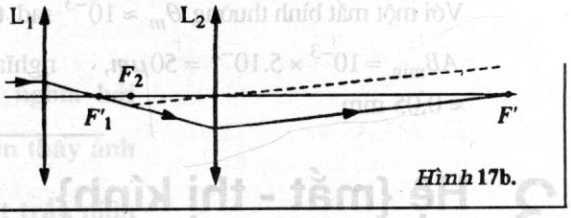
Chứng minh rằng tiêu điểm vật của một thị kính có ảnh cho bởi thấu kính trường L_1 là tiêu điểm của thấu kính mắt L_2, và rằng tiêu điểm ảnh của nó là ảnh cho bởi thấu kính mắt của tiêu điểm ảnh của thấu kính trường.

Các tia đến từ tiêu điểm vật đi ra từ thị kính song song với trục, vậy nó đi qua tiêu điểm vật của thấu kính mắt. Vậy tiêu điểm vật của thấu kính mắt là ảnh của tiêu điểm vật của thị kính cho bởi thấu kính trường (*h*.17a).

Đối với tiêu điểm ảnh, người ta cũng lập luận tương tự với một tia đến thị kính song song với trục (*h*.17b).



Hình **17a.**



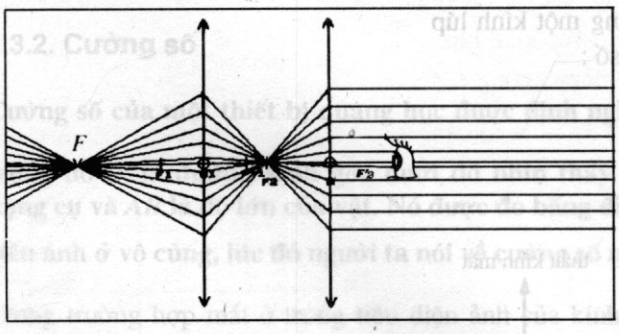
Hình **17b.**

3.2. Để đi xa hơn : các thị kính âm và thị kính dương

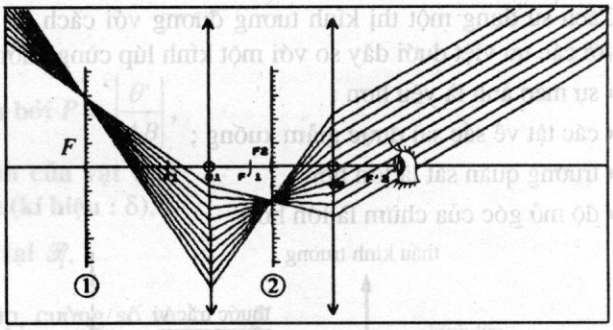
Bản chất của tiêu điểm vật của thị kính cho phép phân tách ra hai loại thị kính.

Nếu tiêu điểm vật của một thị kính là thật, thị kính được gọi là dương ; nếu nó là ảo, thị kính được gọi là âm.

Các mô hình kèm theo cho phép thực hiện các chú thích sau đây :



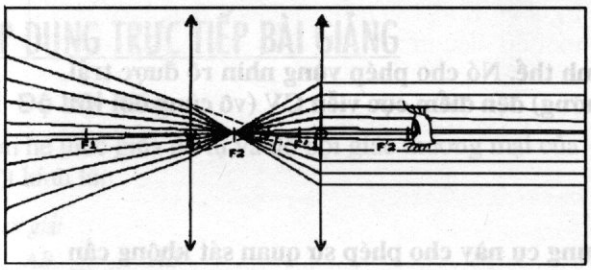
H.18. *Thị kính dương. Tiêu điểm vật F là thật.*



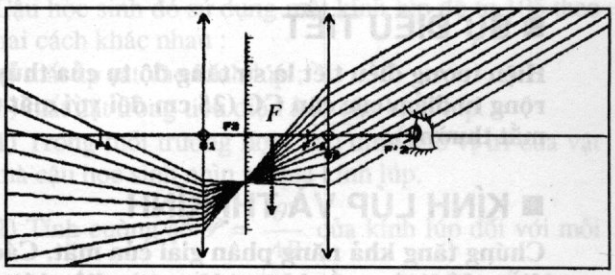
H.19. *Trong trường hợp một thị kính dương, thước trắc vi có thể được đặt trong tiêu diện của thị kính ①, hoặc trong tiêu diện vật của thấu kính mắt ②.*

Một thị kính dương có thể được sử dụng như là một kính lúp : thước trắc vi tùy thuộc tình hình có thể được đặt hoặc ở tiêu điểm vật của thấu kính mắt, hoặc ở tiêu điểm vật của thị kính (*h*.18 và 19).

Một thị kính âm không thể sử dụng như là một kính lúp (tiêu điểm vật của nó là ảo) : tuy nhiên đó là một hệ hội tụ "dày", thước trắc vi tùy thuộc tình hình chỉ có thể đặt ở tiêu điểm vật của thấu kính mắt (*h.*20 và 21).



H.20. *Tiêu điểm vật của một thị kính âm là ảo.*



H.21. *Đối với một thị kính âm, thước trắc vi (vật thật) chỉ có thể đặt trong tiêu diện vật của thấu kính mắt.*

3.3. Năng suất phân li của một hệ {mắt - thị kính}

Ta nghiên cứu năng suất phân li này nhờ áp dụng sau đây.

Áp dụng 4

Giả sử một thị kính được sử dụng trong nhiều kính hiển vi chất lượng cao. Sự kết hợp của hai thấu kính hội tụ L_1 (quang tâm O_1, tiêu cự ảnh f'_1) và L_2 (quang tâm O_2, tiêu cự ảnh f'_2) thỏa mãn : $\dfrac{f'_1}{3} = \dfrac{\overline{O_1O_2}}{2} = \dfrac{f'_2}{1} = a$, *với* $a = 2$ cm.

1) *Xác định các vị trí có thể của một thước trắc vi.*

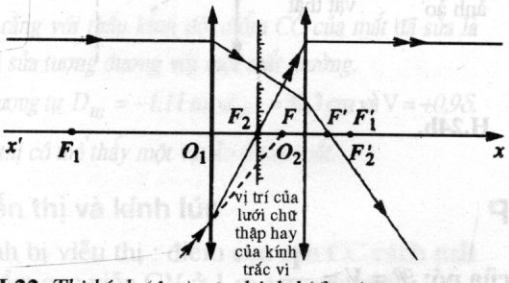
2) *Xác định năng suất phân li của hệ {mắt – thị kính} đó.*

1) Ta xác định tiêu điểm vật F của thị kính. Nó được xác định bởi : $F \xrightarrow{\text{thấu kính } L_1} F_2$ (tiêu điểm vật của L_2) $\xrightarrow{\text{thấu kính } L_2} \infty$.

Áp dụng các công thức liên hợp cho các tiêu điểm của thấu kính L_1, ta có :

$$\overline{F_1F} \;.\; \overline{F'_1F_2} = -9a^2,$$

Biết rằng : $\overline{F'_1F_2} = -2a$, $\overline{F_1F} = \dfrac{9a}{2} = 9$ cm.



H.22. *Thị kính (âm) của kính hiển vi.*

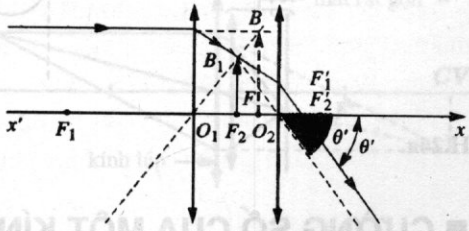
Tiêu điểm là ảo. Thước trắc vi chỉ có thể đặt tại F_2 (*h.*22). (Chú ý rằng đó là một thị kính âm).

Một phép tính tương đương cho phép tìm được vị trí của tiêu điểm ảnh F' của thị kính : $\overline{F_2F'} = \dfrac{a}{2} = 1$ cm.

2) Giả sử một vật nhỏ FB ở trong tiêu diện vật của thị kính : các ảnh của F và B ở vô cùng luôn luôn được nhìn thấy dưới một khoảng cách góc θ' (*h.*23). Ảnh F_2B_1 của AB cho bởi L_1 được xác định bởi :

$$\frac{F_2B_1}{FB} = \frac{2}{3}, \text{ từ đó } \theta' = \frac{2}{3}\,\frac{FB}{f'_2}.$$

Nếu θ_m là năng suất phân li góc của mắt ($\theta_m \approx 10^{-3}$ rad), vật nhỏ nhất được phân giải với thị kính đó có kích thước : $FB_m = \dfrac{2\theta_m f'_2}{3}$, nghĩa là ≈ 15 µm.



H.23. *Cường số nội tại của thị kính này là âm và bằng :* $\mathcal{P}_i = \dfrac{\theta'}{FB} = \dfrac{2}{3f'_2}$.

ĐIỀU CẦN GHI NHỚ

■ SỰ ĐIỀU TIẾT

Hiện tượng điều tiết là sự tăng độ tụ của thủy tinh thể. Nó cho phép vùng nhìn rõ được trải rộng từ điểm cực cận CC (25 cm đối với mắt thường) đến điểm cực viễn CV (vô cùng đối với mắt thường).

■ KÍNH LÚP VÀ THỊ KÍNH

Chúng tăng khả năng phân giải của mắt. Các dụng cụ này cho phép sự quan sát không cần điều tiết (vậy mắt không bị mệt), điều kiện bình thường của việc sử dụng mọi dụng cụ quang học.

■ ĐỘ BỘI GIÁC CỦA MỘT DỤNG CỤ QUANG HỌC

Độ bội giác được xác định bởi :

$$\mathbf{G} = \left|\frac{\theta'}{\theta}\right|,$$

trong đó θ' là bán kính góc dưới đó nhìn thấy ảnh qua dụng cụ và θ là đường kính góc dưới đó nhìn thấy vật ở mắt trần (*h*.24a).

■ ĐỘ BỘI GIÁC THƯƠNG MẠI

Độ bội giác thương mại được định nghĩa đối với một ảnh nhìn thấy ở điểm cực viễn CV qua dụng cụ và một vật nhìn thấy ở điểm cực cận CC ở mắt trần đối với mắt thường (d_m = 25 cm).

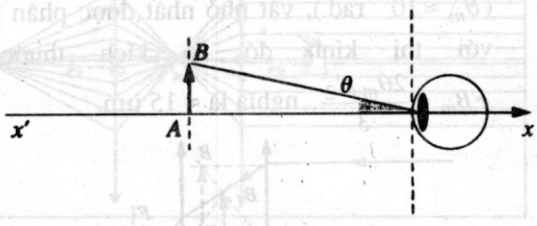
■ CƯỜNG SỐ CỦA MỘT DỤNG CỤ QUANG HỌC

Cường số được xác định bởi :

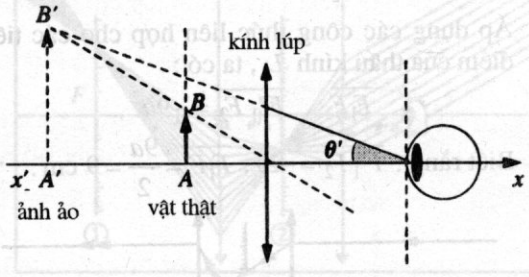
$$\mathbf{P} = \left|\frac{\theta'}{AB}\right|,$$

trong đó θ' là đường kính góc dưới đó nhìn thấy ảnh của vật qua dụng cụ và AB là kích thước của vật. Cường số được đo bằng điốp.

Nếu ảnh ở vô cùng, người ta nói về cường số nội tại $\mathcal{P}$.



H.24a.



H.24b.

■ CƯỜNG SỐ CỦA MỘT KÍNH LÚP

Cường số nội tại của một kính lúp bằng độ tụ của nó: $\mathcal{P} = V = \dfrac{1}{f'}$.

Bài tập

ÁP DỤNG TRỰC TIẾP BÀI GIẢNG

1 Độ bội giác

Tìm hệ thức giữa độ tụ và độ bội giác thương mại của một kính lúp.

• *Lời giải*

$\theta' = \dfrac{AB}{f'}$ và $\theta = \dfrac{AB}{d_m}$

$G_c = \dfrac{d_m}{f'} = \dfrac{V}{4}$ với $d_m = 25\text{cm}$.

2 Các tật của mắt

Người ta mô hình hóa một mắt bằng một thấu kính hội tụ có độ tụ thay đổi đặt cách võng mạc 15 mm.

1) Tính vùng biến đổi của độ tụ đó biết rằng mắt bình thường điều tiết từ 25 cm đến vô cùng.

2) Một mắt cận thị có cùng độ tụ, nhưng khoảng cách thấu kính võng mạc là 15,2 mm. Xác định các điểm cực viễn CV và cực cận CC của mắt đó. Hỏi độ tụ của kính áp tròng cần sử dụng để chữa mắt đó ?

3) Một mắt viễn thị mà khoảng cách thấu kính - võng mạc bằng 14,8 mm. Trả lời các câu hỏi như ở 1).

• *Lời giải*

1) *Sử dụng công thức* DESCARTES : $\dfrac{1}{p'} - \dfrac{1}{p} = V$.

Ở điểm CV : p vô cùng và p' = 15 mm, từ đó $V_{cv} = 66{,}7\delta$.

Ở điểm CC : p = –25 cm và p' = 15 mm, từ đó $V_{cc} = 70{,}7\delta$.

Chú ý dấu ! Đối với một vật thật, p là âm, vậy p = –d (d là khoảng cách đến mắt).

2) *Ở điểm CV :* $\dfrac{1}{p'} + \dfrac{1}{D_m} = V_{cv}$, $D_m = 1{,}14$ m. *(p' = 15,2 mm).*

Ở điểm CC : $\dfrac{1}{p'} + \dfrac{1}{d_m} = V_{cc}$, $d_m = 20{,}5$ cm.

Thấu kính cần đeo phải có $\dfrac{1}{p'} = V_{cv} + \text{V}$, *vậy* $\text{V} = -0{,}88\delta$.

Ta nhận thấy rằng với thấu kính đó, điểm CC của mắt đã sửa là 25 cm. Mắt đã sửa tương đương với một mắt thường.

3) *Bằng cách tương tự* $D_m = -1{,}11$ m, $d_m = 32{,}3$ cm *và* $\text{V} = +0{,}9\delta$.

Một mắt viễn thị có thể thấy một vật ảo ở sau mắt.

3 Mắt viễn thị và kính lúp

Một học sinh bị viễn thị : điểm cực cận CC cách mắt 30 cm và điểm cực viễn CV ở 1 m sau mỗi mắt.

Cậu học sinh đó sử dụng một kính lúp độ tụ 10δ theo hai cách khác nhau :

a) mắt áp sát vào kính lúp ;

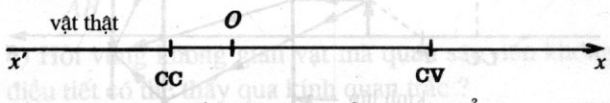
b) mắt đặt trong tiêu diện ảnh của kính lúp.

1) Trong mỗi trường hợp, xác định các vị trí của vật mà cậu học sinh nhìn rõ qua kính lúp.

2) Tính cường số $\mathcal{P} = \dfrac{\theta'}{AB}$ của kính lúp đối với mỗi trường hợp trong hai trường hợp đó, khi mắt không điều tiết.

• *Lời giải*

1) *Mắt ở O.*



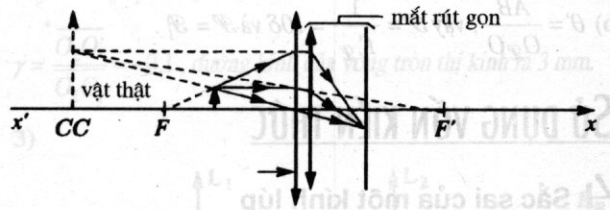
Các vật thật được nhìn rõ được đặt ở bên trái điểm cực cận CC, nghĩa là ở cách quang tâm O của thấu kính biểu diễn mắt rút gọn hơn 30 cm, cũng vậy với các vật ảo đặt ở bên phải của điểm cực viễn CV. Vấn đề là xác định các điểm của quang trục mà kính lúp cho ảnh là các điểm nằm trong các vùng quan tâm.

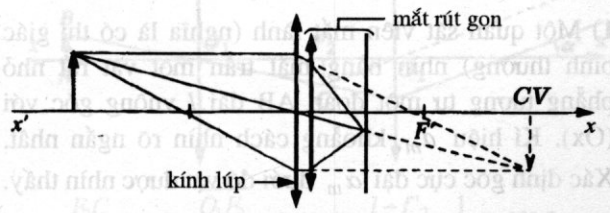
a) $O \equiv O_{\mathcal{L}}$ *, nếu* $O_{\mathcal{L}}$ *chỉ quang tâm của một kính lúp giống như một thấu kính mỏng* $\mathcal{L}$.

$A_{cc} \xrightarrow{\mathcal{L}} cc$ *và* $A_{cv} \xrightarrow{\mathcal{L}} cv$ *, với công thức liên hợp :*

$$\frac{1}{\overline{O_{\mathcal{L}}CC}} - \frac{1}{\overline{O_{\mathcal{L}}A_{CC}}} = \frac{1}{f'}, \quad \frac{1}{\overline{O_{\mathcal{L}}A_{CC}}} = -\frac{1}{30} - \frac{1}{10}; \quad \overline{O_{\mathcal{L}}A_{CC}} = -7{,}5 \text{ cm};$$

$$\frac{1}{\overline{O_{\mathcal{L}}CV}} - \frac{1}{\overline{O_{\mathcal{L}}A_{CV}}} = \frac{1}{f'}, \quad \frac{1}{\overline{O_{\mathcal{L}}A_{CV}}} = -\frac{1}{100} - \frac{1}{10}; \quad \overline{O_{\mathcal{L}}A_{CV}} = -\frac{100}{9} = -11{,}1 \text{ cm};$$





F ở trong khoảng $\{A_{cv}, A_{cc}\}$ *. (Mắt viễn thị có thể thấy một vật đặt ở vô cùng).*

b) $O \equiv F'_{\mathscr{L}}$, vậy $\overline{O_{\mathscr{L}}O} = +10$ cm.

Các công thức NEWTON (các gốc ở các tiêu điểm) :

$$A_{cc} \xrightarrow{\mathscr{L}} cc \text{ và } A_{cv} \xrightarrow{\mathscr{L}} cv.$$

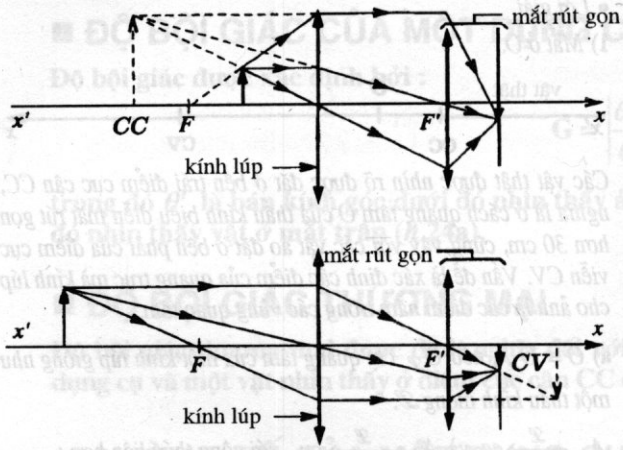
$\overline{F_{\mathscr{L}}A_{cc}} \cdot \overline{F'_{\mathscr{L}}CC} = -f'^2$, với $\overline{F'_{\mathscr{L}}CC} = \overline{OCC} = -30$cm, vậy

$\overline{F_{\mathscr{L}}A_{cc}} = \dfrac{100}{30} = 3{,}3$ cm và $\overline{F_{\mathscr{L}}A_{cc}} = -6{,}7$cm.

$\overline{F_{\mathscr{L}}A_{cv}} \cdot \overline{F'_{\mathscr{L}}CV} = -f'^2$, với $\overline{F'_{\mathscr{L}}CV} = \overline{OCV} = 100$ cm, vậy

$\overline{F_{\mathscr{L}}A_{cv}} = -1$ cm và $\overline{O_{\mathscr{L}}A_{cv}} = -11$ cm.

Vậy lúc đó vật có thể được nhìn thấy nếu nó đặt cách quang tâm của kính lúp trong khoảng từ 11 cm đến 6,7 cm.



2) $\mathscr{P} = \dfrac{\theta'}{AB}$, θ' là góc dưới đó mắt nhìn thấy ảnh của vật AB, khi mắt không điều tiết, vậy tức là khi ảnh của AB cho bởi kính lúp ở trong mặt phẳng vuông góc ở điểm cực viễn.

a) $\theta' = \dfrac{AB}{A_{cv}O}$, vậy $\mathscr{P} = \dfrac{\theta'}{AB} = \dfrac{1}{A_{cv}O} = \dfrac{1}{0{,}111} = 9\delta$.

b) $\theta' = \dfrac{AB}{O_{\mathscr{L}}O}$, vậy $\mathscr{P} = \dfrac{1}{f'_{\mathscr{L}}} = 10\delta$ và $\mathscr{P} = \mathscr{P}_i$.

SỬ DỤNG VỐN KIẾN THỨC

4 Sắc sai của một kính lúp

1) Một quan sát viên mắt lành (nghĩa là có thị giác bình thường) nhìn bằng mắt trần một vật rất nhỏ phẳng tương tự một đoạn AB dài l vuông góc với (Ox). Kí hiệu d_m khoảng cách nhìn rõ ngắn nhất. Xác định góc cực đại α_m dưới đó vật được nhìn thấy.

2) Quan sát viên nhìn AB qua một thấu kính mỏng hội tụ có tiêu cự f' và tâm O (kính lúp). Mắt của quan sát viên cách kính lúp một khoảng a < d_m .

a) Xác định các vị trí của vật để có thể nhìn rõ ảnh. Thực hiện một cách dựng hình học một ảnh như vậy. Ảnh là thuận hay ngược chiều ?

b) Ở vị trí nào sự quan sát được thực hiện không mệt mỏi do điều tiết ? Biểu diễn góc α dưới đó vật được nhìn thấy trong trường hợp này.

c) Độ bội giác thương mại của kính lúp

$$G_c = \frac{\alpha}{\alpha_m}$$

bằng bao nhiêu ?

Các số liệu : $d_m = 0{,}25$ m (theo quy ước) và $f' = 50$ mm.

3) a) Tiêu cự của thấu kính mỏng phụ thuộc như thế nào vào chiết suất của thủy tinh chế tạo thấu kính ?

b) Chiết suất n phụ thuộc bước sóng của ánh sáng sử dụng theo định luật gần đúng : $n(\lambda) = A + \dfrac{B}{\lambda^2}$.

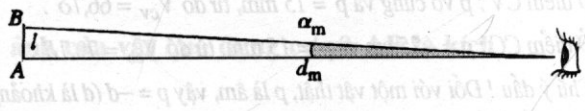
Tính các giá trị của $f'(\lambda_1)$ và $f'(\lambda_2)$ của tiêu cự đối với các bước sóng $\lambda_1 = 0{,}486$ µm và $\lambda_2 = 0{,}656$ µm khi thừa nhận $f' = 50$ mm đối với $\lambda = 0{,}589$ µm. Hỏi các bất lợi xảy ra do sự biến đổi của chiết suất khi quan sát một vật chiếu bởi ánh sáng trắng ?

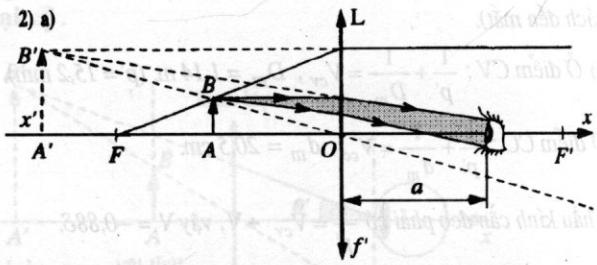
Các số liệu : A = 1,5943 và B = $9{,}311.10^{-3}\ \mu m^2$

(Theo ESM St Cyr 1994)

• *Lời giải*

1) $\tan\alpha_m \approx \alpha_m = \dfrac{1}{d_m}$ (α_m bằng rad).





Ảnh A'B' của AB cho bởi kính lúp phải ở trước mắt và ở một khoảng cách ít nhất bằng d_m. Vậy ở cách quang tâm O của kính lúp một khoảng ít nhất bằng $d_m - a$, với $\overline{OA'} = -(d_m - a) < 0$: vậy ảnh là ảo.

$\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f'}$, nghĩa là $\dfrac{1}{\overline{OA_m}} = \dfrac{-1}{d_m - a} - \dfrac{1}{f'}$, từ đó

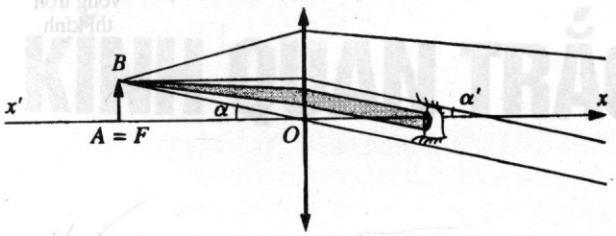
$\overline{OA_m} = -\dfrac{f'(d_m - a)}{f' + (d_m - a)}$, vậy $|\overline{OA}| \le f'$ và $|\overline{OA}| \le (d_m - a)$.

Phép tính này chỉ có ý nghĩa nếu đối với kính lúp vật là thật, vậy nếu $\overline{OA} < 0$, *điều này thực tế được nghiệm đúng, vì* $(d_m - a) > 0$.

Do $\left|\frac{1}{\overline{OA}}\right| = \frac{1}{f'} + \frac{1}{(d_m - a)}$, *chúng ta nhận thấy rằng để được nhìn thấy, vật A phải đặt giữa F và điểm* A_m *có ảnh là điểm CC của mắt.*

A có vị trí sao cho $f' \geq |\overline{AO}| \geq \frac{f'(d_m - a)}{f' + d_m - a}$.

b) Khi mắt là lành, sự quan sát được thực hiện không mệt mỏi do điều tiết nếu vật A' là ở vô cùng, vậy nếu A = F : vật phải đặt trong tiêu diện vật của kính lúp.



Trong trường hợp này, tương ứng với các tia tới xuất phát từ B là các tia ló ra khỏi kính lúp song song nhau và hợp với quang trục một góc α :

$\alpha \approx \tan\alpha = \frac{AB}{f'} = \frac{1}{f'}$ *(đối với các góc nhỏ biểu diễn bằng radian).*

c) Áp dụng bằng số : $G_C = \frac{\alpha}{\alpha_m}$, *với* $\alpha = \frac{1}{f'}$ *và* $\alpha_m = \frac{1}{d_m}$, *vậy*

$G_C = \frac{d_m}{f'} = \frac{250}{50} = 5$.

3) a) $\frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{\overline{OC_1}} - \frac{1}{\overline{OC_2}}\right) = (n-1)\frac{1}{L}$, $f' = \frac{L}{n-1}$ *(L là thừa số hình học).*

b) $f' = \frac{L}{A + \frac{B}{\lambda^2} - 1}$, *nghĩa là* $\frac{f'(\lambda_i)}{f'(\lambda)} = \frac{A + \frac{B}{\lambda^2} - 1}{A + \frac{B}{\lambda_i^2} - 1}$, $\lambda_1 = 0{,}486\ \mu m$,

$f'(\lambda_1) = 49{,}1$ mm *và* $\lambda_2 = 0{,}656\ \mu m$, $f'(\lambda_2) = 50{,}4\ \mu m$;

khoảng hiệu chỉnh không bằng không, có tồn tại các sự phát màu (đỏ ở tiêu điểm xanh, xanh ở tiêu điểm đỏ...).

5 Sử dụng một kính quan trắc

Khi không điều tiết mắt thấy được các vật ở vô cùng và khi điều tiết mắt thấy được các vật ở các khoảng cách lớn hơn 12,5 cm, khoảng cách tối thiểu để nhìn rõ.

Một kính quan trắc gồm một vật kính L_1 (tương tự một thấu kính mỏng hội tụ có tiêu cự $f'_1 = 10$ cm và đường kính $d_1 = 3$ cm) và một thị kính L_2 (tương tự một thấu kính mỏng hội tụ có tiêu cự $f'_2 = 2$ cm). Kính quan trắc được điều chỉnh bằng cách ngắm ở 20cm cách mặt vào của vật kính (nghĩa là mắt không điều tiết nhìn qua kính sẽ thấy rõ các vật ở trong mặt phẳng vuông góc ở 20 cm trước L_1).

1) Hỏi khoảng cách l giữa L_1 và L_2 ?

2) Xác định vị trí và đường kính của vòng tròn thị kính, nghĩa là ảnh của vật kính cho bởi thị kính.

3) Giả sử AB là một vật nhỏ của mặt phẳng vuông góc ở phía trước cách L_1 20 cm và α' là góc dưới đó quan sát viên thấy AB qua kính quan trắc. Tính tỉ số $\mathcal{P} = \frac{\alpha'}{AB}$.

4) Hỏi vùng không gian vật mà quan sát viên không điều tiết có thể thấy qua kính quan trắc ?

a) Mắt được giả thiết đặt trong tiêu diện ảnh của L_2.

b) Mắt được giả thiết đặt sát thấu kính L_2.

• *Lời giải*

1) $A \xrightarrow{L_1} A_1 \xrightarrow{L_2} A'_\infty$ *vì mắt không điều tiết, vậy* A_1 *là tiêu điểm vật* F_2 *của* L_2, *từ đó* $\frac{1}{\overline{O_1F_2}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{f'_1}$.

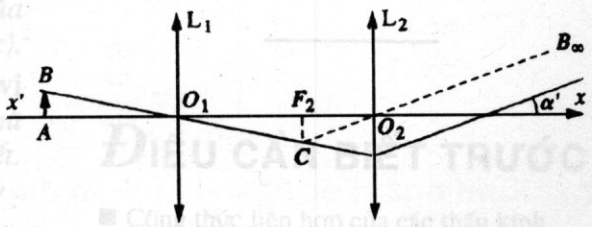
$\overline{O_1F_2} = l - f'_2$; $\overline{O_1A} = -20$ *cm,* $\overline{O_1F_2} = 20$ cm, $f'_1 = 10$ *cm,* $l = 22$ *cm.*

2) *Giả sử O' là ảnh của* O_1 *cho bởi* L_2.

$\frac{1}{\overline{O_2O'}} - \frac{1}{\overline{O_2O_1}} = \frac{1}{f'_2}$, *vậy* $\overline{O_2O'} = 2{,}2$ *cm, O' ở sau* F'_2 *2 mm.*

$\gamma = \frac{\overline{O_2O'}}{\overline{O_2O_1}} = -0{,}1$, *đường kính của vòng tròn thị kính là 3 mm.*

3)



$\alpha' = \frac{F_2C}{f'_2}$, $F_2C = \frac{\overline{O_1F_2}}{AO_1}$, *từ đó* $\mathcal{P} = \frac{l - f'_2}{f'_2}\frac{1}{\overline{AO_1}} = 100\delta$.

4) a) $A \xrightarrow{L_1} A_1 \xrightarrow{L_2} A'$ *với* $\overline{F'_2A'} = -d_0$.

Do $\overline{F_1A}.\overline{F'_1A'} = -f'^2_1$ và $\overline{F_2A_1}.\overline{F'_2A'} = -f'^2_2$ từ đó

$\overline{F_2A_1} = \dfrac{f'^2_2}{d_0} = 0{,}32$ cm.

$\overline{F'_1A_1} = 10{,}32$ cm, vì $\overline{F'_1F_2} = 10$ cm và $\overline{F_1A} = -9{,}69$ cm.

Vậy điểm A là ở giữa 20 cm và 19,7 cm trước L_1. Độ sâu của trường bằng 3 mm. Công thức NEWTON *rõ ràng là thích hợp khi mắt ở F'_2.*

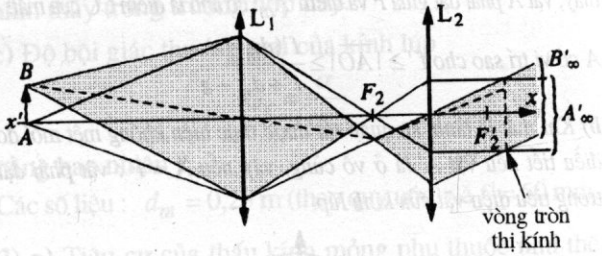
b) $\overline{O_2A'} = -d_0$.

$\dfrac{1}{\overline{O_2A'}} - \dfrac{1}{\overline{O_2A_1}} = \dfrac{1}{f'_2}$, $\overline{O_2A_1} = -1{,}72$ cm;

$\dfrac{1}{\overline{O_1A_1}} - \dfrac{1}{\overline{O_1A}} = \dfrac{1}{f'_1}$, $\overline{O_1A} = -19{,}73$ cm.

Công thức DESCARTES *cho kết quả đơn giản nhất ở đây.*

Hai độ sâu của trường là gần giống nhau. Thường người ta thích đặt mắt ở mức của vòng tròn thị kính đối với một trường cực đại. Vậy nên đặt mắt ở F'_2.



KÍNH NGẮM ỐNG CHUẨN TRỰC VÀ KÍNH QUAN TRẮC

9

Mở đầu

Trong chương này chúng ta dự định sẽ nghiên cứu các thiết bị cho phép thực hiện các cách ngắm và các đo đạc.

Đo góc : một **ống chuẩn trực** *cho phép nhận được một chùm song song sau khi truyền qua một lăng kính chẳng hạn, hướng của nó sẽ được xác định nhờ một* **kính ngắm vô tiêu**.

Các cách ngắm dọc : các cách ngắm này được thực hiện khi ta muốn đo các khoảng cách giữa các vật khác nhau dọc theo một quang trục.

Lúc đó **một kính ngắm với mặt trước cố định** *là cần thiết.*

Các cách ngắm ngang : các cách ngắm này được thực hiện khi ta muốn đo các kích thước ngang của các vật (vuông góc với quang trục).

Lúc đó **một kính quan trắc với thị kính đo vi lượng** *(kính ngắm với mặt trước cố định có lưới chữ thập là một thước trắc vi) là cần thiết.*

CHÚ Ý :

Để sử dụng đúng đắn một dụng cụ quang học mắt không cần phải điều tiết, nếu không mắt sẽ mệt.

Trong chương này, các dụng cụ được sử dụng với một mắt bình thường, mắt đó nhìn rõ ở vô cùng và không bị mệt.

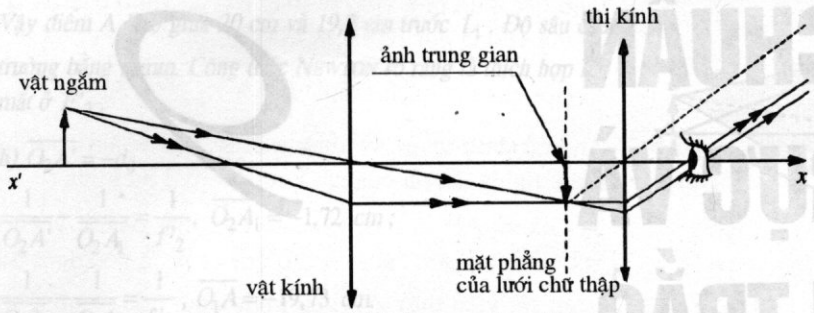
MỤC TIÊU

- Hiểu được nguyên tắc của kính ngắm, ngắm ở vô cùng và của kính quan trắc có mặt trước cố định.
- Biết điều chỉnh ở vô cùng một kính ngắm đơn giản hoặc có lưới chữ thập được chiếu sáng.
- Biết điều chỉnh một ống chuẩn trực.
- Biết thực hiện các việc xác định vị trí theo phương dọc và theo phương ngang nhờ một kính quan trắc có mặt trước cố định.

ĐIỀU CẦN BIẾT TRƯỚC

- Công thức liên hợp của các thấu kính.
- Sơ đồ của các tia sáng.
- Biết cách tạo ra các vật (hoặc ảnh) thật hoặc ảo.
- Nguyên tắc của hệ {mắt - kính lúp}.

1 Các thành phần chủ yếu của một kính ngắm



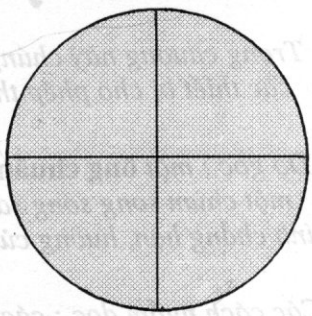
◀ **H.1.** *Sơ đồ nguyên lí của một kính ngắm ngắm ở khoảng cách hữu hạn.*

Mọi kính ngắm gồm các thành phần sau đây (h.1) :

- **một vật kính cho từ vật quan sát hoặc vật ngắm một ảnh trung gian.**
- **một thị kính cho phép quan sát "theo chế độ kính lúp" ảnh trung gian đó, ảnh này ở trong tiêu diện vật của thị kính đối với một mắt bình thường ;**
- **một lưới chữ thập (thường là tập hợp của hai dây đặt vuông góc (h.2)) thông thường được đặt trong tiêu diện vật của thị kính (thị kính dương).**

2 Kính ngắm ngắm ở vô cùng

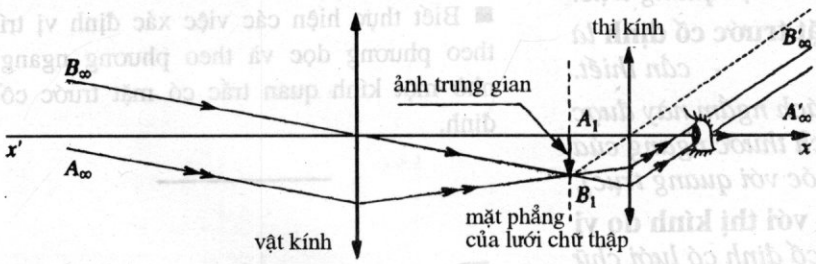
Một kính ngắm ngắm ở vô cùng cho phép nhìn rõ các vật ở vô cùng.



H.2. *Hình dáng của một lưới chữ thập.*

2.1. Kính ngắm đơn giản

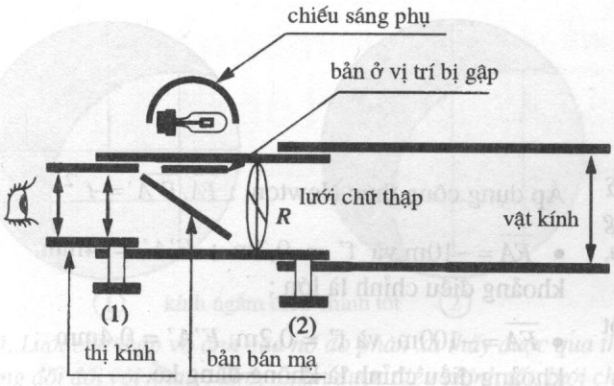
Vật kính cho từ vật ngắm ở vô cùng một ảnh trung gian trong tiêu diện ảnh. Thị kính cho phép quan sát đồng thời ảnh đó và lưới chữ thập, cả hai đều ở trong tiêu diện vật của thị kính (hình 3 được thực hiện với một thị kính dương).



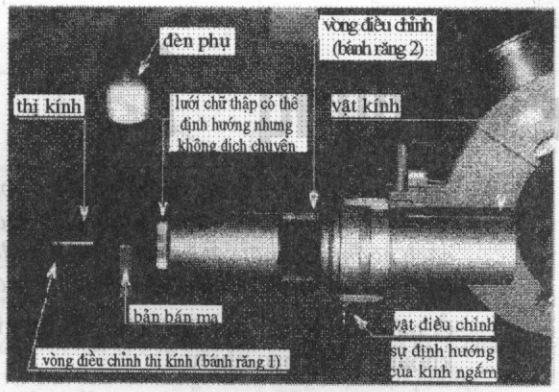
◀ **H.3.** *Sơ đồ nguyên lí của một kính ngắm ngắm ở vô cùng* $(A_1 = F'_1 = F_2)$.

2.2. Kính ngắm có lưới chữ thập được chiếu sáng

Kính ngắm luôn luôn gồm một vật kính, một thị kính và một dây chữ thập, nhưng ngoài ra còn có một bản bán mạ định hướng được (h.4 và 5). Nó cho phép chiếu sáng, nếu cần thiết, lưới chữ thập nhờ một nguồn sáng phụ không ngăn cản sự đi qua của ánh sáng trực tiếp. Bản đó chỉ có ích để điều chỉnh ánh sáng ; nó phải đưa ra khỏi trường quan sát khi đo đạc.



H.4. *Sơ đồ một kính ngắm có lưới chữ thập được chiếu sáng.*



H.5. *Kính ngắm có lưới chữ thập.*

3 Điều chỉnh một kính ngắm

Một kính ngắm là được điều chỉnh nếu mắt có thể đồng thời nhìn rõ ảnh của vật ngắm và ảnh của lưới chữ thập mà không cần điều tiết.

Trong trường hợp đó, ảnh trung gian của vật là ở trong mặt phẳng của lưới chữ thập.

Để nhận được kết quả đó, ta điều chỉnh **kế tiếp** :

- khoảng cách giữa thị kính và lưới chữ thập ;
- khoảng cách vật kính và lưới chữ thập (thực tế hệ {thị kính - lưới chữ thập}).

3.1. Điều chỉnh thị kính của một kính ngắm

Trước kết chúng ta điều chỉnh khoảng cách thị kính lưới chữ thập để thấy rõ lưới chữ thập mà không phải điều tiết (một mắt nhìn ở vô cùng đặt trước kính ngắm "dán trực tiếp" vào lưới chữ thập không cần phải cố gắng nếu sự điều chỉnh là đúng đắn) ; đối với một mắt thường , lưới chữ thập lúc đó ở trong tiêu diện vật của thị kính.

3.2. Điều chỉnh khoảng cách vật kính và tập hợp {thị kính - lưới chữ thập}

Ảnh của vật ngắm ở vô cùng cho bởi vật kính là nằm trong tiêu diện ảnh của vật kính. Việc điều chỉnh là đặt tiêu diện ảnh trùng với mặt phẳng của lưới chữ thập. Vậy phải thay đổi khoảng cách giữa vật kính và tập hợp {thị kính - lưới chữ thập}.

Mỗi khi kính ngắm đã được điều chỉnh cho một người sử dụng, nếu một người sử dụng khác có thị giác không tương tự muốn điều chỉnh để hợp với thị giác của mình thì người đó chỉ cần thay đổi khoảng cách thị kính - lưới chữ thập để thấy một ảnh rõ nét.

Khoảng cách vật kính - lưới chữ thập không thay đổi trong quá trình biến đổi đó.

Điều cốt yếu là không cần thay đổi khoảng cách giữa vật kính và tập hợp {thị kính - lưới chữ thập}

Một kính ngắm gọi là vô tiêu nếu một chùm tới song song đập vào kính ngắm sẽ cho một chùm tia ló cũng song song.

Trong các điều kiện đó, một mắt bình thường không điều tiết sẽ nhìn rõ ảnh của một vật ở vô cùng trong kính ngắm.

3.2.1. Điều chỉnh bằng cách ngắm một vật ở vô cùng

Phương pháp này là có giá trị đối với mọi loại kính ngắm : chúng ta có thể hiệu chỉnh kính ngắm trên một vật ở cách khoảng một trăm mét.

Áp dụng 1

Vật kính của một kính ngắm có độ tụ bằng 5δ. Người ta thực hiện việc hiệu chỉnh kính ngắm bằng cách ngắm vào một vật ở cách 10 m, sau đó 100m, và cuối cùng ở vô cùng (ngắm một ngôi sao).

Ở mỗi lần đo ta phải dịch chuyển thị kính một khoảng bằng bao nhiêu ?

Một độ tụ 5δ tương ứng với một tiêu cự $f' = 20\text{cm}$ (rất nhỏ hơn 10 m và 100m)

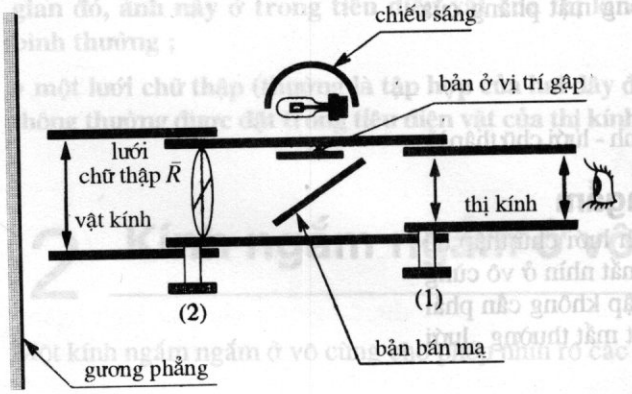
Việc điều chỉnh lí tưởng nhận được lúc ngắm ở vô cùng ; ảnh trung gian là ở $F'(\overline{F'A'} = 0)$

Áp dụng công thức Newton : $\overline{FA}.\overline{F'A'} = -f'^2$.

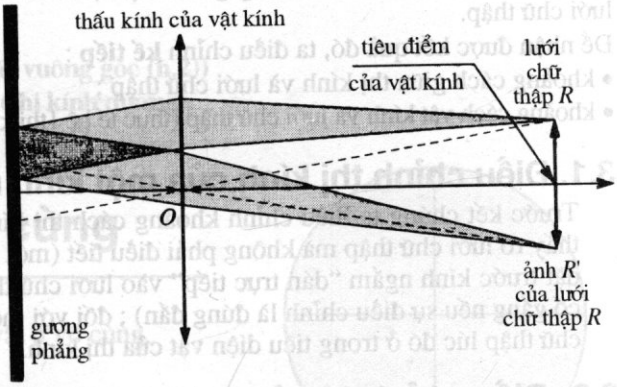
- $\overline{FA} = -10\text{m}$ và f' = 0,2m ; $F'A' = 4\text{mm}$, khoảng điều chỉnh là lớn ;
- $\overline{FA} = -100\text{m}$ và f' = 0,2m, $F'A' = 0{,}4\text{mm}$; khoảng điều chỉnh là không đáng kể.

Sự chính xác cuối cùng này của việc điều chỉnh đáp ứng đủ trong nhiều thao tác.

3.2.2. Điều chỉnh bằng tự chuẩn trực



H.6.



H.7.

Một kính ngắm tự chuẩn trực có một lưới chữ thập được chiếu sáng. Nó được điều chỉnh do phản xạ trên một gương phẳng hoặc một lưỡng chất phẳng (h. 6)

Khi kính ngắm đã được điều chỉnh, các phần tử dưới đây sẽ là liên hợp :

lưới chữ thập $\xrightarrow{\text{vật kính}} \infty \xrightarrow{\text{gương phẳng}} \infty \xrightarrow{\text{vật kính}}$ ảnh R'

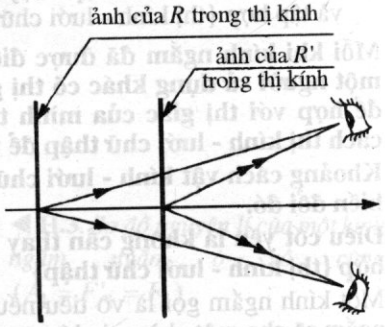
Các hệ thức này có giá trị ngay cả khi gương bị nghiêng

Ta kiểm tra sự điều chỉnh.

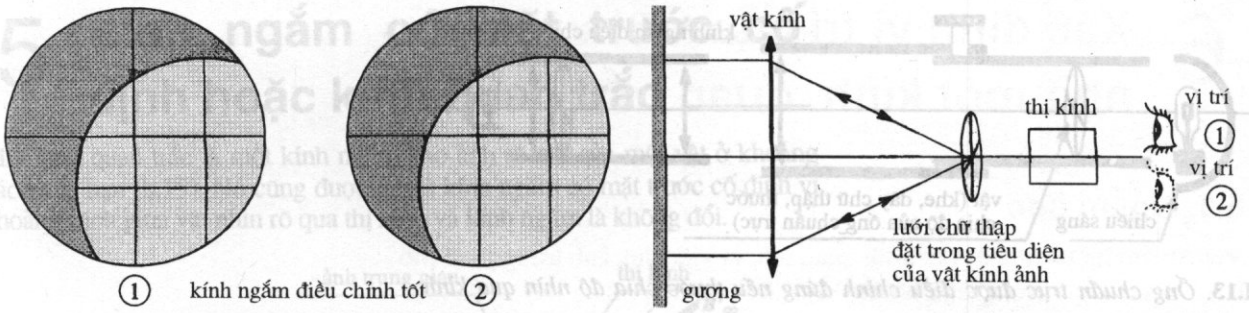
Một kính ngắm được điều chỉnh khi lưới chữ thập R và ảnh R' của nó đều ở trong cùng một mặt phẳng. Lúc đó R và R' là đồng thời rõ nét.

Tuy nhiên sự điều tiết của mắt có thể làm sai lệch điều kiện rõ nét đó do thị sai : sự điều chỉnh là đúng đắn nếu lưới chữ thập và ảnh của nó không dịch chuyển đối với nhau khi ta di chuyển mắt bên này bên nọ trước thị kính (h.8)

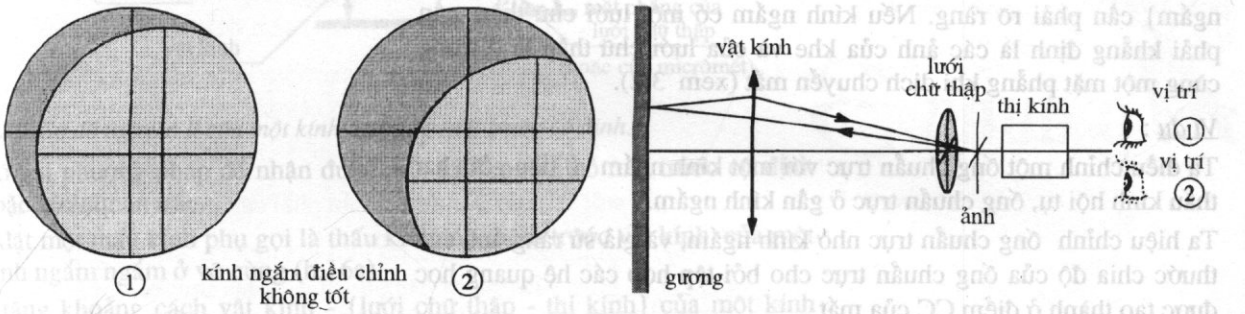
Sự điều chỉnh là **không phụ thuộc vị trí và sự định hướng của gương** (h.9 và 10).



H.8. *Thị sai. Nếu R và R' không ở trong cùng một mặt phẳng, các ảnh của R và R' trong thị kính cũng như vậy. Lúc đó sẽ có sự dịch chuyển tương đối của các ảnh này khi mắt di chuyển trước thị kính.*



H.9. *Lưới chữ thập và ảnh của nó do phản xạ thấy được qua thị kính đối với hai vị trí của mắt. Chúng không dịch chuyển tương đối đối với nhau : kính ngắm được điều chỉnh tốt, lưới chữ thập và ảnh của nó cùng nằm trong một mặt phẳng.*

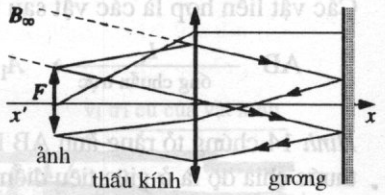


H.10. *Lưới chữ thập và ảnh của nó do phản xạ thấy được qua thị kính đối với hai vị trí của mắt. Chúng di chuyển đối với nhau : kính ngắm điều chỉnh không tốt, lưới chữ thập và ảnh của nó không cùng nằm trong một mặt phẳng.*

Phương pháp này tương tự phương pháp tự chuẩn trực khi đo tiêu cự của các thấu kính mỏng : lưới chữ thập và ảnh của nó cho bởi tập hợp {vật kính - gương - vật kính} được quan sát bởi hệ {mắt - thị kính}. Khi chúng ở trong cùng một mặt phẳng, mặt phẳng đó là tiêu diện của vật kính.

Nếu các quan sát viên nối tiếp sử dụng thị kính chỉ thay đổi khoảng cách thị kính - lưới chữ thập (lưới chữ thập không di chuyển trong quá trình hiệu chỉnh đó), điều kiện đó đúng cho một lần sẽ đúng cho tất cả.

Chỉ việc điều chỉnh thị kính là có thể thay đổi nếu cần thiết, đối với các quan sát viên không có cùng thị giác.



H.11. *Nguyên lí của phương pháp tự chuẩn trực với một thấu kính (cần phải hội tụ).*

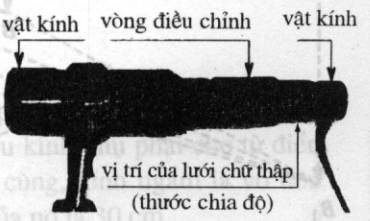
4 Vật ở vô cùng : sử dụng ống chuẩn trực

Một ống chuẩn trực (h.12a và 12b) là một quang hệ cho phép nhận một vật ở vô cùng.

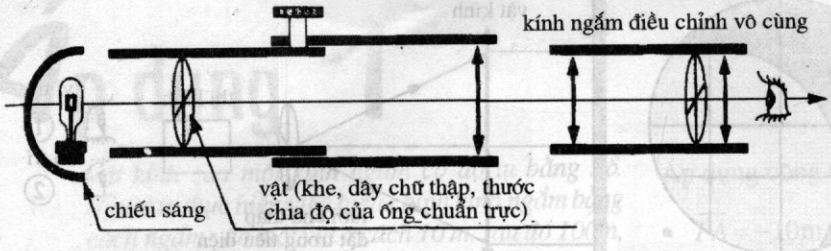
Khoảng cách vật - thấu kính cần phải được điều chỉnh để cho một ảnh ở vô cùng của lưới chữ thập đó (h.13)

Ống chuẩn trực gồm một lưới chữ thập (một khe nguồn có độ rộng thay đổi, một dây chữ thập, một thước chia độ trên kính mờ) và một thấu kính (vật kính của ống chuẩn trực). Lưới chữ thập được chiếu sáng bởi một nguồn sáng có thể ở trong hoặc ở ngoài ống chuẩn trực.

H.12a. *Mô tả bên trong một ống chuẩn trực.*



H.12b. *Ví dụ một ống chuẩn trực.*



H.13. *Ống chuẩn trực được điều chỉnh đúng nếu thước chia độ nhìn qua kính ngắm là rõ ràng.*

Để điều chỉnh một ống chuẩn trực, trước tiên ta sử dụng một kính ngắm ở vô cùng. Ảnh của vật cho bởi hệ {ống chuẩn trực - kính ngắm} cần phải rõ ràng. Nếu kính ngắm có một lưới chữ thập, cần phải khẳng định là các ảnh của khe và của lưới chữ thập là ở trong cùng một mặt phẳng khi dịch chuyển mắt (xem 3.2).

Ví dụ :

Ta điều chỉnh một ống chuẩn trực với một kính ngắm vô tiêu gồm hai thấu kính hội tụ, ống chuẩn trực ở gần kính ngắm.

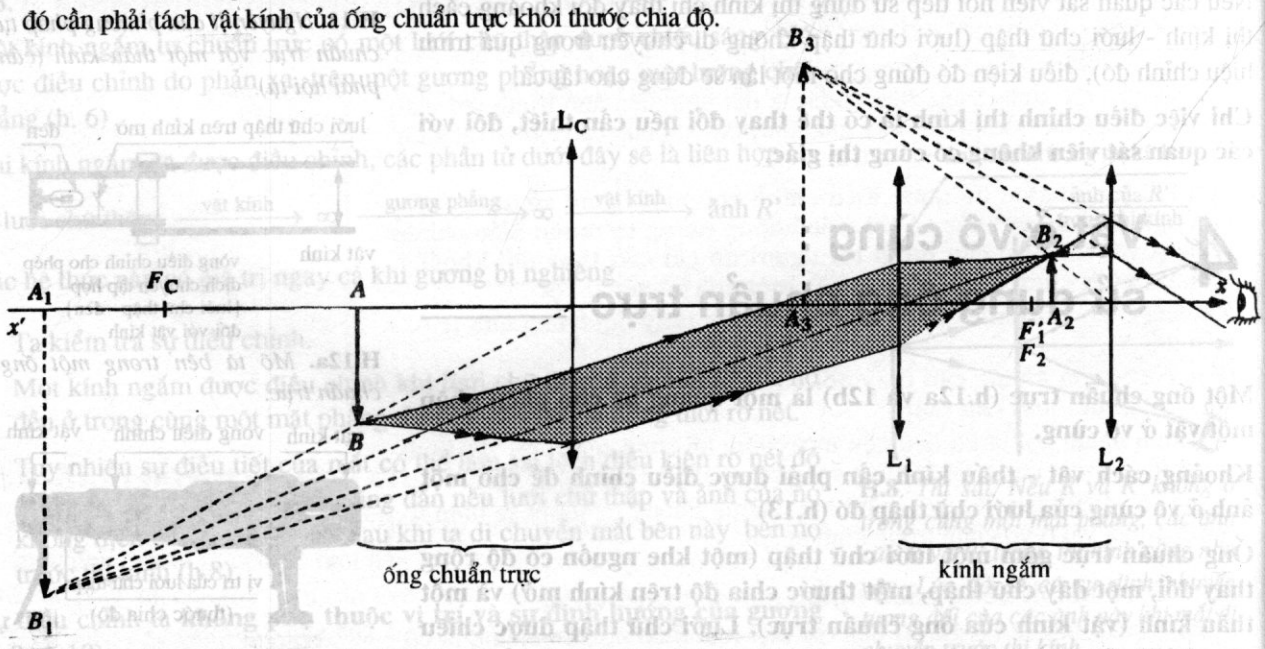
Ta hiệu chỉnh ống chuẩn trực nhờ kính ngắm, và giả sử rằng ảnh của thước chia độ của ống chuẩn trực cho bởi tập hợp các hệ quang học được tạo thành ở điểm CC của mắt.

Có cần phải tăng hoặc giảm khoảng cách vật kính - thước chia độ của ống chuẩn trực để tạo ảnh ở vô cùng không (CV của một mắt bình thường) ?

Các vật liên hợp là các vật sau :

$$AB \xrightarrow[\text{ống chuẩn trực}]{L_C} A_1B_1 \xrightarrow{L_1} A_2B_2 \xrightarrow[\text{kính ngắm}]{L_2} A_3B_3$$

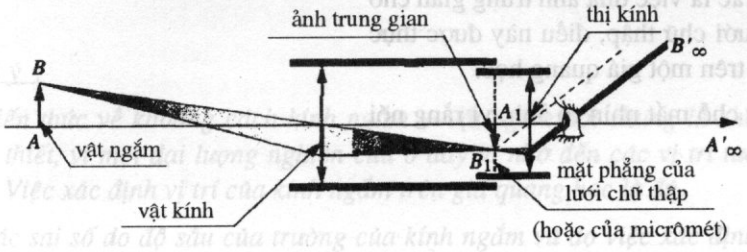
Hình 14 chứng tỏ rằng ảnh AB là ảo đối với vật kính của kính ngắm vậy thước chia độ là ở giữa tiêu điểm vật và vật kính của ống chuẩn trực. Lúc đó cần phải tách vật kính của ống chuẩn trực khỏi thước chia độ.



H.14. *Các vị trí tương đối của các vật khác nhau và các ảnh liên hợp (các tia sáng của hình vẽ không được biểu diễn tất cả).*

5 Kính ngắm có mặt trước cố định hoặc kính quan trắc

Một kính quan trắc là một kính ngắm cho ảnh rõ nét của một vật ở khoảng cách hữu hạn (h.15). Nó cũng được gọi là kính ngắm có mặt trước cố định vì khoảng cách giữa vật nhìn rõ qua thị kính và kính ngắm là không đổi.



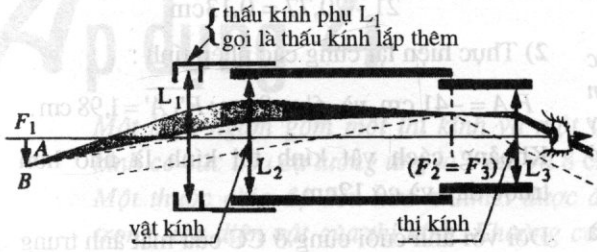
H.15. *Sơ đồ nguyên lí của một kính ngắm có mặt trước cố định.*

Có hai phương pháp để nhận được một kính ngắm có mặt trước cố định hoặc kính quan trắc.

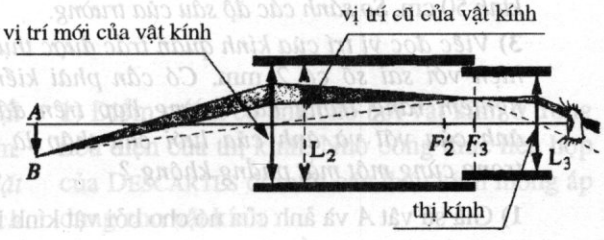
• đặt một thấu kính phụ gọi là thấu kính lắp thêm trước vật kính của một kính ngắm ngắm ở vô cùng (h.16a)

• tăng khoảng cách vật kính - {lưới chữ thập - thị kính} của một kính ngắm điều chỉnh ở vô cùng.

Khoảng cách này càng lớn nếu ta muốn quan sát một vật càng gần kính quan trắc ; đồng thời độ sâu của trường càng giảm. Tuy nhiên khoảng cách vật - vật kính không thể bé hơn tiêu cự của vật kính (h.16b).



H16a. *Kính ngắm vô tiêu biến thành kính quan trắc nhờ một thấu kính phụ. Nếu vật đặt trong tiêu diện vật của thấu kính lắp thêm, mắt sẽ nhìn ảnh đó rõ nét (giữa L_1 và L_2 chùm phát ra từ B là song song)*



H.16b. *Kính ngắm vô tiêu biến thành kính quan trắc bằng cách tăng khoảng cách vật kính – {lưới chữ thập – thị kính}. Nếu ảnh của vật cho bởi L_2 là ở trong tiêu diện vật của thị kính (vậy ở trong mặt phẳng của lưới chữ thập} , mắt sẽ nhìn nó rõ nét.*

Áp dụng 2

Giả sử một kính ngắm được chỉnh vô tiêu (nó cho một ảnh ở vô cùng của một vật ở vô cùng). Hỏi phải đặt thấu kính nào (thấu kính lắp thêm) sát vật kính để ngắm các vật ảo đặt cách 30cm trước vật kính ?

Điểm ngắm cần phải ở cách phía trước kính ngắm 30 cm. Thấu kính phụ phải cho từ điểm đó một ảnh ở vô cùng, kính ngắm là vô tiêu. Vậy tiêu cự ảnh của nó là 30 cm.

6 Xác định vị trí của một vật nhờ một kính quan trắc

6.1. Ngắm dọc

Việc ngắm một vật nhờ một kính quan trắc là việc đưa ảnh trung gian cho bởi vật kính vào trong mặt phẳng của lưới chữ thập, điều này được thực hiện bằng việc di chuyển kính quan trắc trên một giá quang học.

Thường việc điều chỉnh này tóm lại là ở chỗ mắt nhìn rõ ảnh, vì rằng nói chung độ sâu của trường là rất nhỏ.

Áp dụng 3

Một kính ngắm gồm hai thấu kính mỏng : một vật kính có tiêu cự ảnh 9 cm *và một thị kính có tiêu cự* 1 *cm. Kính ngắm này được sử dụng bởi một mắt lành* (CV *ở vô cùng,* CC *ở* 25cm).

1) *Tìm khoảng cách vật kính – thị kính để sao cho một vật đặt cách vật kính của kính ngắm* 30 cm *là ở điểm* CV *của mắt. Hỏi độ sâu của trường lúc đó (mắt đặt ở tiêu điểm ảnh của thị kính) ?*

2) *Cũng câu hỏi đó đối với một vật đặt cách vật kính* 50 cm. *So sánh các độ sâu của trường.*

3) *Việc đọc vị trí của kính quan trắc được thực hiện với sai số cỡ* 2 mm. *Có cần phải kiểm nghiệm rằng trong hai trường hợp trên đây ảnh của vật và ảnh của lưới chữ thập là ở trong cùng một mặt phẳng không ?*

1) Giả sử vật A và ảnh của nó cho bởi vật kính là A' (thấu kính L_1). Áp dụng công thức NEWTON:

$$\overline{F_1A}.\overline{F'_1A'} = -f'^2_1 ;$$

$\overline{F_1A} = -21\text{cm}$ và $f_1' = 9$ cm : $\overline{F_1'A'} = 3{,}86$ cm.

Ảnh A'' của A' cho bởi thị kính (thấu kính L_2) cần phải ở vô cùng, vậy A' phải ở tại tiêu điểm vật F_2 của thị kính :

$$\overline{O_1O_2} = \overline{O_1F_1'} + \overline{F'_1A'} + \overline{F_2O_2} = 13{,}86 \text{ cm}$$

Khoảng cách vật kính thị kính vào cỡ 13,9 cm.

Đối với ảnh cuối cùng ở CC của mắt, ta tìm vị trí của ảnh trung gian.

Áp dụng công thức NEWTON đối với thị kính :

$\overline{F_2'A''} = -25$ cm và $f'_2 = 1\,\text{cm}: \overline{F_2A'} = +0{,}04$ cm.

Ảnh trung gian cần phải cách tiêu điểm vật của thị kính 0,4 mm.

Ta tìm vị trí của vật A tương ứng bằng cách sử dụng công thức NEWTON đối với vật kính :

$\overline{F'_1A'} = 3{,}86 + 0{,}04 = 3{,}90$ cm và $f_2' = 9$ cm :

$$\overline{F_1A} = -20{,}77 \text{ cm.}$$

Từ đó độ sâu của trường bằng :

$$21 - 20{,}77 = 0{,}13\text{cm.}$$

2) Thực hiện lại cùng các phép tính :

$\overline{F_1A} = -41$ cm và $f'_1 = 9\,\text{cm}: \overline{F'_1A'} = 1{,}98$ cm.

Khoảng cách vật kính thị kính là nhỏ hơn trước đây và cỡ 12cm.

Đối với ảnh cuối cùng ở CC của mắt ảnh trung gian cần phải ở cách tiêu điểm vật của thị kính 0,4 mm.

Ta tìm vị trí của vật tương ứng (công thức NEWTON đối với vật kính).

$\overline{F'_1A'} = 2{,}02$ cm và $f_1' = 9\,\text{cm}: \overline{F_1A} = -40{,}10$ cm.

Từ đó độ sâu của trường bằng :

$$41 - 40{,}10 = 0{,}9 \text{ cm} = 9 \text{ mm}$$

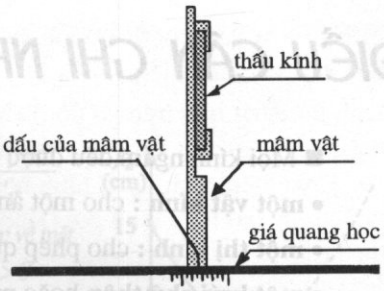
Độ sâu của trường càng lớn nếu vật ngắm càng xa kính.

3) Trong trường hợp **1)** không cần kiểm nghiệm thị sai. Trong trường hợp **2)** cần phải kiểm nghiệm vì rằng độ sâu của trường là lớn trước độ chính xác.

Kính ngắm có mặt trước cố định có hai ưu điểm trong việc xác định vị trí của vật trên một giá quang học so với việc chiếu ảnh trên một màn quan sát.

• nó cho phép ngắm các vật ảo ;

• việc ngắm rất nhạy (luôn luôn dưới 1 mm ngay cả khi không kiểm nghiệm thị sai), lúc đó cảm giác về độ rõ nét trên một màn được thực hiện trên một vùng rộng lớn.



H.17. *Có thể xác định trực tiếp vị trí của một mâm vật trên một giá quang học. Tuy nhiên vị trí của một vật của một thấu kính hoặc của một màn đặt cố định trên mâm vật có thể không giống với vị trí của vật. Vậy chúng ta luôn luôn thực hiện các đo đạc tương đối.*

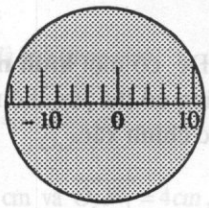
Chú ý :

• *Kiến thức về khoảng cách kính ngắm – vật ngắm nói chung là không cần thiết, vì mọi đại lượng nghiên cứu ở đây là nhờ đến các vị trí tương đối. Việc xác định vị trí của kính ngắm trên giá quang học là đủ.*

• *Các sai số do độ sâu của trường của kính ngắm và do việc xác định vị trí ở trên giá quang học là vào cỡ một số milimét.*

6.2. Ngắm ngang

Một kính quan trắc có trang bị một thị kính có thước trắc vi cho phép thực hiện các cách ngắm ngang với điều kiện chuẩn máy bằng cách ngắm ví dụ một tờ giấy milimét.



H.18. *Dáng của một thước trắc vi.*

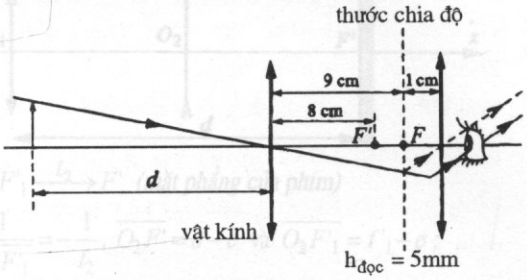
Áp dụng 4

Một kính ngắm gồm một thị kính và một vật kính có các tiêu cự tương ứng là 1 cm *và* 8 cm. *Một thước chia độ đến nửa milimét được đặt trong tiêu diện vật của thị kính. Khoảng cách thị kính – vật kính bằng* 10 cm (h.19).

1) *Mắt không điều tiết nhìn thấy ảnh của một vật ở vô cùng.*

Tính khoảng cách d giữa vật và vật kính.

2) *Tính kích thước của vật mà kích thước của nó đọc trên thước chia độ là* 5 mm.



1) Điểm ngắm có ảnh cho bởi vật kính ở trong tiêu diện của thị kính. Nhờ công thức liên hợp của DESCARTES đối với các thấu kính mỏng áp dụng cho vật kính :

$$\left[\frac{1}{p'}-\frac{1}{p}=\frac{1}{f'}, p=\overline{OA}; p'=\overline{OA}'\right]$$

ta có với $p' = 9$ cm và $f' = 8$ cm : $p = -72$ cm.

Từ đó khoảng cách $d = 72$ cm.

2) Độ phóng đại của vật kính bằng $\gamma = \frac{p'}{p}$,

nghĩa là $\gamma = 0{,}125$ (không kể dấu).

Kích thước thật của vật bằng $h_{\text{thật}} = \frac{h_{\text{đọc}}}{\gamma}$

vậy $h_{\text{thật}} = 40$ mm $= 4$ cm.

◀ **H.19**.

ĐIỀU CẦN GHI NHỚ

■ Mọi kính ngắm đều được cấu tạo bởi các phần tử sau đây :

• **một vật kính :** cho một ảnh trung gian của vật quan sát hoặc vật ngắm,

• **một thị kính :** cho phép quan sát "theo chế độ kính lúp" ảnh trung gian đó,

• **một lưới chữ thập** hoặc **một thước trắc vi** (thường đặt trong tiêu diện vật của thị kính).

■ Việc điều chỉnh ở vô cùng một kính ngắm được thực hiện :

• hoặc bằng cách ngắm một vật ở xa,

• hoặc (nếu kính ngắm được trang bị một lưới chữ thập được chiếu sáng) bằng tự chuẩn trực nhờ sử dụng một gương phẳng.

■ Để có một **kính ngắm với mặt trước cố định** việc tăng khoảng cách vật kính - thị kính là đủ. Cũng có thể lắp thêm một thấu kính phụ. Kính quan trắc này cho phép thực hiện các cách ngắm dọc chính xác.

■ Một **kính quan trắc với thị kính có thước trắc vi (kính ngắm với mặt trước cố định có lưới chữ thập là một thước trắc vi)** cho phép ngắm ngang các vật nếu kính được chuẩn trước.

■ Một ống chuẩn trực gồm có :

• một **lưới chữ thập** (một khe nguồn có độ rộng thay đổi hoặc một dây chữ thập hoặc một thước chia độ trên một tấm kính mờ)

• một **thấu kính** (vật kính của ống chuẩn trực) ; lưới chữ thập được chiếu sáng bởi một nguồn sáng có thể ở trong hoặc ngoài ống chuẩn trực.

■ Một ống chuẩn trực là một quang hệ cho phép nhận được một vật ở vô cùng. Khoảng cách lưới chữ thập - thấu kính cần phải điều chỉnh để cho một ảnh của lưới chữ thập ở vô cùng.

BÀI TẬP

ÁP DỤNG TRỰC TIẾP BÀI GIẢNG

1 Thị kính của một kính ngắm

Một kính ngắm gồm một vật kính tiêu cự ảnh 8cm và một thị kính tiêu cự ảnh 2 cm. Biết rằng khoảng cách từ ảnh cho bởi thị kính đến quang tâm của nó cho phép có một khoảng cách cực đại vật kính - thị kính bằng 14 cm, hãy tính khoảng cách tối thiểu giữa một vật ngắm và vật kính (đối với một mắt điều tiết ở vô cùng).

• *Lời giải*

1) *Khi mắt điều tiết ở vô cùng ảnh của một vật cho bởi vật kính sẽ nằm trong tiêu diện vật của thị kính. Công thức* DESCARTES *:*

$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$, *với* $\overline{OA'} = 12$ cm *và* $\overline{OF'} = 8$ cm, $\overline{OA} = -24$ cm.

Khoảng cách vật - vật kính tối thiểu bằng 24cm.

2 Vật kính tầm xa của một máy ảnh

Một vật kính tầm xa gồm hai thấu kính mỏng L_1 và L_2 cách nhau một khoảng e. Thấu kính L_1 là hội tụ có tiêu cự ảnh $f'_1 = 6$ cm. Thấu kính thứ hai là phân kì có tiêu cự vật f_2. Một tấm phim đặt ở khoảng cách $d = 10$ cm ở sau thấu kính L_1. Máy ảnh được hiệu chỉnh ở vô cùng.

1) Tính f_2 theo hàm của f'_1, e và d. Vẽ đường cong $f_2(e)$.

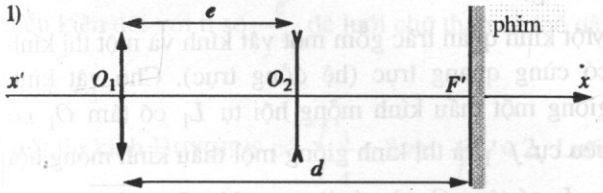
2) Trong trường hợp $e = 2$cm, tìm kích thước của ảnh của một vật rất xa, có đường kính góc $\alpha = 1'$, khi sử dụng :

a) Vật kính tầm xa trên đây ;

b) một thấu kính mỏng làm vật kính của một máy ảnh có cùng kích thước như vật kính tầm xa.

• *Lời giải*

1)



$A_\infty \xrightarrow{L_1} F'_1 \xrightarrow{L_2} F'$ *(mặt phẳng của phim)*

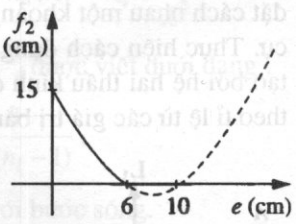
$\frac{1}{\overline{O_2F'}} - \frac{1}{\overline{O_2F'_1}} = -\frac{1}{f_2}$, $\overline{O_2F'} = d - e$ và $\overline{O_2F'_1} = f'_1 - e$;

nghĩa là $f_2 = \frac{(d-e)(f'_1-e)}{d-f'_1}$

Các phần có thể đạt được về mặt vật lí là $0 < e < d$ *và* $f_2 > 0$

Đường cong là một parabôn

$f_2(e) = \frac{(10-e)(6-e)}{4}$



• $e = 0$ *: các thấu kính ghép vào nhau,* $\frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2}$.

• $e = 6$cm *: thấu kính phân kì đặt ở tiêu điểm ảnh của* L_1.

2) *Đối với* $e = 2$cm, $f_2 = 8$ cm.

a) *Giả sử* $A'B'$ *là ảnh và* A_1B_1 *là ảnh trung gian*

$\overline{A_1B_1} = -\alpha f'_1 ; \overline{A'B'} = \gamma_2 \overline{A_1B_1} = -\frac{\overline{O_2F'}}{\overline{O_2F'_1}} \alpha f'_1$

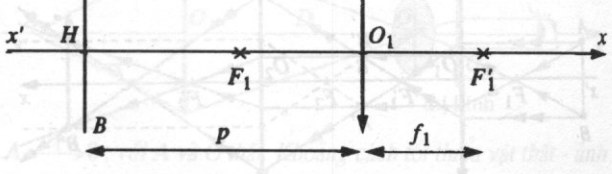
$\alpha = 1' = 3.10^{-4}$ rad. $\overline{O_2F'} = 8$ cm và $\overline{O_2F'_1} = 4$cm, *từ đó* $|\overline{A'B'}| = 0{,}035$ mm.

Kích thước của ảnh là vào cỡ độ lớn của hạt của phim ảnh tiêu chuẩn.

b) $f' = 10$cm, $\overline{A'B'} = -\alpha f'$, $|\overline{A'B'}| = 0{,}029$mm. *Ảnh nhỏ hơn 20%.*

3 Sự kết hợp hai thấu kính mỏng

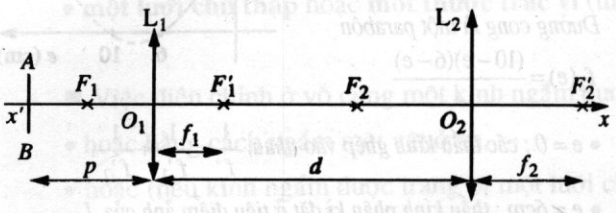
Giả sử L_1 là một thấu kính mỏng hội tụ dùng trong các điều kiện GAUSS có các tiêu điểm F_1 và F'_1 và tiêu cự $f_1 (f_1 = |\overline{O_1F_1}|)$. AB là một đĩa sáng có đường kính ϕ có tâm H trên quang trục của thấu kính : H nằm cách tâm O_1 của thấu kính một khoảng p $(p = |\overline{O_1H}|)$.



1) Thực hiện cách dựng hình học ảnh $A'B'$ của AB tạo bởi thấu kính.

2) Giả sử H' là tâm của $A'B'$, ϕ' là đường kính của ảnh và p' là khoảng cách từ O_1 đến H'. Biểu diễn p' theo hàm của p và f_1 và ϕ' theo hàm của ϕ, p và f_1. Tính p' và ϕ'. Cho các kết quả với sai số đến 0,01 cm. Các số liệu : $\phi = 1$cm, $f_1 = 2{,}4$ cm và $p = 10$ cm.

3) Người ta đặt một thấu kính mỏng thứ hai hội tụ có tâm O_2, các tiêu điểm F_2 và F'_2 ở bên phải của thấu kính thứ nhất như trên sơ đồ dưới đây. Hai thấu kính đặt cách nhau một khoảng d lớn hơn tổng của hai tiêu cự. Thực hiện cách dựng hình học ảnh $A"B"$ của AB tạo bởi hệ hai thấu kính đó. (Không cần thiết phải vẽ theo tỉ lệ từ các giá trị bằng số sẽ cho sau đây).



4) Giả sử ϕ' là đường kính của ảnh $A"B"$, $H"$ là tâm của nó và $p"$ là khoảng cách từ O_2 đến $H"$. Biểu diễn $p"$ theo hàm của f_1, f_2, p và d. Biểu diễn $\phi"$ theo hàm của ϕ, p', $p"$ và d. Tính $p"$ và $\phi"$.

Các số liệu : $f_2 = 7{,}2$ cm và $d = 12$cm.

5) Hai thấu kính L_1 và L_2 tạo thành một quang hệ đặc trưng bởi một tiêu điểm vật F và một tiêu điểm ảnh F'. Biểu diễn khoảng cách s giữa O_2 và F' theo hàm của f_1, f_2 và d. Cho giá trị bằng số của s.

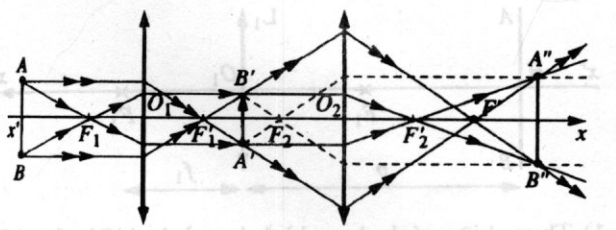
6) Cần phải thay đổi các vị trí của hai thấu kính của sơ đồ trên đây như thế nào để tiêu điểm ảnh của hệ được đưa ra vô cùng ?

7) Tính độ phóng đại ngang của hệ nhận được như vậy ở vô cùng.

(Theo ENSAM, 1992)

• *Lời giải*

1) *và* **3)**



2) $\dfrac{1}{p}+\dfrac{1}{p'}=\dfrac{1}{f_1}$ *từ đó* $p'=\dfrac{pf_1}{p-f_1}$, $A.N.: p' = 3{,}16$ cm.

$\phi'=\phi\left|\dfrac{p'}{p}\right|=\phi\left|\dfrac{f_1}{p-f_1}\right|$, $A.N.: \phi' = 0{,}32$ cm.

Các quy ước sử dụng các giá trị tuyệt đối từ đó các dấu của các công thức khác nhau.

4) $\dfrac{1}{p"}-\dfrac{1}{\overline{O_2H'}}=\dfrac{1}{f_2}$, $\overline{O_2H'}=p'-d=\dfrac{pf_1}{p-f_1}-d$,

từ đó $p"=\dfrac{f_2(pf_1-d(p-f_1))}{f_2(p-f_1)+pf_1-d(p-f_1)}$; $A.N.: p" = 38{,}77$ cm.

$\phi"=\phi'\left|\dfrac{p"}{\overline{O_2H'}}\right|=\phi'\left|\dfrac{p"}{d-p'}\right|$; $A.N.: \phi" = 1{,}40$cm.

5) $H_\infty \xrightarrow{L_1} F'_1 \xrightarrow{L_2} F'$. *Lấy* $p \to \infty$ *trong công thức 4) :*

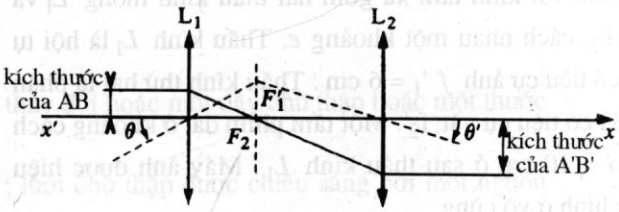
$s=\dfrac{f_2(f_1-d)}{f_2+f_1-d}$; $A.N.: s = 28{,}80$ cm.

6) *Vì F' là liên hợp của* F'_1 *cho bởi* L_2 *nên chỉ cần đặt* F'_1 *ở* F_2 *là đủ để đưa F' ra vô cùng, vậy* $d = f_1 + f_2$.

7) Chú ý ! Không được lẫn lộn độ phóng đại góc ở vô cùng hoặc độ bội giác với độ phóng đại ngang (xem chương 10)

$\gamma=\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}=\dfrac{f_2}{f_1}=-3$

Chú ý : *Độ phóng đại* $G=\dfrac{\theta'}{\theta}=-\dfrac{f_1}{f_2}=-3$ *. Độ phóng đai ngang cũng có giá trị –3 nếu AB không ở vô cùng, vì hệ là vô tiêu.*



VẬN DỤNG VỐN KIẾN THỨC

4 Kính quan trắc

A) Nguyên tắc của một kính quan trắc

Ta kí hiệu d_m là khoảng cách nhìn rõ ngắn nhất của một quan sát viên mắt lành (nghĩa là có thị giác bình thường).

Một kính quan trắc gồm một vật kính và một thị kính có cùng quang trục (hệ đồng trục). Cho vật kính giống một thấu kính mỏng hội tụ L_1 có tâm O_1 có tiêu cự f'_1 và thị kính giống một thấu kính mỏng hội tụ L_2 có tâm O_2 và có tiêu cự f'_2. Đặt $\overline{O_1O} = D$ và $\overline{OO_2} = d$ (các khoảng cách D và d là dương và có thể điều chỉnh được). Trong mặt phẳng vuông góc với trục (Ox) tại O có đặt một một lưới chữ thập gồm hai

vạch mảnh vuông góc khác trên một tấm thủy tinh có hai mặt song song và dùng để xác định vị trí của O. Quan sát viên đặt mắt phía sau thị kính ở khoảng cách a ($a < d_m$).

1) Hỏi khoảng các vị trí của d cho phép quan sát viên thấy rõ lưới chữ thập ?
Từ đó suy ra một phương pháp điều chỉnh vị trí của thị kính để nhìn không mệt.

2) Giả sử sự điều chỉnh trước đây đã được thực hiện. Người ta muốn quan sát một vật A trên quang trục có hoành độ $x = \overline{OA}$, việc quan sát ảnh của vật A và của lưới chữ thập được thực hiện trong cùng một mặt phẳng. Xác định rõ x phải nằm trong khoảng cách nào. Từ đó suy ra vùng điều chỉnh của D mà quan sát viên phải thấy trước. Xác định biểu thức của D theo hàm của x.

3) a) Một quan sát viên cận thị muốn sử dụng kính quan trắc để quan sát một vật A ở vô cùng mà không đeo kính cận, trong các điều kiện xác định như trước đây. Biết rằng khoảng cách nhìn rõ lớn nhất của anh ta là δ, tính các giá trị của các điều chỉnh mà anh ta phải thực hiện.

b) Giả sử mọi quan sát viên sử dụng kính quan trắc dù cận thị hoặc viễn thị đều có các kính sửa mắt có độ tụ từ -8δ đến $+8\delta$, xác định vùng điều chỉnh của thấu kính phải dự kiến để kính quan trắc là sử dụng được với mọi quan sát viên không cần đeo kính sửa.

Các số liệu : $a = 0$ và $f'_2 = 2$ cm.

B) Nghiên cứu thị kính

Trong thực tế thị kính là hệ hai thấu kính mỏng hội tụ: L_3 có tâm O_3 có tiêu cự f'_3 và L_4 có tâm O_4 và có tiêu cự f'_4, cách nhau $e = O_3O_4 (\overline{O_3O_4} > 0)$.

1) a) Lưới chữ thập luôn luôn đặt tại O, quan sát viên có mắt bình thường, xác định giá trị của $\overline{O_3O}$ đối với một quan sát không mệt mỏi.

b) Một thị kính RAMSDEN có $f'_3 = f'_4$. Cho các điều kiện đối với tỉ số $\frac{e}{f'_3}$ để lưới chữ thập có thể đặt trước L_3.

Một thị kính HUYGENS có $\frac{f'_3}{f'_4} = 3$ và $\frac{e}{f'_4} = 2$. Lưới chữ thập nằm ở đâu ?

2) Kí hiệu n_3 là chiết suất thủy tinh của thấu kính L_3 và n_4 là chiết suất thủy tinh của thấu kính L_4. Các chiết suất này thay đổi theo bước sóng của ánh sáng theo các định luật.

$$n_3(\lambda) = A_3 + \frac{B_3}{\lambda^2} \text{ và } n_4(\lambda) = A_4 + \frac{B_4}{\lambda^2}.$$

Chứng minh rằng f'_3 và f'_4 được viết dưới dạng :

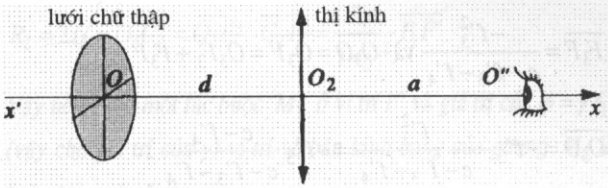
$$f'_i = \frac{1}{K_i(n_i - 1)},$$

trong đó K_i là độc lập đối với bước sóng.

(Trích từ E.S.M.de Saint – Cyr, 1944)

• *Lời giải*

A) 1) *Giả sử O" là vị trí của mắt, O' là ảnh của O cho bởi thị kính; đặt* $\overline{OO'} = d$.



O' được nhìn rõ nếu $d_m < \overline{O'O"} < \infty$, *vậy nếu* $d_m - a < d' < \infty$.

Hệ thức DESCARTES:

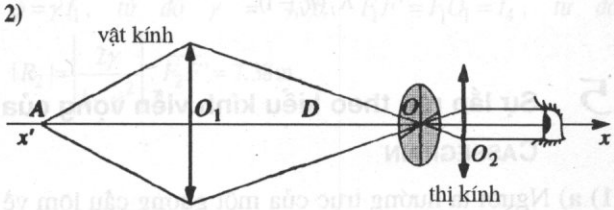
$\frac{1}{d} = \frac{1}{f'_2} + \frac{1}{d'}$, *từ đó* $d_m = f'_2 \frac{d_m - a}{f'_2 + d_m - a} < d < f'_2 = d_{max}$

Đối với một quan sát không mệt mỏi : $O = F_2$ *nghĩa là* $d = d_{max} = f'_2$

$d_{max} - d_m = f'_2 \frac{f'_2}{f'_2 + d_m - a}$; *vùng điều chỉnh là cực tiểu nếu* $a = 0$.

Quan sát viên tốt nhất là đặt mắt sát $L_1 (a \approx 0)$ *để điều chỉnh vị trí của thị kính.*

2)



$A \xrightarrow{L_1} 0$, *với A và O thật. Khoảng cách tối thiểu vật thật - ảnh thật bằng* $4f'_1$, *từ đó* $x < -4f'_1 (x < 0)$. *Lúc đó* $D_{min} = f'_1$ *(A ở vô cùng) và* $D_{max} = 2f'_1$ *(A ở cách* L_1 *(*L_1 *phải cách* $2f'_1$*) nghĩa là* $f'_1 < D < 2f'_1$.

Hệ thức DESCARTES : $\frac{1}{O_1O} - \frac{1}{O_1A} = \frac{1}{f'_1}$, *với* $\overline{O_1O} = D$ *và* $\overline{O_1A} = D + x$, *vậy* $D^2 + xD - xf'_1 = O$ *và* $D = \frac{-x\sqrt{x(x+4f'_1)}}{2}$.

3) a) *Kính quan trắc được điều chỉnh ở vô cùng, chỉ cần thay đổi sự điều chỉnh thị kính để* $D = f'_1$.

$$\frac{1}{\overline{O_2O'}} - \frac{1}{\overline{O_2O}} = \frac{1}{f'_2}. \text{ với } \overline{OO_2} = d \text{ và } \overline{O'O_2} = \delta - a,$$

nghĩa là $\overline{OO_2} = d = \dfrac{f'_2(\delta - a)}{f'_2 + \delta - a}$.

b) *Mắt cận thị :* $\delta = \dfrac{1}{8}$, *tức là 12,5cm ;* $d_{\max} = 1{,}72$ cm

Mắt viễn thị : $\delta = -\dfrac{1}{8}$, *tức là - 12,5cm ;* $d_{\max} = 2{,}38$ cm.

B) 1) *O ở tiêu điểm vật F của thị kính,* $F \xrightarrow{L_3} F_4 \xrightarrow{L_4} \infty$

Công thức NEWTON : $\overline{F_3F}.\overline{F'_3F_4} = -f'^2_3$ *với* $\overline{F'_3F_4} = e - f'_3 - f'_4$;

$$\overline{F_3F} = \frac{-f'^2_3}{e - f'_3 - f'_4} \text{ và } \overline{O_3O} = \overline{O_3F} = \overline{O_3F_3} + \overline{F_3F},$$

$$\overline{O_3O} = -f'_3 - \frac{f'^2_3}{e - f'_3 - f'_4} = -f'_3 \frac{e - f'_4}{e - f'_3 - f'_4}.$$

b) *Thị kính* RAMSDEN, $\overline{O_3O} < 0$ *tức* $f'_3 . \dfrac{e - f'_3}{e - 2f'_3} > 0$; *từ đó* $e > 2f'_3$ *hoặc* $e < f'_3$

Thị kính HUYGENSS : $\overline{O_3F} = \overline{O_3O} = \dfrac{3}{2} f'_4 > 0$ *tiêu điểm F là ảo.*

Lưới chữ thập thật không thể đặt ở F, người ta sẽ đặt nó ở tiêu điểm F_4 *của* L_4.

2) *Ta biết rằng độ tụ của một thấu kính tỉ lệ với (n-1), thừa số tỉ lệ là một hàm của các bán kính cong của các lưỡng chất cầu cấu tạo thấu kính mỏng, vậy* $f'_i = \dfrac{1}{K_i(n_i - 1)}$.

5 Sự lắp ráp theo kiểu kính viễn vọng của CASSEGRAIN

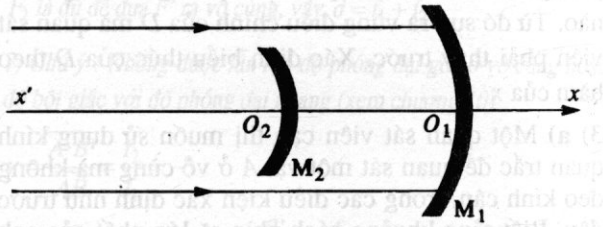
1) a) Người ta hướng trục của một gương cầu lõm về phía tâm của Mặt Trăng

Hỏi vị trí của ảnh của Mặt Trăng ?

Hỏi kích thước của ảnh đó biết rằng nhìn từ Trái Đất Mặt Trăng có một đường kính góc $\varepsilon = 31'$? Lấy bán kính cong của gương $R = 5$m.

b) Nhờ một sơ đồ hãy chỉ rõ phải đặt chân A của một vật nhỏ vuông góc AB như thế nào để một gương cầu lồi cho từ vật đó một ảnh thật ? Lúc đó ảnh là "thuận" hay "ngược" chiều với vật ? Ảnh đó là lớn hơn hay nhỏ hơn vật ?

2) Dọc theo cùng trục $(x'x)$ định hướng người ta thực hiện một sự kết hợp hai gương cầu, một gương lõm M_1, một gương cầu M_2, hai mặt phản xạ đối diện nhau. Các kích thước của M_2 là đủ nhỏ để phần lớn ánh sáng đến từ một thiên thể dự định nghiên cứu sẽ đến được M_1. Ngoài ra qua M_1 và ở xung quanh đỉnh O_1 của nó người ta tạo ra một lỗ hở hình tròn có trục $(x'x)$ để có thể tạo ra một ảnh thật của thiên thể trên một phim ảnh đặt cách xa hơn M_1. Gọi F' là tiêu điểm chính ảnh của hệ đó.



a) Dùng kết quả của câu hỏi **1) b)** biểu diễn trên một sơ đồ cách bố trí các điểm F_1 tiêu điểm của M_1, F_2 tiêu điểm của M_2 và O_2 đỉnh của M_2 sao cho F' là thật. Biểu diễn qua sự lắp ráp đường đi của một chùm hẹp các tia tới song song với trục.

b) Người ta chụp ảnh Mặt Trăng nhờ thiết bị đó. Tính kích thước của ảnh nhận được theo hàm của khoảng cách f_1 từ F_1 đến O_1, của độ phóng đại γ do M_2 và của đường kính góc ε của Mặt Trăng

c) Hỏi tiêu cự ảnh ϕ của một thấu kính mỏng mà nếu sử dụng một mình nó sẽ cho một ảnh có cùng kích thước ? Hãy chỉ rõ trên một sơ đồ một cách dựng hình học đơn giản vị trí của thấu kính đó.

d) Xác định theo hàm của γ và $\overline{F_1F'}$, các đoạn định hướng $\overline{O_2F'}$, $\overline{O_2F_1}$, $\overline{C_2F'}$ và $\overline{C_2F_1}, C_2$ là tâm cong của M_2, sau đó xác định biểu thức của bán kính cong đại số $R_2 = \overline{O_2C_2}$ của M_2.

Từ đó suy ra rằng, đối với một gương cầu lõm đã cho việc chọn một vị trí của F' và một giá trị của ϕ sẽ xác định dứt khoát vị trí của M_2 và bán kính cong của nó.

3) Các gương cầu mô tả trong các câu hỏi trên đây thực tế sơ đồ hóa các gương parabôn M_1 và gương cầu M_2 của một sự lắp ráp kính viễn vọng của CASSEGRAIN.

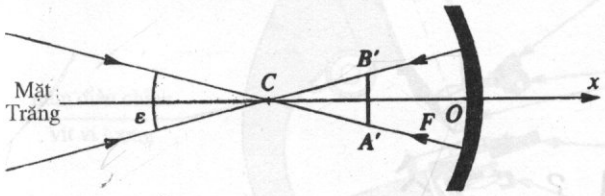
a) Theo ý của bạn việc chọn dạng parabôn hay hypecbôn hơn là dạng cầu sẽ có ích lợi gì ? Giải thích tóm tắt tại sao gương parabôn và gương hypecbôn là hoàn toàn được xác định bởi các số liệu về các điểm O_1, O_2, F_1, F_2 và F'.

b) Gương parabôn của kính thiên văn lớn ở đỉnh Palomar (San Diego, California, E.U.) có $f'_1 = 16{,}8$ m.

Bằng cách dựng, sẽ thấy F' thực tế ở O_1 và tiêu cự ảnh tương đương là $\phi = 80$m. Tính bán kính cong tại đỉnh của gương hypecbôn và xác định vị trí của nó.

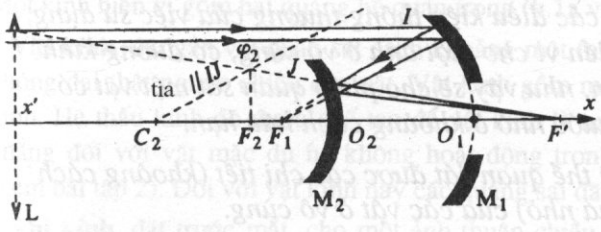
• *Lời giải*

1) *Ảnh $A'B'$ của Mặt Trăng ở trong tiêu diện của gương. Trên sơ đồ dưới đây ta đã kẻ hai tia tới đi qua tâm cong C của gương và chúng không bị lệch khi phản xạ.*



$A'B' = \varepsilon CF = \varepsilon \dfrac{R}{2}$, $A'B' = 2{,}3$ cm.

2) a) Một tia tới song song với trục phản xạ trên M_1 sẽ đi qua tiêu điểm F_1. Sau khi phản xạ trên M_2 tia đó đi qua F' tiêu điểm ảnh của hệ : do F' là thật nên như đã thấy ở câu hỏi 1) b) F_1 phải nằm trong khoảng giữa O_2 và F_2. Từ đó ta có sơ đồ dưới đây :



b) *Gương M_1 cho từ Mặt Trăng một ảnh $A_1B_1 = \varepsilon f_1$ (xem câu hỏi 1) a) ; gương M_2 cho ảnh cuối cùng : $A'B' = \gamma A_1B_1 = \gamma\varepsilon f_1$*

c) *Một thấu kính có tiêu cự ảnh ϕ cho một ảnh $A'B' = \phi\varepsilon$ của Mặt Trăng. Vậy phải lấy $\phi = \gamma f_1$.*

d) *F' là ảnh của F_1 đối với gương M_2.*

$$\gamma = \frac{\overline{F_2F'}}{-f_2} = -\frac{f_2}{\overline{F_2F_1}} = +\frac{\overline{C_2F'}}{\overline{C_2F_1}} = -\frac{\overline{O_2F}}{\overline{O_2F_1}}.$$

Sử dụng một trong hệ thức trên đây, ta suy ra rằng :

$$\overline{O_2F'} = \overline{O_2F_1} + \overline{F_1F'} = \frac{\gamma}{\gamma+1}\overline{F_1F'};\ O_2F_1 = -\frac{\overline{F_1F'}}{\gamma+1};$$

$$\overline{C_2F'} = \frac{\gamma}{\gamma+1}\overline{F_1F'};\ \overline{C_2F_1} = \frac{1}{\gamma-1}\overline{F_1F'}$$

$$R_2 = 2f_2 = \overline{O_2C_2} = \overline{O_2F'} - \overline{C_2F'} = \frac{2\gamma}{1-\gamma^2}\overline{F_1F'}$$

Vậy nếu cùng một lúc buộc M_1 ở vị trí F' và giá trị của $\phi = \gamma f_1$ (vậy cho giá trị của γ) vị trí và bán kính cong của gương M_2 là hoàn toàn xác định.

3) a) *Một gương parabôn M_1 cho từ một vật ở vô cùng một ảnh có tính tương điểm chính xác ở tiêu điểm F_1.*

Một gương hypecbôn M_2 có tính tương điểm chính xác đối với các tiêu điểm của nó : chỉ cần đặt F_1 (ảo) tại một trong các tiêu điểm của gương hypecbôn và lúc đó ảnh F' sẽ trùng với tiêu điểm thứ hai (thật). M_1 là hoàn toàn xác định bởi O_1 và F_1 ; việc chọn vị trí của M_2 được xác định bởi O_2, F_1 và F'.

b) *Coi M_2 giống như một gương cầu, ta áp dụng các kết quả của câu hỏi* **2)**.

$\phi = \gamma f_1$, từ đó $\gamma = 4{,}76$, $\overline{F_1F'} = \overline{F_1O_1} = f_4$, từ đó $|R_2| = \left|\dfrac{2\gamma}{1-\gamma^2}\right| . \overline{F_2F'} = 7{,}38$m.

10 CÁC DỤNG CỤ QUANG HỌC : KÍNH HIỂN VI VÀ KÍNH THIÊN VĂN

MỤC TIÊU

■ Hiểu nguyên tắc hoạt động của hai dụng cụ

■ Đo các phần tử đặc trưng của các dụng cụ quang học đơn giản : kính hiển vi cho từ một vật ở khoảng cách hữu hạn một ảnh "phóng đại" ở vô cùng, kính ngắm cho từ một vật ở vô cùng một ảnh "phóng đại" ở vô cùng.

ĐIỀU CẦN BIẾT TRƯỚC

- Công thức liên hợp của các thấu kính.
- Sơ đồ của các tia sáng.
- Định nghĩa độ phóng đại và cường số của một dụng cụ quang học (xem chương 8).
- Hệ {mắt - kính lúp}.
- Nguyên tắc điều chỉnh của một kính quan trắc.
- Nguyên tắc điều chỉnh của một ống chuẩn trực.
- Sử dụng đơn giản bàn của một máy đo góc.

Mở đầu

Không thể quan sát được các chi tiết quá gần nhau của các vật có kích thước nhỏ.

Mắt kết hợp với một kính hiển vi cho phép cải thiện việc nghiên cứu đó.

Trong các điều kiện thông thường của việc sử dụng, kính hiển vi cho một ảnh ở vô cùng, có đường kính góc lớn, như vậy sẽ cho phép quan sát một vật có kích thước nhỏ ở khoảng cách hữu hạn.

Không thể quan sát được các chi tiết (khoảng cách góc quá nhỏ) của các vật ở vô cùng.

Mắt kết hợp với một kính thiên văn lại cải thiện việc quan sát.

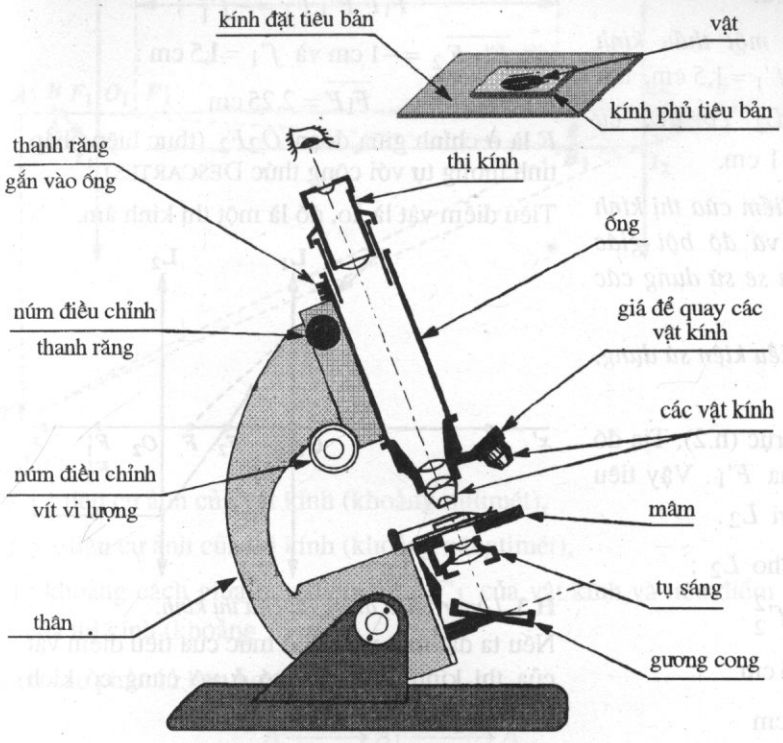
Trong các điều kiện thông thường của việc sử dụng, kính thiên văn cho một ảnh ở vô cùng có bán kính góc lớn, cho phép quan sát một vật ở vô cùng có bán kính góc nhỏ.

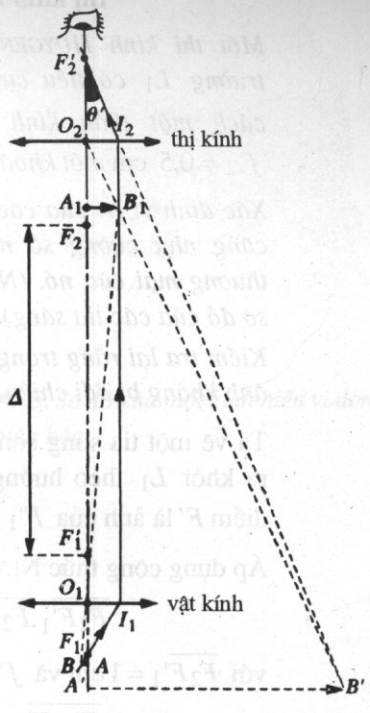
Hai dụng cụ quang học đó được trang bị một vật kính và một thị kính (thường tương đương với một kính lúp).

Các tính chất của hệ {mắt – kính lúp} hoặc {mắt – thị kính} là chủ yếu.

1 Kính hiển vi

1.1. Mô tả





H.1b.

H.1a. *Sơ đồ mặt cắt của một kính hiển vi.*

Một kính hiển vi gồm hai quang hệ quan trọng (h.1a và b) :

• **Vật kính**, đặt gần vật quan sát cách khoảng một milimét, cho một ảnh phóng đại thật ngược chiều của vật. Vật kính gồm một tập hợp các thấu kính. Hệ thấu kính đó được chế tạo để vật kính là tương điểm và tương phẳng đối với vật mặc dù hệ không hoạt động trong gần đúng GAUSS (xem bài tập 2). Đối với vật kính này các quang sai đã được sửa chữa.

• **Thị kính**, đặt trước mắt, cho một ảnh thuận chiều với ảnh trung gian trước đây. Thị kính này hoạt động theo kiểu một kính lúp. Các kính hiển vi chất lượng cao thường dùng một thị kính HUYGENS (xem *áp dụng* 1).

Hai hệ đó được giữ ở khoảng cách hầu như không đổi nhờ một ống kim loại.

Hệ {vật kính - thị kính} có thể được dịch chuyển so với vật quan sát nhờ một thanh răng điều khiển bởi một núm điền chỉnh nhanh và một núm điều chỉnh vít vi lượng.

Vật đặt giữa một kính đặt tiêu bản và một kính phủ tiêu bản, được đặt trên một mâm có khoét một lỗ để chiếu sáng.

Kính hiển vi là sự kết hợp của hai hệ hội tụ. Nó cho một ảnh ảo được phóng đại ở vô cùng của một vật ở khoảng cách hữu hạn.

Áp dụng 1

Các đặc trưng của một thị kính HUYGENS

Một thị kính HUYGENS gồm một thấu kính trường L_1 có tiêu cự ảnh $f'_1 = 1{,}5$ cm, đặt cách một thấu kính mắt L_2 có tiêu cự $f'_2 = 0{,}5$ cm một khoảng $a = 1$ cm.

Xác định vị trí của các tiêu điểm của thị kính cũng như cường số nội tại và độ bội giác thương mại của nó. (Người ta sẽ sử dụng các sơ đồ của các tia sáng).

Kiểm tra lại rằng trong các điều kiện sử dụng, ảnh không bị đổi chiều.

Ta vẽ một tia song song với trục (h.2). Tia đó ra khỏi L_1 theo hướng đi qua F'_1. Vậy tiêu điểm F' là ảnh của F'_1 cho bởi L_2.

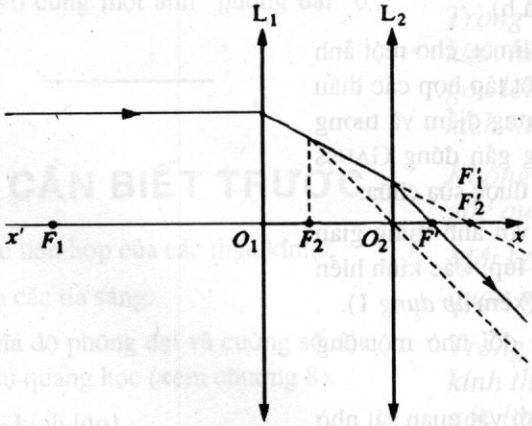
Áp dụng công thức NEWTON cho L_2 :

$$\overline{F_2F'_1}.\overline{F_2F'} = -f'^2_2$$

với $\overline{F_2F'_1} = 1$ cm và $f'_2 = 0{,}5$ cm :

$$\overline{F'_2F'} = -0{,}25 \text{ cm}$$

F' là ở chính giữa đoạn $O_2F'_2$ (Thực hiện phép tính tương tự với công thức DESCARTES).



H.2. *Làm rõ tiêu điểm ảnh của thị kính.*

Chú ý : Việc F'_1 và F'_2 trùng nhau không đưa lại một tin tức nào cả.

Ta kẻ một tia sáng đi ra song song với trục (h.3). Đường đi của nó trước L_2 đi qua F_2. Vậy tiêu điểm vật là điểm có ảnh cho bởi L_1 là F_2.

Áp dụng công thức NEWTON cho L_2 :

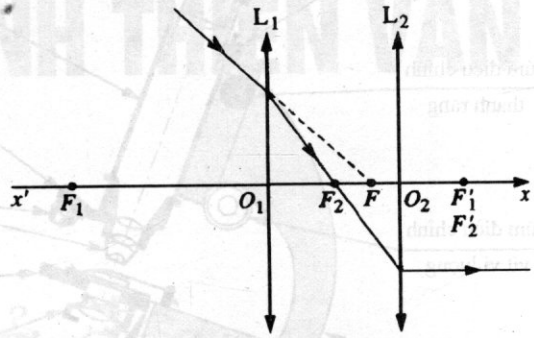
$$\overline{F_1F}.\overline{F'_1F_2} = -f'^2_1 \ ;$$

với $\overline{F'_1F_2} = -1$ cm và $f'_1 = 1{,}5$ cm :

$$\overline{F_1F} = 2{,}25 \text{ cm}$$

F là ở chính giữa đoạn O_2F_2 (thực hiện phép tính tương tự với công thức DESCARTES).

Tiêu điểm vật là ảo, đó là một thị kính âm.



H.3. *Làm rõ tiêu điểm vật của thị kính.*

Nếu ta đặt một vật AB ở mức của tiêu điểm vật của thị kính, ảnh của nó ở vô cùng có kích thước góc θ_2.

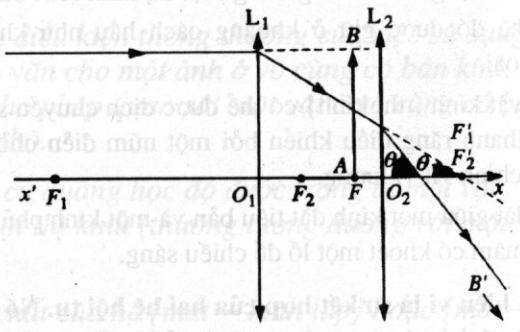
Nhờ sơ đồ của các tia sáng (h.4), ta nhận thấy rằng $\theta_2 = 2\theta_1$. (các góc nhỏ và $\overline{O_2F_2} = 2\overline{O_2F'}$) và $\theta_1 = -\dfrac{\overline{AB}}{f'_1}$, từ đó cường số :

$$\mathscr{P}_i = \left|\frac{\theta_2}{\overline{AB}}\right| = 133\delta$$

Độ bội giác thương mại bằng :

$$G_C = \frac{\mathscr{P}_i}{4} \approx 35$$

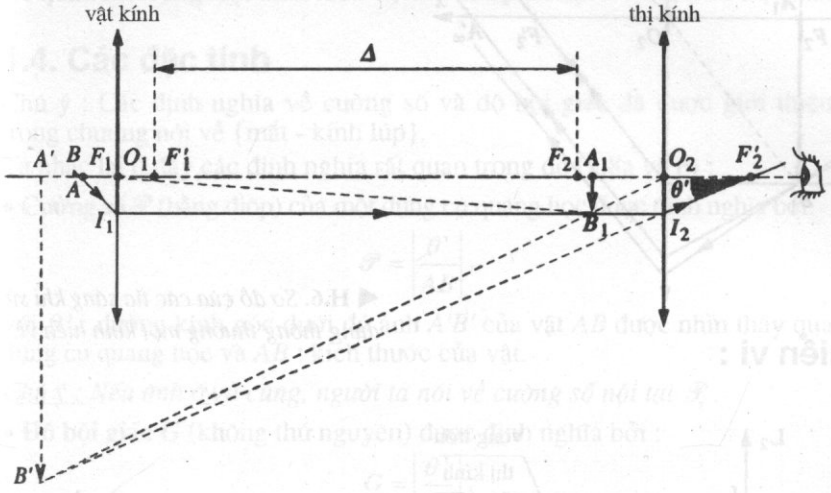
Giá trị này được khắc trên thị kính.



H.4. *Tính cường số nội tại của thị kính.*

1.2. Kính hiển vi đơn giản hóa

Ta sử dụng sơ đồ đơn giản hóa của một kính hiển vi (h.5) bằng cách coi thị kính và vật kính là các thấu kính mỏng hội tụ.



◀ .5. *Sơ đồ của một kính hiển vi đơn giản hóa.*

Ta đặt :

- f'_1 : tiêu cự ảnh của vật kính (khoảng milimét),
- f'_2 : tiêu cự ảnh của thị kính (khoảng xăngtimét),
- Δ : khoảng cách giữa tiêu điểm ảnh F'_1 của vật kính và tiêu điểm vật F_2 của thị kính (khoảng 15cm).

Ta có các phần tử liên hợp sau đây :

$$A \xrightarrow{L_1} A_1 \xrightarrow{L_2} A'.$$

Ta khảo sát một cách nhanh chóng các vị trí tương ứng của chúng.

■ **Vị trí của A_1**

Thị kính cho từ A_1 một ảnh ảo A'.

A' phải ở trong khoảng $d_m = 25\,\text{cm}$ và vô cùng, phía trước mắt đặt ở tiêu điểm ảnh của thị kính. Vậy A_1 ở khoảng cách nhỏ hơn $\left|\dfrac{f'^2_2}{d_m}\right|$ (công thức NEWTON) ;

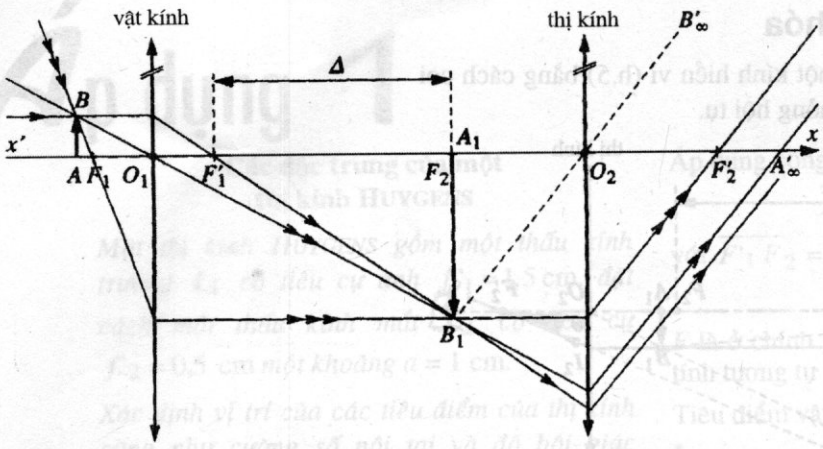
Lấy $f'_2 = 1\,\text{cm}$, ta tìm thấy rằng A_1 tối đa phải cách F_2 4mm. **A_1 thực tế là ở F_2.**

■ **Vị trí của A**

Khoảng cách $\overline{F'_1 A_1}$ bằng Δ (với sai số 0,4mm) ; Δ vào cỡ 15cm. Vậy khoảng cách $\overline{F_1 A}$ bằng $-\dfrac{-f'^2_1}{\Delta}$ vào cỡ micrôn. **A thực tế là ở F_1.**

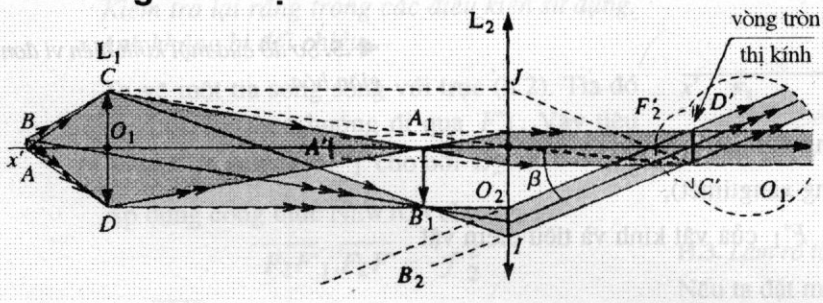
■ **Sử dụng thông thường**

A_1 phải trùng với F_2 để ảnh cuối cùng được đưa ra vô cùng (CV của mắt lành). Vậy ảnh cuối cùng là ngược chiều ở vô cùng trong sử dụng thông thường (h.6).



◀ **H.6.** *Sơ đồ của các tia sáng khi sử dụng thông thường một kính hiển vi.*

1.3. Quan sát trong kính hiển vi : vòng tròn thị kính



◀**H.7.** *Mắt phải đặt ở vòng tròn thị kính mà mọi tia sáng đi qua đó.*

Các tia sáng phát ra từ các điểm khác nhau của vật sau khi qua kính hiển vi sẽ tập trung trong một vòng tròn gần tiêu diện ảnh của thị kính (h.7). Nếu con ngươi của mắt đặt ở mức của vòng tròn đó, gọi là **vòng tròn thị kính**, con ngươi sẽ nhận được nhiều ánh sáng nhất và độ rộng của trường sẽ cực đại.

Áp dụng 2

1) *Chứng minh rằng vòng tròn thị kính đối với một kính hiển vi sơ đồ hóa là ảnh của vật kính cho bởi thị kính.*

2) *Xác định vị trí và bán kính của nó đối với một kính hiển vi mà vật kính có đường kính* 2 cm *được ghi* ×50 *và thị kính* ×10 *và độ dài ống của kính hiển vi (khoảng cách vật kính – thị kính) bằng khoảng* 20 cm.

1) Các tia ngoài cùng đi qua vật kính là các tia qua bờ của vật kính. Trong môi trường ảnh của kính hiển vi, các tia đó đi qua ảnh của bờ đó cho bởi thị kính (điểm liên hợp của C là C'). Vậy mọi tia sáng sẽ đi qua vòng tròn ảnh của vật kính cho bởi thị kính.

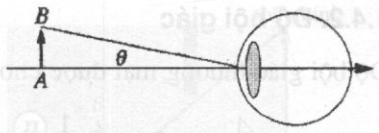
2) Thị kính có độ bội giác thương mại bằng 10, nghĩa là có cường số nội tại bằng 40δ ; vậy tiêu cự ảnh của nó bằng 2,5cm.

Sử dụng công thức NEWTON với $f'_2 = 2{,}5$ cm và $x = \overline{F_2O_1} = -17{,}5$ cm, vòng tròn thị kính là ở $\dfrac{f'^2_2}{x} = 3{,}6$ mm cách tiêu điểm ảnh của thị kính (rất gần tiêu diện ảnh).

Độ phóng đại có giá trị $\dfrac{f'_2}{x} = 0{,}14$, từ đó vòng tròn thị kính có đường kính 2,8mm, vào cỡ đường kính con ngươi của mắt.

Việc nghiên cứu này cho phép ta khẳng định rằng đối với thị kính HUYGENS, mắt cần phải đặt gần F', nghĩa là ở khoảng cách đến thấu kính lớn hơn 2,5mm một ít.

Để quan sát trong một kính hiển vi, mắt cần phải đặt ở vòng tròn thị kính.



H.8a. *Vật thấy bởi mắt trần dưới góc θ khi vật đó ở cách mắt một khoảng giữa d_m và vô cùng.*

1.4. Các đặc tính

Chú ý : Các định nghĩa về cường số và độ bội giác đã được giới thiệu trong chương nói về {mắt - kính lúp}.

Ta nhắc lại ở đây các định nghĩa rất quan trọng đó (h.8a và b) :

• **Cường số** $\mathscr{P}$ (bằng điôp) của một dụng cụ quang học được định nghĩa bởi:

$$\mathscr{P} = \left|\frac{\theta'}{AB}\right|,$$

với θ' : đường kính góc dưới đó ảnh $A'B'$ của vật AB được nhìn thấy qua dụng cụ quang học và AB : kích thước của vật.

Chú ý : Nếu ảnh ở vô cùng, người ta nói về cường số nội tại $\mathscr{P}_i$.

• **Độ bội giác** G (không thứ nguyên) được định nghĩa bởi :

$$G = \left|\frac{\theta'}{\theta}\right|,$$

với θ' : đường kính góc dưới đó ảnh $A'B'$ của vật AB được nhìn thấy qua dụng cụ và θ : đường kính góc dưới đó vật AB được nhìn thấy bởi mắt trần.

• **Độ bội giác thương mại** G_C của một dụng cụ quang học được định nghĩa bởi :

$$G_C = \left|\frac{\theta'}{\theta}\right|,$$

với θ' : đường kính góc dưới đó thấy ảnh $A'B'$ ở vô cùng (CV của một mắt lành) qua dụng cụ, và θ : đường kính góc dưới đó mắt trần nhìn thấy vật AB ở khoảng cách $d_m = 25\,\text{cm}$ (CC của một mắt lành).

Độ bội giác này đặc trưng cho quang hệ khi vật và ảnh của nó đều ở vô cùng (kính vô tiêu).

Chú ý : Chính số bội giác thương mại hay sử dụng nhất và ta có hệ thức sau đây liên hệ G_C và $\mathscr{P}_i$: $G_C = \dfrac{\mathscr{P}_i}{4}$.

1.4.1. Cường số

$\mathscr{P} = \left|\dfrac{\theta'}{\overline{AB}}\right| = \left|\dfrac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}}\right|\left|\dfrac{\theta'}{\overline{A_1B_1}}\right|$, trong đó θ' là kích thước góc của ảnh nhìn thấy bởi mắt, $\overline{AB}$ là kích thước của vật và $\overline{A_1B_1}$ là kích thước của ảnh trung gian.

Từ đó ta suy ra :

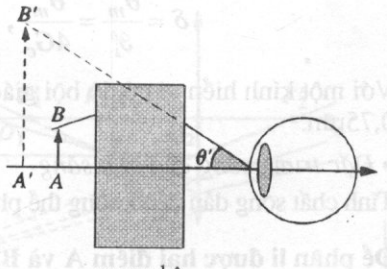
$$\mathscr{P} = |\gamma_1|\mathscr{P}_2,$$

trong đó $\mathscr{P}_2$ là cường số của thị kính và $|\gamma_1|$ là độ phóng đại của vật kính.

Do A_1 ở F_2, $\gamma_1 = -\dfrac{\overline{F'_1F_2}}{f'_1} = -\dfrac{\Delta}{f'_1}$ và đối với mắt quan sát ở vô cùng :

$\mathscr{P}_2 = \mathscr{P}_{2i} = \dfrac{1}{f'_2}$, vậy :

Với mắt điều tiết ở vô cùng, cường số nội tại bằng $\mathscr{P}_i = \dfrac{\Delta}{f'_1 f'_2}$.



H.8b. *Vật được thấy qua quang hệ dưới góc θ'.*

1.4.2. Độ bội giác

Độ bội giác thương mại được cho bởi $G_C = \frac{\mathscr{P}_i}{4}$. Chú ý rằng $G_C = |\gamma_1| G_{2C}$,

với $|\gamma_1| = \frac{\Delta}{f'_1}$ và $G_{2C} = \frac{1}{4f'_2}$.

Độ bội giác thương mại G_C của kính hiển vi là tích của độ phóng đại $|\gamma_1|$ của vật kính và độ bội giác thương mại G_{2C} của thị kính :

$$G_C = |\gamma_1| G_{2C} \text{ và } G_C = \frac{\mathscr{P}_i}{4}.$$

Các giá trị $|\gamma_1|$ và G_{2C} được khắc trên vật kính và thị kính.

Áp dụng 3

Xét một kính hiển vi có các đặc trưng sau đây :

$f'_1 = 3{,}2\,\text{mm}$, $f'_2 = 25\,\text{mm}$ và $\Delta = 160\text{mm}$.

1) *Tìm độ phóng đại ngang γ_1 của vật kính.*

2) *Tìm cường số nội tại $\mathscr{P}_{i2}$ và độ bội giác thương mại G_{2C} của thị kính.*

1) Áp dụng công thức NEWTON. Độ phóng đại ngang của vật kính được cho bởi :

$$\gamma_1 = -\frac{\overline{F'_1 F_2}}{f'_1} = -\frac{\overline{\Delta}}{f'_1} = -50$$

2) Cường số nội tại của thị kính được cho bởi $\mathscr{P}_{i2} = \frac{1}{f'_2} = 40\delta$. Từ đó độ bội giác thương mại : $G_{2C} = \frac{\mathscr{P}_{i2}}{4} = 10$.

(Độ bội giác thương mại của kính hiển vi bằng $G_C = |\gamma_1| G_{2C} = 500$).

▶ **Để tập luyện : bài tập 4.**

1.4.3. Năng suất phân li

Giả sử hai điểm A và B ta muốn phân biệt hoặc muốn phân li nhờ một kính hiển vi. Khoảng cách nhỏ nhất có thể đạt được là năng suất phân li của kính hiển vi.

Có hai hiện tượng khác nhau giới hạn khả năng phân li của một kính hiển vi.

• *Khả năng phân giải của mắt*

Giả sử một kính hiển vi có độ bội giác thương mại bằng G_c. Khả năng phân giải của mắt vào cỡ $\theta_m = 3.10^{-4}$ rad.

Kích thước δ nhỏ nhất của vật quan sát được được cho bởi :

$$\delta = \frac{\theta_m}{\mathscr{P}_i} = \frac{\theta_m}{4G_c}, \text{ với } \theta_m = 3.10^{-4} \text{ rad.}$$

Với một kính hiển vi có độ bội giác $G_c = 100$ ta có một khả năng phân li 0,75µm.

• *Đặc trưng sóng của ánh sáng*

Tính chất sóng dẫn đến không thể phân li được hai điểm A và B quá gần nhau.

Để phân li được hai điểm A và B, cần phải $AB \geq \frac{1{,}22\lambda}{2n\sin u}$.

λ là bước sóng trong chân không của ánh sáng sử dụng, n là chiết suất của môi trường đặt vật quan sát và u là góc mở của vật kính.

Giả sử N là số mở định nghĩa bởi : $N = \dfrac{D}{f'_1}$, và D là đường kính của vật kính.

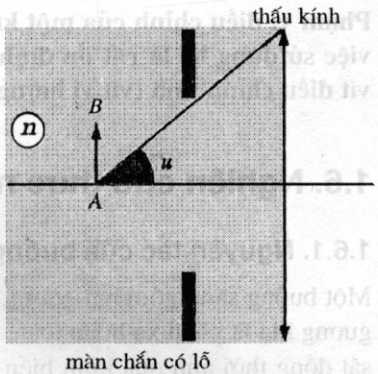
Góc mở u và số N thỏa mãn : $\tan u = \dfrac{N}{2}$.

Đối với một vật kính thông dụng $n = 1$ và $N \approx 1$. Chú ý rằng vật kính không hoạt động trong các điều kiện của GAUSS : $\tan u = 0{,}5$ cho $u \approx 27^o$.

Trong các điều kiện đó, khả năng phân giải bằng 0,7μm đối với $\lambda = 0{,}5\mu m$. Vậy với một vật kính như vậy việc có một độ bội giác lớn là vô ích. Một độ bội giác thương mại $G_C = 100$ là đủ để thấy các chi tiết của vật.

Chú ý :

Một độ bội giác mạnh không mang lại gì cả, nó chỉ làm mắt nhìn thoải mái hơn.



H.9. *Các thông số tham dự vào giới hạn của việc tách các điểm A và B do đặc trưng sóng của ánh sáng.*

▶ Để tập luyện : bài tập 2.

1.5. Phạm vi điều chỉnh và độ sâu của trường

Phạm vi điều chỉnh tương ứng với các vị trí của ống (hoặc của hệ) của kính hiển vi đối với vật cho một ảnh rõ nét. Trong trường hợp kính hiển vi, khoảng cách giữa các vị trí đó tương ứng với độ sâu của trường (vật là cố định).

Áp dụng 4

Xác định phạm vi điều chỉnh của một kính hiển vi đối với một mắt đặt ở tiêu điểm ảnh của thị kính và có CV ở vô cùng và CC ở cách mắt d_m. Tính độ sâu của trường của kính hiển vi đối với một mắt lành.

Các số hiệu :

Vật kính của một kính hiển vi được kí kiệu ×63 *và thị kính* ×10.

Ảnh trung gian quan sát được nhờ thị kính. Theo công thức Newton đối với thị kính $\overline{F'_2A'}.\overline{F_2A_1} = -f'^2_2$; với $\overline{F'_2A'} = -d_m$,

$F_2A_1 = \dfrac{f'^2_2}{d_m}$ và với $\overline{F'_2A'}$ lớn vô cùng, $\overline{F_2A_1} = 0$.

Theo công thức NEWTON đối với vật kính : $\overline{F_1A}.\overline{F'_1A_1} = -f'^2_1$; với $\overline{F'_1A_1} = \Delta$ (ảnh ở CV),

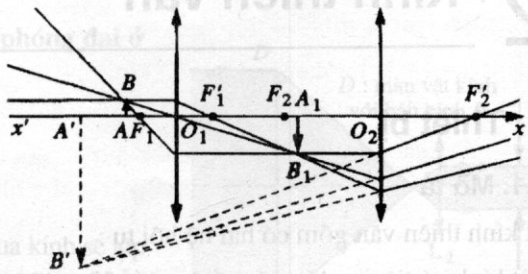
$\overline{F_1A} = -\dfrac{f'^2_1}{\Delta}$ và với $\overline{F'_1A_1} = \Delta + \dfrac{f'^2_2}{d_m}$ (ảnh ở CC), $\overline{F_1A} = -\dfrac{f'^2_1}{\Delta + \dfrac{f'^2_2}{d_m}}$.

Vậy tiêu điểm vật của vật kính phải ở khoảng cách nằm giữa $\dfrac{f'^2_1}{\Delta}$ và $\dfrac{f'^2_1}{\Delta + \dfrac{f'^2_2}{d_m}}$ so với vật.

Độ sâu của trường $\delta = \dfrac{f'^2_1}{\Delta} - \dfrac{f'^2_1}{\Delta + \dfrac{f'^2_2}{d_m}}$, nghĩa là $\delta \approx \dfrac{f'^2_1 f'^2_2}{\Delta^2 d_m}$ hoặc $\delta \approx \dfrac{1}{\mathcal{P}_i^2 d_m} = \dfrac{d_m}{G_C^2}$.

$G_C = 630$, từ đó $\delta \approx 0{,}63$ μm.

Độ sâu của trường là rất nhỏ.



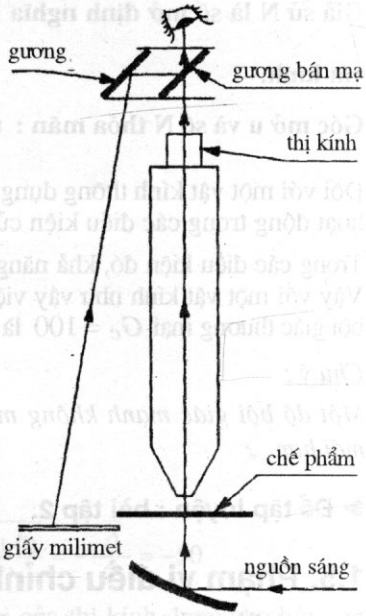
H.10. *Sơ đồ của các tia sáng khi vật AB không nằm ở tiêu điểm vật của kính hiển vi.*

Phạm vi điều chỉnh của một kính hiển vi là rất nhỏ, điều đó chứng tỏ việc sử dụng hệ là rất ổn định, với một vít điều chỉnh nhanh và một vít điều chỉnh tinh (vít vi lượng).

1.6. Nghiên cứu thực nghiệm một kính hiển vi thực

1.6.1. Nguyên tắc của buồng sáng

Một buồng sáng gồm hai gương phẳng. Một gương là bán trong suốt, còn gương kia là phản xạ hoàn toàn. Buồng đó lắp trên thị kính cho phép quan sát đồng thời ảnh qua kính hiển vi và một tờ giấy đặt bên cạnh kính hiển vi cách mắt một khoảng d (*h*.11).



H.11.

1.6.2. Đo cường số từ độ bội giác

Nếu ta quan sát đồng thời một vật có kích thước đã biết AB (trắc vi vật kính) và một tờ giấy millimet, ta có thể xác định kích thước $A'B'$ của ảnh của vật.

Độ bội giác $G = \dfrac{\theta'}{\theta} = \dfrac{A'B'}{d} \times \dfrac{d}{AB} = \dfrac{A'B'}{AB}$.

Góc dưới đó ta thấy $A'B'$ là nhỏ. Vậy cường số bằng $\mathscr{P} = \dfrac{G}{d}$, vì mắt điều tiết để nhìn tờ giấy (d : khoảng cách từ mắt đến tờ giấy). Cường số là xấp xỉ cường số nội tại $\mathscr{P}_i \approx \mathscr{P}$ (mắt ở mức của tiêu điểm ảnh của thị kính).

1.6.3. Đo cường số từ các đặc trưng của vật kính và thị kính

Ta xác minh lại ở đây công thức $\mathscr{P} = \mathscr{B}_2 \, |\gamma_1|$.

Để đo γ_1 ta sử dụng một thị kính có thước trắc vi : như vậy ta đo được kích thước của ảnh trung gian A_1B_1 của vật và $\gamma_1 = \dfrac{A_1B_1}{AB}$.

Ta sử dụng buồng sáng để đo độ bội giác G_2 của thị kính, bằng cách xác định kích thước của ảnh của trắc vi thị kính trên tờ giấy milimét.

Lúc đó cường số $\mathscr{B}_2$ bằng $\dfrac{G_2}{d}$. Biết $\mathscr{B}_2$ và γ_1 cho phép xác định được $\mathscr{P}$.

2 Kính thiên văn

2.1. Thiết bị

2.1.1. Mô tả

Một kính thiên văn gồm có hai hệ hội tụ :

• Vật kính có tiêu cự lớn có thể đạt đến 20m. Nó cho từ một vật ở vô cùng một ảnh thật ngược chiều nằm trong tiêu diện ảnh của nó. Vật kính gồm một hệ các thấu kính cho phép giảm tối thiểu các sắc sai và quang sai.

• Thị kính có tiêu cự nhỏ khoảng xăngtimét. Nó đóng vai trò một kính lúp và cho một ảnh cùng chiều (không ngược chiều) của ảnh trung gian cho bởi vật kính.

Trong một kính viễn vọng, vật kính được thay bằng một gương.

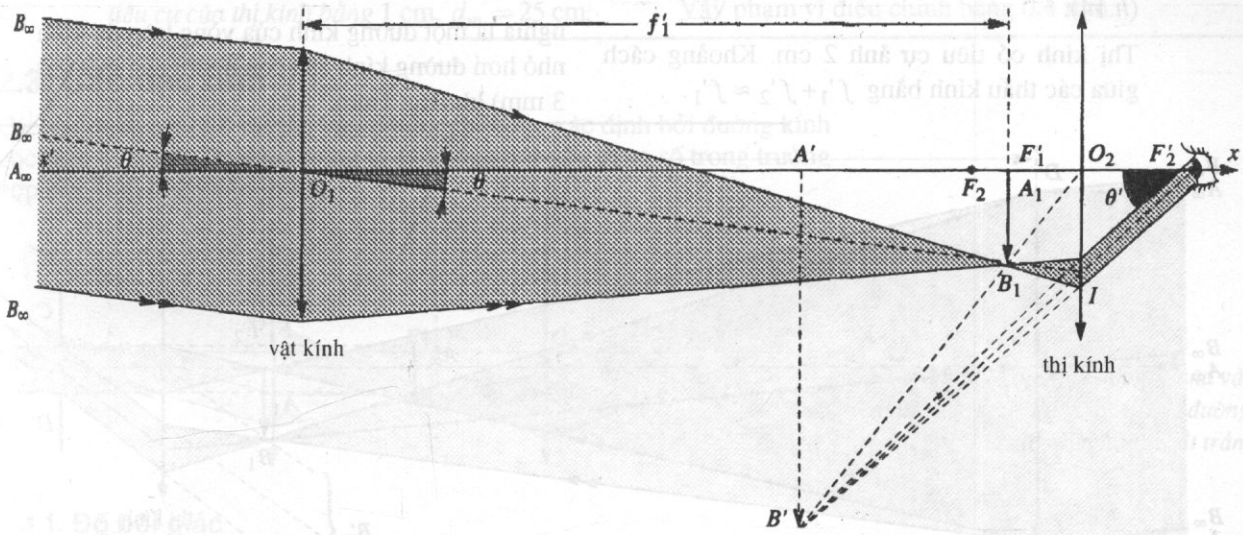
2.1.2. Nguyên tắc vẽ sơ đồ

Ta sử dụng sơ đồ đơn giản của kính thiên văn bằng cách cho vật kính và thị kính giống các thấu kính mỏng. Đặt f'_1 là tiêu cự ảnh của vật kính, f'_2 là tiêu cự ảnh của thị kính.

Quan sát một vật ở vô cùng có kích thước góc θ. Ảnh trung gian A_1B_1 là ở trong tiêu diện ảnh của L_1. Ta có :

$$A_1B_1 = f'_1\,\theta\,.$$

Thị kính cho một ảnh ảo $A'B'$ thuận chiều với A_1B_1 (*h*.12) ; nhưng ảnh $A'B'$ cho bởi kính là ngược chiều với AB.



H.12. *Sơ đồ của một kính thiên văn không điều chỉnh ở vô cùng.*

A_1 phải trùng với F_2 để ảnh cuối cùng được đưa ra vô cùng (CV của mắt lành). Điều đó buộc F'_1 phải trùng với F_2.

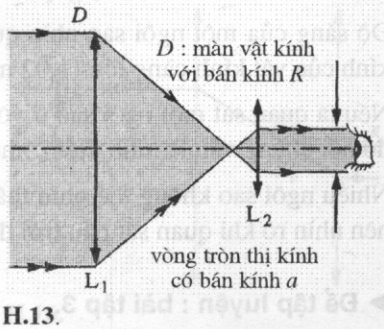
Do F'_1 và F_2 trùng nhau, hai tia tới đi ra từ thị kính là song song. Vậy kính thiên văn không có tiêu điểm (hoặc các tiêu điểm của nó được đưa ra vô cùng). Kính thiên văn là hệ vô tiêu.

Kính thiên văn là một hệ vô tiêu. Nó cho một ảnh được phóng đại ở vô cùng của một vật ở vô cùng.

2.2. Quan sát qua kính thiên văn

2.2.1. Vòng tròn thị kính

Các tia sáng xuất phát từ các điểm khác nhau của vật sau khi qua kính sẽ tập trung trong một vòng tròn gần tiêu diện ảnh của thị kính. Nếu con ngươi của mắt đặt ở mức của vòng tròn đó, gọi là vòng tròn thị kính, con ngươi sẽ nhận được nhiều ánh sáng nhất và độ rộng của trường sẽ cực đại (*h*.13).



H.13.

Áp dụng 5

Chứng minh rằng vòng tròn thị kính đối với một kính thiên văn là ảnh của vật kính cho bởi thị kính. Xác định vị trí và đường kính của nó đối với một kính mà vật kính có đường kính 1 m *tiêu cự ảnh* 20 m, *và một thị kính có tiêu cự ảnh* 2 cm.

Các tia ngoài cùng đi qua vật kính là các tia đi qua bờ của vật kính. Trong môi trường ảnh của kính thiên văn, các tia đó đi qua ảnh của bờ đó cho bởi thị kính. Vậy mọi tia sáng đều đi qua vòng tròn ảnh của vật kính cho bởi thị kính (*h.*14).

Thị kính có tiêu cự ảnh 2 cm. Khoảng cách giữa các thấu kính bằng $f'_1 + f'_2 \approx f'_1$.

Sử dụng công thức DESCARTES :

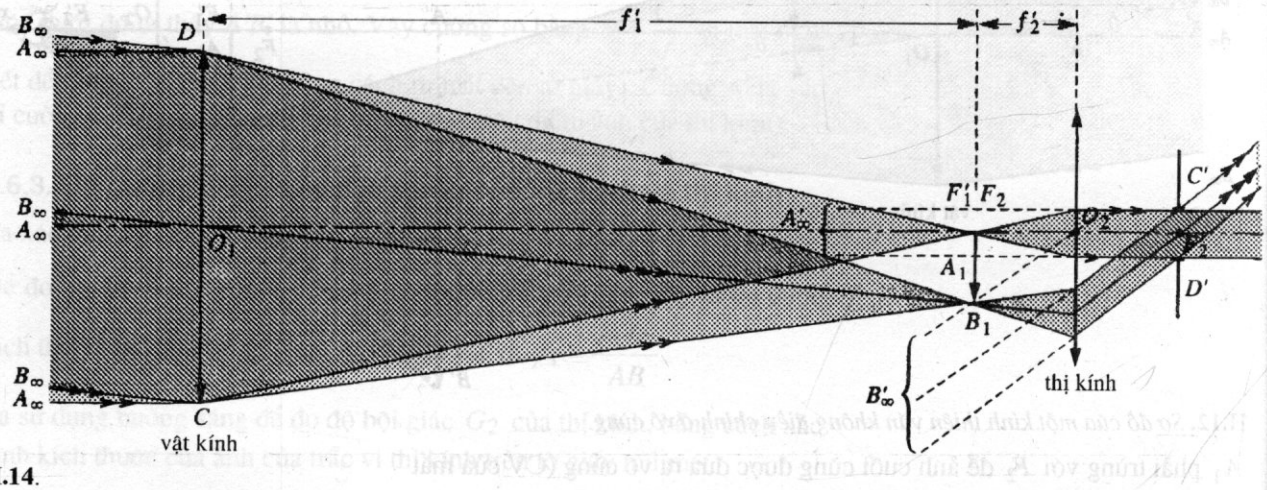
$$\frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{\overline{O_2A}} = \frac{1}{\overline{O_2F'_2}},$$

với $\overline{O_2A} = \overline{O_2O_1} = 20$ cm và $\overline{O_2F'_2} = 2$ cm, vòng tròn thị kính là ở cách thị kính $\overline{O_2A'} = 2$cm thực tế ở trong tiêu diện ảnh của nó.

Độ phóng đại tương ứng bằng :

$$\gamma = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A}} = -\frac{1}{1000},$$

nghĩa là một đường kính của vòng tròn thị kính nhỏ hơn đường kính của con ngươi của mắt (cỡ 3 mm) khoảng 1mm.



H.14.

2.2.2. Sự lợi ánh sáng

Vòng tròn thị kính có đường kính nói chung nhỏ hơn đường kính của con ngươi của mắt. Vậy mọi tia sáng đi qua kính thiên văn đều đến được mắt.

Kính thiên văn là một bộ góp ánh sáng.

Độ sáng của một ngôi sao nhìn qua kính thiên văn càng sáng nếu đường kính của vật kính càng lớn (1,02 m đối với kính thiên văn ở YERKES).

Nếu ta quan sát một ngôi sao ở vô cùng qua một kính thiên văn, ngôi sao đó nói chung vẫn là hình điểm, nhưng sáng hơn nhiều.

Nhiều ngôi sao không thể nhìn thấy bằng mắt trần do thiếu độ sáng sẽ trở nên nhìn rõ khi quan sát bầu trời đêm bằng một kính thiên văn.

▶ Để tập luyện : bài tập 3.

2.2.3. Phạm vi điều chỉnh

Phạm vi điều chỉnh tương ứng với tập hợp các vị trí của thị kính của kính thiên văn cho phép quan sát một ảnh rõ nét của một vật ở vô cùng.

Áp dụng 6

Xác định phạm vi điều chỉnh của một kính thiên văn đối với một mắt đặt ở tiêu điểm ảnh của thị kính, CV của mắt ở vô cùng và CC ở cách mắt d_m.

Các số liệu :

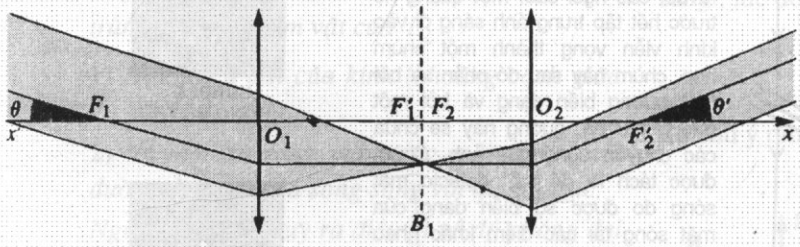
Vật kính của kính thiên văn có tiêu cự ảnh 1 m, tiêu cự của thị kính bằng 1 cm, d_m = 25 cm.

Vật ở vô cùng, vậy ảnh của nó cho bởi vật kính sẽ ở trong tiêu diện ảnh của nó. Vậy chúng ta trở lại cách tính phạm vi điều chỉnh của thị kính (xem chương 8). Tiêu điểm ảnh của vật kính phải ở trong khoảng giữa điểm F_2 và điểm M ở trong khoảng giữa F_2 là L_2, sao cho $F_2M = \dfrac{f'^2_2}{d_m}$.

Vậy phạm vi điều chỉnh bằng 0,4 mm.

2.3. Các đặc tính

Các vật quan sát là ở rất xa, vậy chúng chỉ được xác định bởi đường kính góc biểu kiến của chúng. Chúng ta sẽ không nói về cường số trong trường hợp của kính thiên văn (*h.*15).



◀ **H.15.** *θ' : đường kính góc của vật nhìn qua kính thiên văn, θ : đường kính góc của vật nhìn bằng mắt trần.*

2.3.1. Độ bội giác

Độ bội giác của một kính thiên văn bằng độ phóng đại góc của quang hệ $G = \dfrac{\theta'}{\theta}$.

Do kính thiên văn là vô tiêu ta có : $G = -\dfrac{\overline{F_2B_1}}{f'_2} \cdot \dfrac{f'_1}{\overline{F_2B_1}} = -\dfrac{f'_1}{f'_2}$.

Độ bội giác của một kính thiên văn bằng :

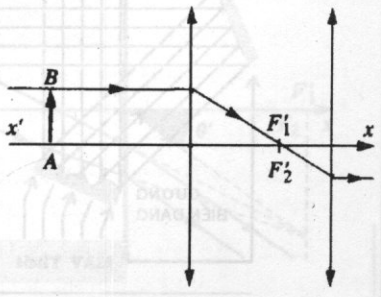
$$G = \frac{\theta'}{\theta} = -\frac{f'_1}{f'_2} \ ;$$

ảnh là ngược chiều.

Chú ý :

Tỉ số $\gamma = \dfrac{A'B'}{AB}$ *là không phụ thuộc vị trí của AB (h.*16*). Thực vậy, một tia tới song song trục qua B sẽ đi ra song song với trục, và B' sẽ ở trên tia ló.*

Ta có $\gamma = -\dfrac{f'_2}{f'_1}$, *vậy* $G\gamma = 1$.



H.16.

2.3.2. Năng suất phân li

Ba hiện tượng khác nhau giới hạn năng suất phân li của một kính thiên văn.

• *Năng suất phân li của mắt*

Vào cỡ 3.10^{-4} rad, nó cho một độ phân li 3.10^{-6} rad với một kính thiên văn có độ bội giác 100.

• *Đặc trưng sóng của ánh sáng*

Kích thước góc nhỏ nhất của một vật được cho bởi công thức $\theta \geq \dfrac{1,22\lambda}{D}$,

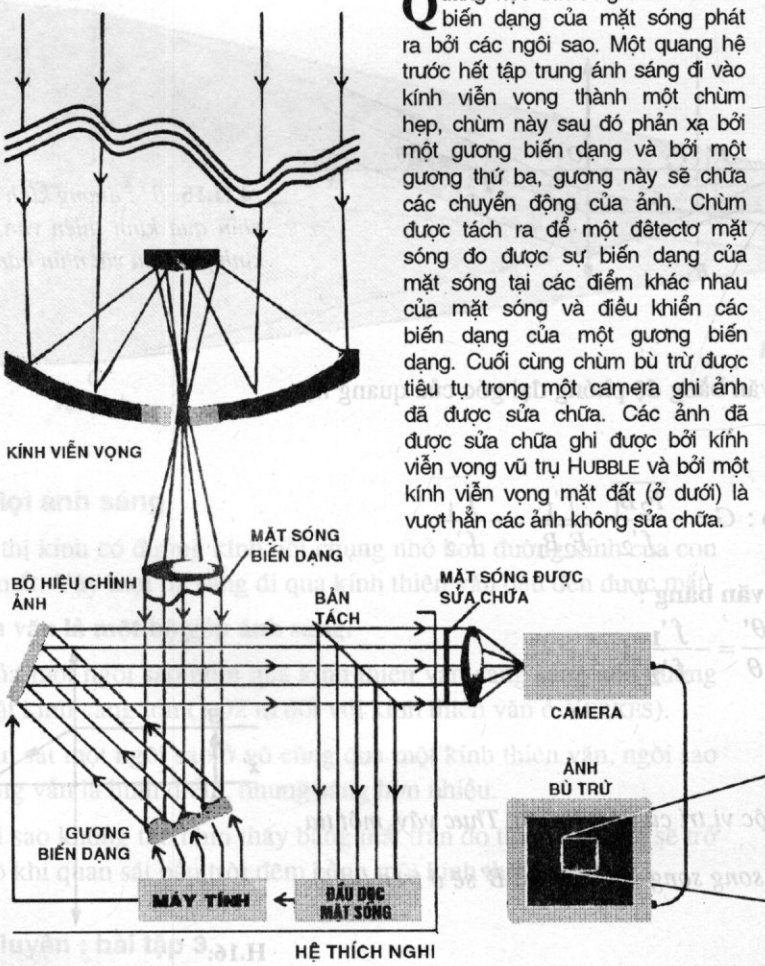
trong đó λ là bước sóng trong chân không của ánh sáng sử dụng và D là đường kính của vật kính. Độ phân li lí thuyết của kính thiên văn ở YERKES là $0,6.10^{-6}$ rad.

• *Sự chuyển động của khí quyển*

Các nhà thiên văn hiện nay cố gắng giảm tối thiểu ảnh hưởng của nó nhờ kính viễn vọng quang học thích nghi sửa được các nhiễu loạn liên quan đến các thay đổi của chiết suất của không khí (*h*.17), hoặc nhờ một kính viễn vọng đặt trong vũ trụ (HUBBLE).

QUANG HỌC THÍCH NGHI HOẠT ĐỘNG NHƯ THẾ NÀO ?

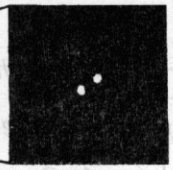
Quang học thích nghi bù trừ các biến dạng của mặt sóng phát ra bởi các ngôi sao. Một quang hệ trước hết tập trung ánh sáng đi vào kính viễn vọng thành một chùm hẹp, chùm này sau đó phản xạ bởi một gương biến dạng và bởi một gương thứ ba, gương này sẽ chữa các chuyển động của ảnh. Chùm được tách ra để một đêtectơ mặt sóng đo được sự biến dạng của mặt sóng tại các điểm khác nhau của mặt sóng và điều khiển các biến dạng của một gương biến dạng. Cuối cùng chùm bù trừ được tiêu tụ trong một camera ghi ảnh đã được sửa chữa. Các ảnh đã được sửa chữa ghi được bởi kính viễn vọng vũ trụ HUBBLE và bởi một kính viễn vọng mặt đất (ở dưới) là vượt hẳn các ảnh không sửa chữa.



HUBBLE KHÔNG BÙ TRỪ

HUBBLE BÙ TRỪ

SAO 4968 KHÔNG BÙ TRỪ

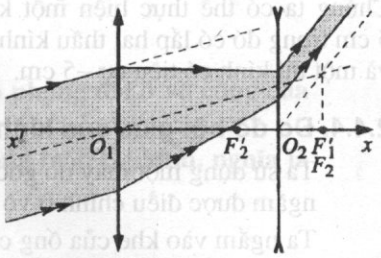

SAO 4968 BÙ TRỪ

H.17.

2.4. Nghiên cứu thực nghiệm một kính viễn vọng của GALILÉE

2.4.1. Biểu diễn

Kính viễn vọng GALILÉE gồm một thấu kính vật kính hội tụ và một thấu kính thị kính phân kì. Điều đó cho phép có một kính viễn vọng gọn nhẹ tạo ra một ảnh thuận chiều của vật quan sát, nhưng độ bội giác bé của nó làm nó ít được sử dụng trừ các ống nhòm ở nhà hát.



H.18. *Sơ đồ của một chùm tia với kính viễn vọng GALILÉE.*

2.4.2. Nghiên cứu lí thuyết

Ta thực hiện việc nghiên cứu này bằng một ví dụ (kính viễn vọng của GALILÉE mô hình hóa) trên đó sau này ta sẽ thực hiện các đo đạc.

Áp dụng 7

Một kính viễn vọng GALILÉE gồm một vật kính L_1, *một thấu kính hội tụ có tiêu cự ảnh* $f'_1 = 10$ cm *và một thị kính* L_2 *thấu kính phân kì có tiêu cự ảnh* $f'_2 = -5$ *cm.*

Kính này là vô tiêu : tiêu điểm ảnh của L_1 *trùng với tiêu điểm vật của* L_2.

1) *Hỏi chiều dài của kính (khoảng cách giữa* L_1 *và* L_2*).*

2) *Vẽ một tia sáng mà trong môi trường tới đường đi của nó là song song với quang trục.*

Người ta có thể suy ra điều gì về độ phóng đại ngang $\gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ *của kính viễn vọng ?*

3) *Vẽ một tia sáng có đường đi qua quang tâm của* L_1 *trong môi trường tới và hợp với quang trục một góc* θ.

Người ta có thể nói gì về một tia nào đó mà đường đi của nó hợp với quang trục một góc θ *trong môi trường tới ?*

Người ta có thể nói gì về độ phóng đại góc $G = \dfrac{\theta'}{\theta}$, *trong đó* θ' *là góc của tia ló hợp với quang trục. Có hệ thức nào giữa* γ *và* G *?*

1) $L = f'_1 + f'_2 = 5$ cm.

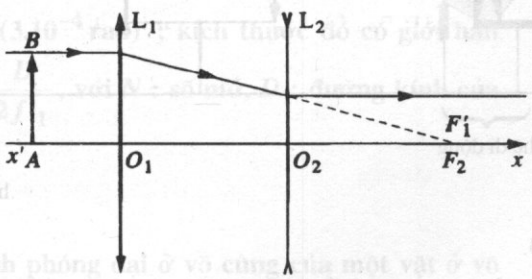
2) Chú ý rằng tia đi ra song song với quang trục (*h.*19a), vậy nếu ta lấy một vật *AB* với *B* trên tia đã vẽ, kích thước ảnh của vật là không phụ thuộc vào vị trí của vật và $\gamma = -\dfrac{f'_2}{f'_1} = 0{,}5$.

3) Kính viễn vọng là vô tiêu, vậy một tia song song với tia đi qua quang tâm sẽ đi ra song song với tia ló của tia đi qua quang tâm (*h.*19b).

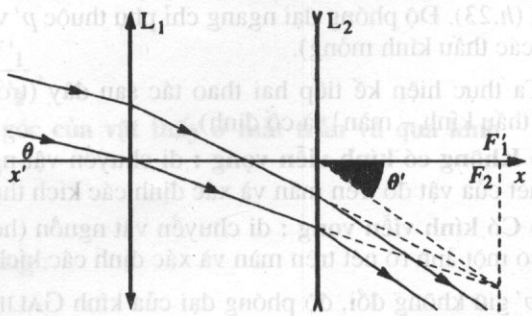
Vậy tỉ số $G = \dfrac{\theta'}{\theta}$ là không phụ thuộc vào tia sáng ; lúc đó độ bội giác của kính :

$$G = -\frac{f'_2}{f'_1} = 2.$$

Ta chú ý rằng $\gamma . G = 1$.



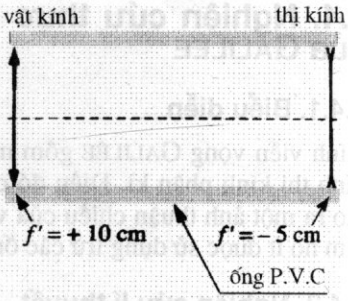
H.19a.



H.19b.

2.4.3. Cách thực hiện kính viễn vọng mô hình hóa

Chúng ta có thể thực hiện một kính viễn vọng bằng một ống PVC dài 5 cm trong đó có lắp hai thấu kính (*h*.20) : một vật kính có tiêu cự +10 cm và một thị kính có tiêu cự –5 cm.



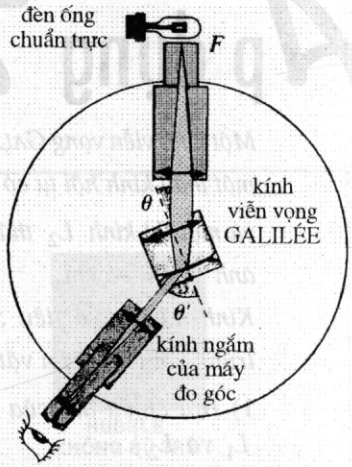
H.20. *Kính viễn vọng của* GALILÉE *mô hình hóa.*

2.4.4. Đo độ bội giác của kính viễn vọng mô hình hóa

Ta sử dụng một máy đo góc (*h*.21) trong đó ống chuẩn trực và kính ngắm được điều chỉnh ở vô cùng.

Ta ngắm vào khe của ống chuẩn trực nhờ kính ngắm và xác định vị trí của nó.

Đặt kính viễn vọng GALILÉE lên mâm máy và hướng kính để tìm được ảnh của khe của ống chuẩn trực qua hệ hai kính ngắm (cả hai đều vô tiêu) ; xác định vị trí của mâm máy. Quay mâm một góc α, chùm tia đi ra từ kính GALILÉE lúc đó sẽ quay một góc α', lúc đó ta suy ra rằng $\theta = \alpha$ và $\theta' = \alpha + \alpha'$. Kẻ đường cong của độ lệch $\theta' = f(\theta)$ đối với các vị trí khác nhau của kính ngắm. Đường cong đó là một đường thẳng có độ nghiêng là G.

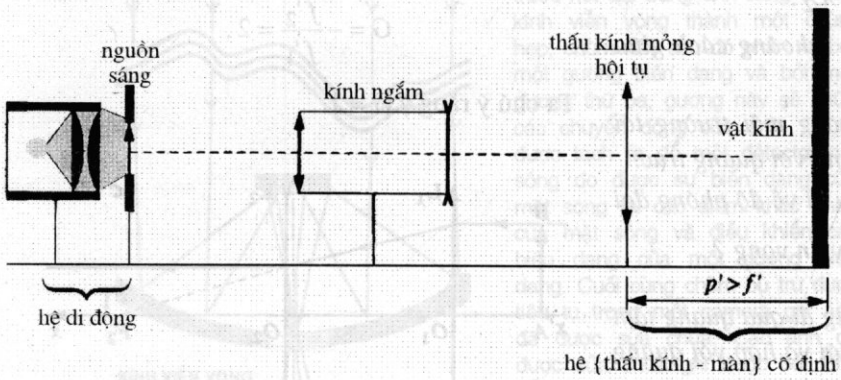


H.21. *Kính* GALILÉE *lắp trên mâm của một máy đo góc.*

2.4.5. Đo độ phóng đại ngang của kính viễn vọng mô hình hóa

Để đo độ phóng đại ta có thể sử dụng một kính ngắm có thị kính với thước trắc vi hoặc dùng phương pháp chiếu ảnh.

Ta không thể chiếu ảnh nhận được bởi kính viễn vọng GALILÉE lên màn vì ảnh đó là ảo. Tuy nhiên việc lắp một thấu kính hội tụ có tiêu cự f' cho phép đo được độ phóng đại bằng phương pháp chiếu ảnh.



H.23.

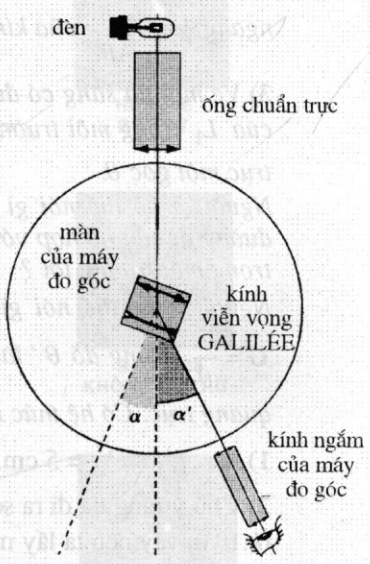
Việc sử dụng một thấu kính hội tụ cho phép nhận được một ảnh thật của vật trên một màn đặt ở khoảng cách p' lớn hơn tiêu cự ảnh f' của thấu kính (*h*.23). Độ phóng đại ngang chỉ phụ thuộc p' và f' (công thức cổ điển của các thấu kính mỏng).

Ta thực hiện kế tiếp hai thao tác sau đây (trong các thao tác đó hệ {thấu kính – màn} là cố định).

• **Không có kính viễn vọng :** di chuyển vật nguồn để có một ảnh rõ nét của vật đó trên màn và xác định các kích thước của ảnh đó.

• **Có kính viễn vọng :** di chuyển vật nguồn (hoặc kính viễn vọng) để có một ảnh rõ nét trên màn và xác định các kích thước của ảnh này.

Do p' giữ không đổi, độ phóng đại của kính GALILÉE bằng tỉ số các kích thước của các ảnh. Độ phóng đại phải vào khoảng 0,5 (với kính viễn vọng mô hình hóa đó).



H.22. *Các đo đạc* α *và* α' *cho phép nhận được* $\theta = \alpha$ *và* $\theta' = \alpha + \alpha'$.

ĐIỀU CẦN GHI NHỚ

■ KÍNH HIỂN VI

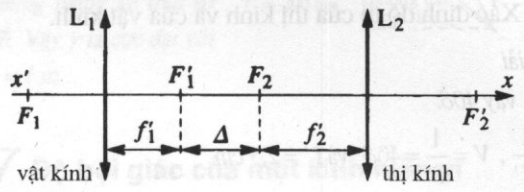
• Kính hiển vi là sự kết hợp của hai hệ hội tụ. Nó cho một ảnh ảo phóng đại ở vô cùng của một vật ở khoảng cách hữu hạn.

• Đối với việc quan sát trong kính hiển vi, cần phải đặt mắt ở vòng tròn thị kính, nghĩa là mắt ở sát ngay sau thị kính.

• Cường số của kính hiển vi

Đó là tích của độ phóng đại của vật kính $|\gamma_1|$ và cường số của thị kính :

$$\mathscr{P} = |\gamma_1| \mathscr{B}_2 .$$



H.24

• Cường số nội tại

$$\mathscr{P}_i = \frac{\Delta}{f'_1 f'_2} .$$

• Độ bội giác thương mại G_C

Đó là tích của độ phóng đại $|\gamma_1|$ của vật kính và độ bội giác thương mại G_{2C} của thị kính :

$$G_C = |\gamma_1| G_{2C} \text{ và } G_C = \frac{\mathscr{P}_i}{4}$$

Các giá trị $|\gamma_1|$ và G_{2C} được khắc trên vật kính và thị kính.

• Khả năng phân li

Kính thước nhỏ nhất của vật quan sát được bằng :

$$\delta = \frac{\theta_m}{\mathscr{P}} = \frac{\theta_m}{4G_C},$$

trong đó θ_m là khả năng phân li góc của mắt ($(3.10^{-4}$ rad) ; kích thước đó có giới hạn δ = AB, với $AB \geq \frac{1,22\lambda}{2n\sin u}$, trong đó $\tan u = \frac{N}{2} = \frac{D}{2f'_1}$, với N : số mở, D : đường kính của vật kính và f'_1 : tiêu cự ảnh của vật kính.

■ KÍNH THIÊN VĂN

Kính thiên văn là một hệ vô tiêu. Nó cho một ảnh phóng đại ở vô cùng của một vật ở vô cùng. Đó là một bộ tụ sáng.

• Độ bội giác

$$G = \frac{\theta'}{\theta} = -\frac{f'_1}{f'_2},$$

trong đó θ và θ' tương ứng là các đường kính góc của vật thấy ở mắt trần và qua kính thiên văn.

• Khả năng phân li

Kính thước tối thiểu của một vật quan sát được bằng :

$$\theta \geq \frac{1,22\lambda}{D},$$

với λ : bước sóng của ánh sáng trong chân không và D : đường kính của vật kính.

BÀI TẬP

ÁP DỤNG TRỰC TIẾP BÀI GIẢNG

1 Độ bội giác và độ phóng đại

Thị kính của một kính hiển vi được ghi ×10 và vật kính ×50 : chúng tương tự hai thấu kính mỏng cách nhau 20cm. Xác định độ tụ của thị kính và của vật kính.

• *Lời giải*

G = 10, vậy 40δ.

$\mathscr{P}_i = \dfrac{1}{f'}$, $V = \dfrac{1}{f'} = 40\delta$ *và* $f' = 2{,}5$ *cm.*

Ảnh trung gian tạo ra ở F_2, *nghĩa là ở cách vật kính* $p' = 17{,}5$ cm.

$\gamma = -50$ *và* $\gamma = \dfrac{p'}{p}$, $p = -0{,}35$ cm.

$V = \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{p'} - \dfrac{1}{p} = 290\delta$, *nghĩa là* $f' = 3{,}4$ mm.

2 Khả năng phân li

1) Hỏi khả năng phân giải cực đại mà người ta có thể hy vọng đạt được đối với ánh sáng có bước sóng 0,5 μm và một chiết suất của môi trường vật $n = 1$?

2) Người ta sử dụng một kính hiển vi mà vật kính, gọi là vật kính chìm, cho phép làm việc với một chiết suất môi trường vật $n = 1{,}66$ (môônôbrônaptalen). Khả năng phân li lúc đó bằng $\delta = 0{,}25$ μm (giới hạn của các vật kính rất tốt) đối với $\lambda = 0{,}5$ μm.

Tính góc mở u của vật kính và độ bội giác mà từ đó khả năng phân li không còn giới hạn bởi khả năng phân li của mắt nữa.

• *Lời giải*

1) $AB \geq \dfrac{122\lambda}{2n\sin u}$, $AB \geq 0{,}3$ *μm đối với* $n = 1$ *và* $\sin u = 1$, *điều đó tương ứng với giá trị tối ưu của khả năng phân li trong không khí.*

2) $u = 47^0$ *(rất xa gần đúng* GAUSS*).*

$\mathscr{P}_i = \dfrac{\theta m}{\delta} = 1200\delta$, *nghĩa là* $G_C = \dfrac{\mathscr{P}_i}{4} = 300$.

3 Sự lợi ánh sáng

Đường kính của vật kính của kính thiên văn ở YERKES là 1,02 m. Trong các điều kiện tối ưu, đường kính của con ngươi mắt bằng 4 mm.

Hỏi sự lợi về độ sáng mà nhà thiên văn thu được nhờ kính thiên văn đó ?

• *Lời giải*

Thông lượng ánh sáng là tỉ lệ với diện tích, vậy độ lợi về ánh sáng bằng :

$$\left(\frac{1{,}02}{4.10^{-3}}\right)^2 = 65000$$

4 Khả năng phân li

Sự chuyển động của khí quyển giới hạn khả năng phân li của các kính thiên văn ở 1 giây cung (5.10^{-6} rad) trong các điều kiện thuận lợi.

Tính đường kính của vật kính của một kính thiên văn đối với nó các hiện tượng nhiễu xạ cho cùng khả năng phân li.

Tại sao người ta lại sản xuất các kính thiên văn và kính viễn vọng có đường kính lớn hơn ?

• *Lời giải*

$\theta = \dfrac{1{,}22\lambda}{D}$, *từ đó* $D = 0{,}12$ *m đối với* $\lambda = 0{,}5$ *μm.*

Một kính viễn vọng lớn không cho một ảnh tốt hơn một kính ngắm nhỏ, nhưng ảnh sẽ sáng hơn nhiều (xem bài tập 3).

Đối với các kính ngắm "công cộng", với hiệu năng tương tự, giá thành phụ thuộc vào việc sửa chữa các quang sai hình học.

5 Vòng tròn thị kính của kính thiên văn

Giả sử một kính thiên văn có độ bội giác lớn. Đường kính của vật kính bằng D.

1) Nhắc lại vòng tròn thị kính của một kính thiên văn là gì.

2) Xác định vị trí và đường kính của nó. Tính D.

Các số liệu : $G = 50$ và $d = 1$ mm.

• *Lời giải*

2) *Vòng tròn thị kính ở gần tiêu điểm ảnh của thị kính* $d \approx \dfrac{D}{G}$, *từ đó* $D = 5$ *cm.*

6 Kính viễn vọng với ba thấu kính

Người ta muốn chế tạo một kính viễn vọng vô tiêu nhờ các thấu kính khác nhau có cùng đường kính. Người ta có ba thấu kính kí hiệu +30δ, +1δ, −0,5δ. Độ phóng đại góc mong muốn phải lớn hơn 1 (về giá trị tuyệt đối) và thị kính phải cho qua tất cả ánh sáng (nghĩa là nó không ngăn ánh sáng đến từ vật kính.

1) Chứng minh rằng chỉ có một khả năng duy nhất khi sử dụng hai thấu kính.

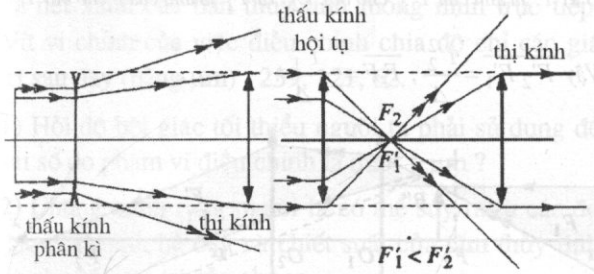
2) Để cải thiện độ phóng đại góc của kính viễn vọng đó người ta dự định sử dụng ba thấu kính bằng cách đặt thấu kính phân kì giữa hai thấu kính hội tụ.

Hỏi độ phóng đại góc cực đại có thể hy vọng đạt được ? Cho vị trí tương ứng của các thấu kính (Người ta có thể sử dụng toán đồ các điểm thẳng hàng).

• *Nguyên tắc cơ bản của lời giải.*

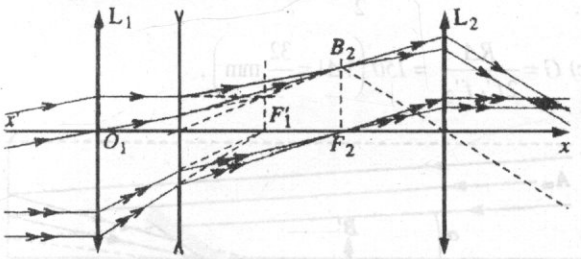
1) *Thị kính không ngăn chùm sáng đến từ vật kính vậy : vật kính không thể là thấu kính phân kì ; nếu hai thấu kính là hội tụ vật kính phải là thấu kính có tiêu cự lớn hơn ; nếu thị kính là phân kì, tiêu điểm vật của nó ở cách 2 m và nó không thể đặt ở tiêu điểm ảnh của vật kính. Vậy :*

vật kính : 1δ ; thị kính 30δ ; độ bội giác : −30.



2) *Ảnh của tiêu điểm ảnh của vật kính cho bởi thấu kính phân kì phải ở tiêu điểm vật của thị kính.*

Các kí hiệu : $p = \overline{OF'_1}$ và $p' = \overline{OF_2}$; γ : độ phóng đại giữa các điểm đó : G_0 : độ bội giác không có thấu kính phân kì ; G : độ bội giác của toàn bộ hệ.



$G = \gamma G_0$, *vậy phải tìm vị trí tương ứng với cực đại của :*

$\gamma = -\dfrac{p'}{p}$, *với* $\dfrac{1}{p'} - \dfrac{1}{p} = \dfrac{1}{f'}$, *vậy* $\gamma = \dfrac{p'}{f'} - 1$.

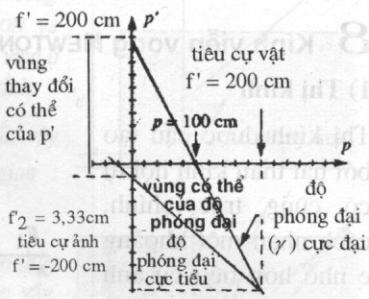
$f' < 0$, γ *là một hàm afin giảm của* p'.

Thấu kính phân kì là ở giữa hai thấu kính hội tụ, vậy $p' < f'_1$ *và* $p' > -f'_2$, *vậy* $-3{,}33\ cm < p' < 200\ cm$.

|γ| là cực đại với p' = 200 cm, nghĩa là p = 100 cm. Vậy độ bội giác là cực đại nếu thấu kính phân kì ghép sát vào vật kính. Hệ là tương đương với một thấu kính có độ tụ 0,5δ, và độ bội giác của kính viễn vọng bằng 60.

• *Cách giải khác*

Ta có thể xác nhận rằng đường thẳng đi qua các điểm (O, p) và (p', O) cũng sẽ đi qua điểm (f', −f) và độ dốc của nó bằng −γ. Vậy các độ phóng đại cực trị được cho bởi độ dốc của hai đường thẳng kẻ trên sơ đồ. Vậy γ là cực đại với p = 1 m.



7 Độ bội giác của một kính hiển vi

Một kính hiển vi gồm một tập hợp hai thấu kính đóng các vai trò tương ứng của vật kính và thị kính. Ảnh cuối cùng được quan sát trên võng mạc của mắt.

Vật quan sát ở 2,5 cm trước vật kính có tiêu cự $f_1 = 2$ cm và thị kính có tiêu cự $f_2 = 6$ cm. Mắt điều tiết để có $f'_3 = 2$ cm. Khoảng cách vật kính – thị kính bằng 16 cm.

1) Tính vị trí của ảnh. Thực hiện một sơ đồ.

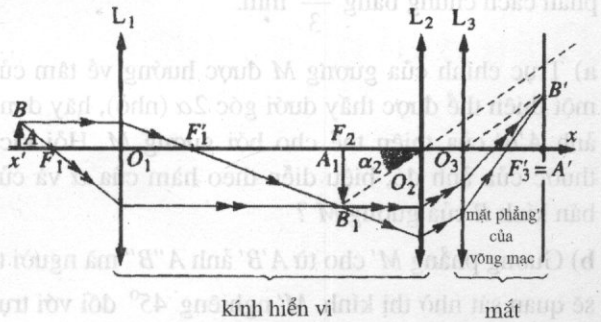
2) Tính độ bội giác G tương ứng với tỉ số của góc dưới đó người ta thấy vật với kính hiển vi và góc cực đại dưới đó có thể thấy vật ở mắt trần. Xét trường hợp lúc đó mắt của quan sát viên có CC = 25 cm.

• *Lời giải*

1) Kính hiển vi (L_1 và L_2) cho từ AB một ảnh ở vô cùng. Vậy ảnh cuối cùng ở trong tiêu diện ảnh của thủy tinh thể (L_3), ở đây đó là mặt phẳng của võng mạc.

2) $\alpha_2 = \dfrac{A_1B_1}{f'_2} = \dfrac{AB.\overline{F'_1F_2}}{f'_2 f'_1}$, $G = \dfrac{\alpha_2}{\alpha}$, *với* $\alpha = \dfrac{AB}{d_m} = 16$.

Đó là độ bội giác thương mại.

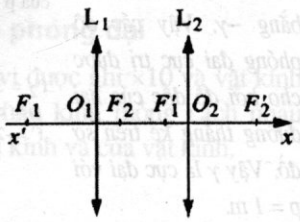


VẬN DỤNG VỐN KIẾN THỨC

8 Kính viễn vọng NEWTON

1) Thị kính

Thị kính được cấu tạo bởi hai thấu kính hội tụ có cùng trục chính, cách nhau một khoảng e nhỏ hơn tiêu cự ảnh f_1 hoặc f_2 của mỗi thấu kính.

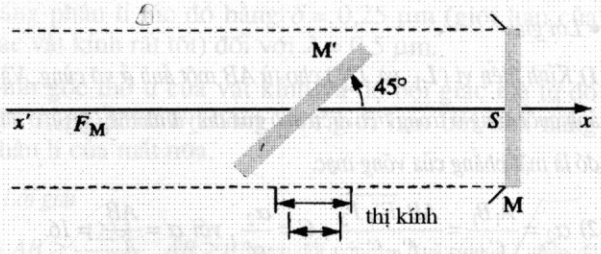


a) Định nghĩa, dựng và tính các vị trí của các tiêu điểm chính ảnh F' và vật F của thị kính). (Xác định vị trí của chúng đối với các vị trí của F'_2 hoặc F_1 và theo hàm của khoảng cách quang học Δ định nghĩa bởi $\Delta = \overline{F'_1 F_2}$).

b) Thị kính được sử dụng để quan sát một vật $A''B''$ ở trong tiêu diện vật của nó, đối xứng đối với trục chính. Ảnh của vật đó cho bởi thị kính sẽ nằm ở đâu? Dưới góc $2\alpha''$ bằng bao nhiêu quan sát viên có mắt đặt trên trục chính sẽ thấy ảnh đó ?

2) Kính viễn vọng đầy đủ

Thiết bị này gồm một gương cầu lõm M có đường kính R, một gương phẳng M' và thị kính trên đây được đặt như hình vẽ dưới đây :



Thị kính gồm hai thấu kính loại Ramsden (3, 2, 3). Các thấu kính có tiêu cự ảnh 8 mm và khoảng cách phân cách chúng bằng $\frac{16}{3}$ mm.

a) Trục chính của gương M được hướng về tâm của một thiên thể được thấy dưới góc 2α (nhỏ), hãy dựng ảnh $A'B'$ của thiên thể cho bởi gương M. Hỏi kích thước của ảnh đó, biểu diễn theo hàm của α và của bán kính R của gương M ?

b) Gương phẳng M' cho từ $A'B'$ ảnh $A''B''$ mà người ta sẽ quan sát nhờ thị kính. M' nghiêng 45^o đối với trục chính của gương M. Thị kính được đặt để tiêu diện vật của nó tiếp tuyến với ống của thiết bị có đường kính 114 mm. Tâm của gương M' phải đặt cách tiêu điểm chính F_M của gương M bao nhiêu để ảnh $A''B''$ nằm trong tiêu diện vật của thị kính ?

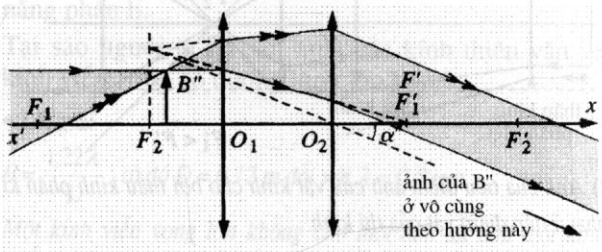
c) Ảnh cho từ $A''B''$ bởi thị kính được thấy dưới góc $2\alpha''$ (nhỏ). Người ta gọi độ bội giác của kính viễn vọng là tỉ số $G = \frac{\alpha''}{\alpha}$. Xác định và tính G.

Số liệu : R = 1800 mm.

• *Lời giải*

1) a) *F' là ảnh của F'_1 cho bởi L_2 và F_2 là ảnh của F cho bởi L_1.*

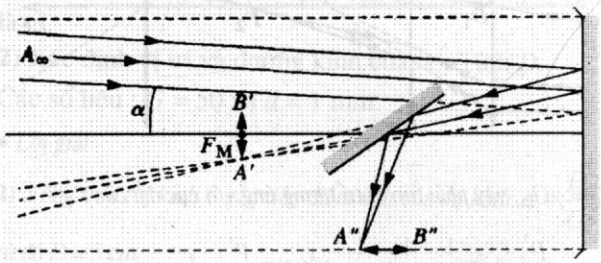
Vậy $\overline{F'_2 F'_1} = \frac{f'^2_2}{\Delta}$, $\overline{F_1 F} = -\frac{f'^2_1}{\Delta}$.



b) Ảnh của $A''B''$ cho bởi thị kính ở vô cùng $2\alpha'' = A''B''\frac{\Delta}{f'_1 f'_2}$

2) *a)* $A''B'' = A'B' = 2\alpha\frac{R}{2} = \alpha R$. *b) M' phải đặt cách F_M 57 mm.*

c) $G = \frac{R\Delta}{2f'_1 f'_2} = 150 \left(|\Delta| = \frac{32}{3} \text{ mm} \right)$.



9 Đo chiết suất nhờ một kính hiển vi

Giả sử một kính hiển vi gồm một vật kính tương tự một thấu kính mỏng tiêu cự F_1 và một thị kính tiêu cự f'_2 đặt cách nhau $\Delta + f'_1 + f'_2$. Độ bội giác thương mại của kính hiển vi được cho bởi $G_C \approx \frac{f'_1 f'_2}{4\Delta}$, các khoảng cách được đo bằng mét.

Người ta thực hiện một dãy các phép đo dưới đây nhờ kính hiển vi đó (CC ở 20 cm và CV ở vô cùng).

Người ta đánh dấu một bản thủy tinh mỏng bằng một nét bút phớt xanh, sau đó đặt lên trên nó một tấm thủy tinh trên đó :

$$\frac{\Delta n}{n}=\frac{\Delta x_1}{x_1x_3}-\frac{\Delta x_3}{x_1x_3}-\frac{\Delta x_1}{x_1x_2}+\frac{\Delta x_2}{x_1-x_2}=\frac{2\Delta x}{138}=2.10^{-2}.$$

n = 1,43 ± 0,02. Người ta đánh dấu bằng bút phớt đỏ (mặt trên của nó). Điều chỉnh kính hiển vi bằng cách ngắm liên tiếp nét phớt đỏ của tấm thủy tinh, nét phớt xanh của bản thủy tinh mỏng nhìn qua tấm thủy tinh và nét xanh của bản thủy tinh mỏng nhìn trực tiếp. Vít vi chỉnh của việc điều chỉnh chia độ chỉ các giá trị sau đây (bằng μm) : 259, 121, 62.

1) Hỏi độ bội giác tối thiểu người ta phải sử dụng để sai số do phạm vi điều chỉnh là dưới 1 μm ?

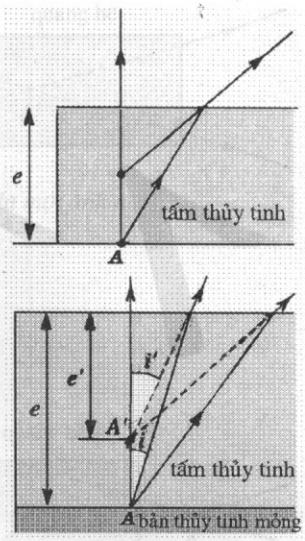
2) Chứng minh rằng người ta có thể suy ra từ các đo đạc của mình bề dày và chiết suất của tấm thủy tinh và cho các giá trị của chúng.

• *Nguyên tắc cơ bản của lời giải.*

Hướng dẫn : • *Áp dụng công thức liên hợp của* NEWTON *và nhớ rằng mắt của quan sát viên ở gần tiêu điểm ảnh của thị kính.*

• *Điểm CC là ở trước mắt, vậy nếu* A_1 *là ảnh trung gian :* $\overline{F'_2A_1}=-d_m$.

• *Xác định ảnh cho bởi tấm thủy tinh của nét kẻ dưới. Muốn vậy, xác định e' đối với các góc nhỏ (xem sơ đồ).*



1) Ảnh của vật A là ở trong khoảng d_m *và vô cùng phía trước mắt, lúc đó :*

$-\frac{f'^2_1}{\Delta}<\overline{F_1A}<-\frac{f'^2_1}{\Delta+f'^2_2/d_m}$, *nghĩa là* $\delta=\frac{f'^2_1f'^2_2}{\Delta^2d_m}\approx\frac{1}{16G_C^2d_m}$;

đối với $\delta = 1\ \mu m$, $G_C = 560$.

2) $e = x_1 - x_3 = 197 \pm 2\ \mu m$ *và* $e' = x_1 - x_2 = 138 \pm 2\ \mu m$.

Đối với các góc nhỏ : $i = ni'$, *từ đó* $n = \frac{e}{e'} = 1{,}4275\ldots$

11 SỬ DỤNG CÁC NGUỒN SÁNG, CÁC VẬT VÀ CÁC ẢNH

MỤC TIÊU

■ Biết tạo ra và làm hiện rõ các vật và các ảnh.

■ Thực hiện các phép chiếu.

ĐIỀU CẦN BIẾT TRƯỚC

Sử dụng :

- một thấu kính ;
- một gương ;
- một kính ngắm ;
- một kính quan trắc.

Mở đầu

Trong quang học, ta thường tiến hành việc xác định vị trí hoặc quan sát các vật và các ảnh thật hoặc ảo.

Ở mắt trần, ta có thể quan sát được các ảnh thật hoặc ảo.

Một kính quan trắc khúc xạ cho phép quan sát được các ảnh thật hoặc ảo.

Với một kính ngắm điều chỉnh ở vô cùng, ta chỉ có thể quan sát được các vật hoặc ảnh ở vô cùng.

Khi chiếu ảnh, ta chỉ có thể quan sát được một ảnh thật.

Điều đó dẫn ta đến việc nghiên cứu các kĩ thuật để tạo ra và quan sát các ảnh đó.

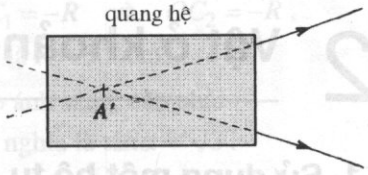
1 Chú ý tổng quát đối với việc quan sát vật và ảnh

1.1. Quan sát bằng thị giác

Ta có thể quan sát bằng mắt trần một vật hoặc một ảnh, dù nó là thật hay ảo. Muốn vậy vật hay ảnh chỉ cần ở trước mắt lành một khoảng $d_m = 25$ cm là đủ.

Một ảnh thật được thấy ở phía trước của quang hệ nghiên cứu, còn ảnh ảo ở phía sau hệ đó (h.1 và 2).

Có thể xác định vị trí gần đúng của một ảnh bằng cách đặt cạnh nó một vật (một bút chì chẳng hạn) để thấy chúng đồng thời rõ nét (*h*.3).



H.1. *A' là một ảnh ảo.*

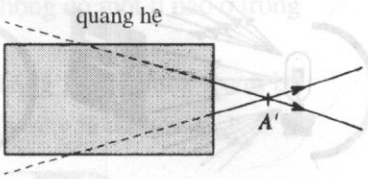
1.2. Sự hiện ảnh trên một màn

Việc làm thấy rõ (hoặc chiếu hoặc hiện) ảnh trên một màn chỉ có thể nếu ảnh đó là *thật.*

Cần phải đặt màn để nhận được một hình rõ nét của ảnh. Khái niệm về sự rõ nét mang đặc tính chủ quan vì vậy vị trí của màn là không chính xác (*h*.4).

Vùng quan sát rõ có thể lớn hơn xăngtimét đối với các ảnh được phóng đại mạnh.

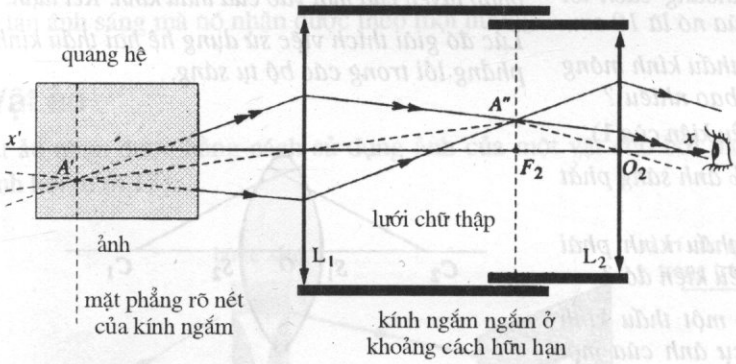
Nói chung một thấu kính cho một ảnh với chất lượng tồi, vì các quang sai không được sửa chữa, ngược lại một vật kính của máy ảnh các quang sai đã được sửa chữa.



H.2. *A' là một ảnh thật.*

1.3. Quan sát bằng cách ngắm

Kính ngắm cho phép quan sát một ảnh thật hoặc ảo : ảnh này cần phải ở trong mặt phẳng rõ nét của kính ngắm (*h*.5).

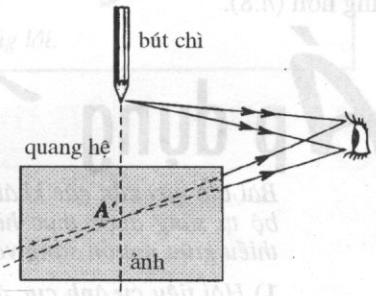


H.5. *Dù vật là thật hay ảo, nó được nhìn rõ qua kính ngắm.*

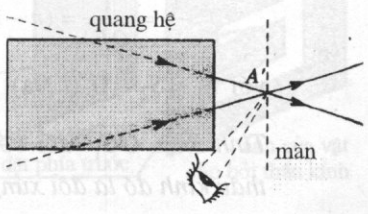
A' là một ảnh (ảo trong trường hợp của hình 5) cho bởi quang hệ. L_1 cho một ảnh A'' của A' và L_2 (được sử dụng như một kính lúp) cho một ảnh ảo được phóng đại của A''.

Trong trường hợp của hình 5, A" ở trong tiêu diện vật của L_2, ảnh đó là ở vô cùng.

Ảnh A' được nhìn rõ nét qua kính ngắm, vậy phải ở trong mặt phẳng rõ nét của kính ngắm nghĩa là tiêu điểm vật của kính ngắm.



H.3. *Bút chì và ảnh A' "đồng thời" rõ nét.*



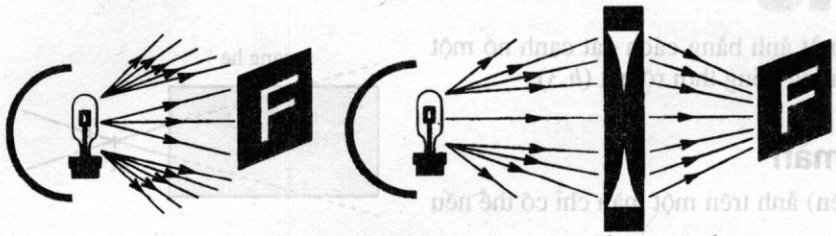
H.4. *Vị trí của màn để quan sát ảnh thật A'.*

2 Vật ở khoảng cách hữu hạn

2.1. Sử dụng một bộ tụ sáng

Ta tìm cách chiếu sáng một vật bằng một nguồn sáng. Việc chiếu trực tiếp là kém hiệu quả. Vậy việc định hướng một số lớn nhất các tia sáng từ nguồn và hướng chúng về vật là có ích : đó là vai trò của bộ tụ sáng trong một sự lắp ráp quang học.

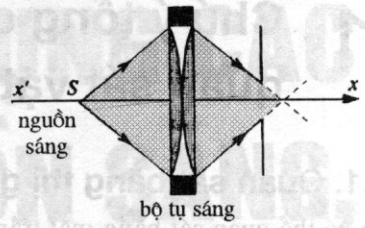
Bộ tụ sáng thường gồm một hệ hai thấu kính lồi có các đỉnh áp sát nhau (*h*.7)



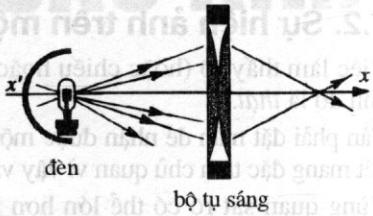
H.7. *Bộ tụ sáng cho phép tập trung các tia sáng vào vật để vật sáng hơn.*

Một số đèn lồng có bộ tụ sáng gắn liền với hộp đựng chúng. Việc điều chỉnh khoảng cách giữa vật chiếu sáng và bộ tụ sáng cho phép thay đổi độ hội tụ của chùm tia đi ra (đôi khi nguồn sáng là di động đối với bộ tụ sáng).

Cũng có thể mạ kim loại mặt sau của đèn hoặc đặt một gương cầu lõm phía sau đèn (đèn lúc đó là ở tâm của gương cầu) để thu được nhiều ánh sáng hơn (*h*.8).



H.6. *Các tia sáng không phải hội tụ trên vật, nếu không ảnh của vật luôn luôn bị chồng lên ảnh của nguồn sáng (dây tóc của bóng đèn).*



H.8. *Việc lắp ráp có sử dụng một gương cầu lõm.*

Áp dụng 1

Bài tập này cần các khái niệm về góc khối. Một bộ tụ sáng được thực hiện để khoảng cách tối thiểu giữa nguồn sáng và ảnh của nó là 10 cm.

1) *Hỏi tiêu cự ảnh cực đại của thấu kính mỏng để thực hiện điều kiện đó bằng bao nhiêu ?*

Từ nay về sau ta xét trong các điều kiện của **1).**

2) *Người ta muốn thu được 10% ánh sáng phát ra về phía trước nguồn.*

Hỏi bán kính cực đại r của thấu kính phải bằng bao nhiêu để thực hiện điều kiện đó ?

3) *Ta mô hình hóa bộ tụ bởi một thấu kính mỏng có quang tâm O. Tiêu cự ảnh của một thấu kính được cho bởi công thức :*

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{\overline{OF'}} = (n-1)\left(\frac{1}{\overline{OC_1}} - \frac{1}{\overline{OC_2}}\right),$$

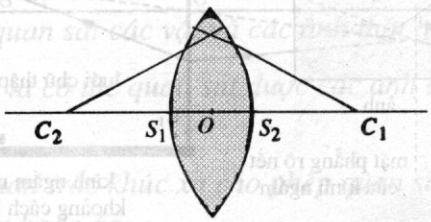
với $S_1 \approx S_2 = 0$ (*h*.9a).

Tính $R = \overline{OC_1}$ *đối với thấu kính của* **1)** *nếu thấu kính đó là đối xứng* ($n = 1{,}7$).

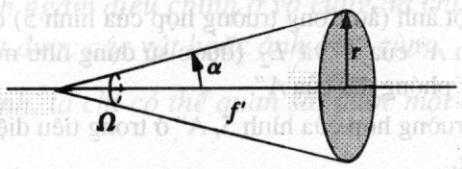
Người ta có thể hy vọng nhận được 50% ánh sáng không ?

4) *Tính góc cực đại của các tia sáng đối với pháp tuyến của mặt vào của thấu kính. Kết luận.*

Lúc đó giải thích việc sử dụng hệ hai thấu kính phẳng lồi trong các bộ tụ sáng.



H.9.



H.10. *Góc khối Ω của một hình nón có nửa góc ở đỉnh là α.*

1) Khoảng cách tối thiểu giữa một vật thật và ảnh thật của nó bằng $4f'$ (xem chương 7). Vậy $4f'_{max} = 10$ cm, từ đó $f'_{max} = 2{,}5$ cm.

2) Ánh sáng đi qua thấu kính được phát ra trong một hình nón có nửa góc ở đỉnh α mà

$$\tan\alpha = \frac{r}{2f'}.$$

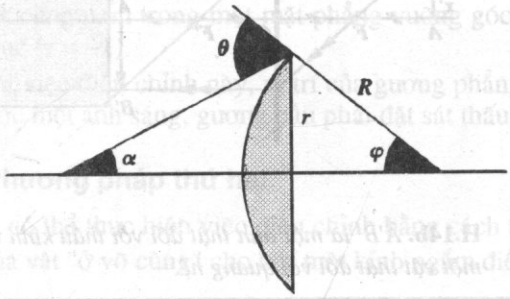
Kí hiệu Ω là góc khối tương ứng :

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos\alpha).$$

Phần ánh sáng thu hồi được bằng $\frac{\Omega}{2\pi}$, nghĩa là:

$$1 - \cos\alpha = 0{,}1$$

A.N. : $r = 2{,}4$ cm đối với 10%.



H.11. *Thấu kính hai mặt lồi.*

3) Biết rằng $\overline{OC_1} = -R$ và $\overline{OC_2} = -R$, $R = 2(n-1)f'$, nghĩa là $R = 3{,}5$ cm.

Để thu hồi được 50% ánh sáng, cần phải :

$1 - \cos\alpha = 0{,}5$, nghĩa là $\tan\alpha = \sqrt{3}$.

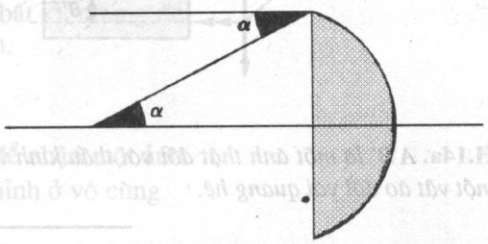
Biết rằng $\tan\alpha = \frac{r}{2f'}$, $r = 8{,}7$ cm.

Kết quả này không tương hợp với điều kiện hình học $r < R$.

4) $\theta = \alpha + \varphi$, với $\sin\varphi = \frac{r}{R}$ (*h.*11).

Từ đó $\theta = 69^\circ$. Ta không có một tí nào ở trong gần đúng GAUSS!

Đối với thấu kính phẳng lồi sử dụng trong bộ tụ sáng, $\alpha = 26^\circ$, điều này là tốt hơn (*h.*12).



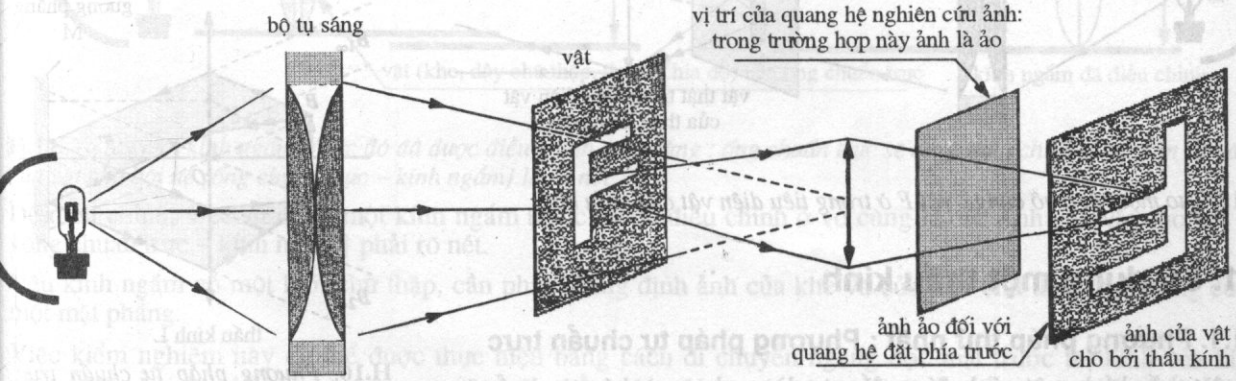
H.12. *Thấu kính phẳng lồi.*

2. Vật thật

chiếu sáng một vật nhờ một hệ {nguồn sáng – bộ tụ sáng}. Như vậy ta ận được một **vật thật**. Ta nhắc lại rằng vật đó là được nhìn thấy, vì nó uếch tán ánh sáng mà nó nhận được theo mọi hướng.

3. Vật ảo

ột vật ảo nhận được bằng cách sử dụng ảnh của một vật cho bởi một ấu kính hội tụ (*h.*13).



.13. *Giả sử ảnh của vật cho bởi thấu kính. Đó là một ảnh thật đối với thấu kính và là một vật ảo đối với quang hệ.*

Áp dụng 2

Người ta muốn nhận được một ảnh thật cùng kích thước với vật nguồn với một thấu kính mỏng L.

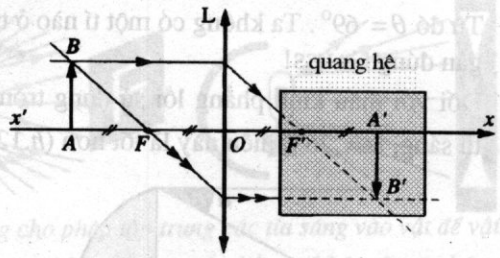
1) *Ảnh này phải đóng vai trò của vật ảo đối với một quang hệ mà thấu kính đầu tiên đặt cách thấu kính L 20 cm. Hỏi phải chọn thấu kính gì ?*

2) *Phải đặt quang hệ ở đâu để ảnh đó là một vật thật đối với quang hệ ?*

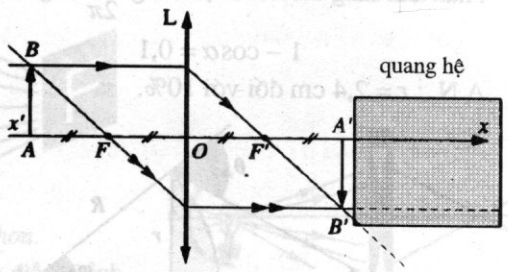
1) Với một thấu kính hội tụ, ảnh và vật có cùng kích thước đối với các vị trí $-2f'$ và $2f$ đối với thấu kính (xem chương 7).

Vậy $2f' > 20$ cm, nghĩa là $f' > 10$ cm (*h*.14a).

2) Quang hệ phải ở xa hơn 20 cm đằng sau thấu kính (*h*.14b).



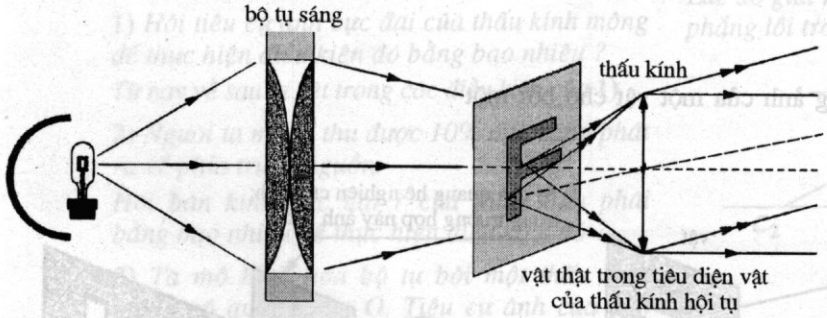
H.14a. *A'B' là một ảnh thật đối với thấu kính và là một vật ảo đối với quang hệ.*



H.14b. *A'B' là một ảnh thật đối với thấu kính và là một vật thật đối với quang hệ.*

3 Thực hiện một vật ở vô cùng

Để nhận được một *vật ở vô cùng* chỉ cần đặt vật ở *hình* 13 ở tiêu điểm vật của thấu kính hội tụ hoặc dùng một ống chuẩn trực là đủ.

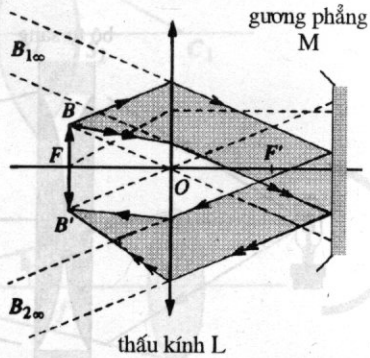


H.15. *Tạo một vật ở vô cùng : vật F ở trong tiêu diện vật của thấu kính.*

3.1. Sử dụng một thấu kính

3.1.1. Phương pháp thứ nhất : Phương pháp tự chuẩn trực

Để đặt thấu kính một cách đúng đắn, ta dùng phương pháp tự chuẩn trực (*h*.16).



H.16. *Phương pháp tự chuẩn trực với một thấu kính mỏng hội tụ và một gương phẳng.*

Ta lấy một vật AB ở trong tiêu diện vật của thấu kính L. Ta tìm ảnh B' của B sau khi qua thấu kính L, phản xạ trên gương phẳng M, và lại đi qua thấu kính L.

B là ở trong tiêu diện vật của L, nên ảnh $B_{1\infty}$ của B cho bởi thấu kính L là ở vô cùng trong hướng của BO. Gương phẳng M nhận từ $B_{1\infty}$ một chùm song song : sau khi phản xạ nó cũng là song song trong hướng $B_{2\infty}$, đối xứng của BO qua quang trục.

Ảnh B' của $B_{2\infty}$ cho bởi L là ở trong tiêu diện vật của L đóng vai trò tiêu diện ảnh, vì ở đây ánh sáng đi từ phải sang trái, lúc đó B' lập tức được xác định trên sơ đồ.

$$F \xrightarrow{L} \infty \xrightarrow{M} \infty \xrightarrow{L} F \text{ và } B \xrightarrow{L} B_{1\infty} \xrightarrow{M} B_{2\infty} \xrightarrow{L} B'.$$

Chú ý :

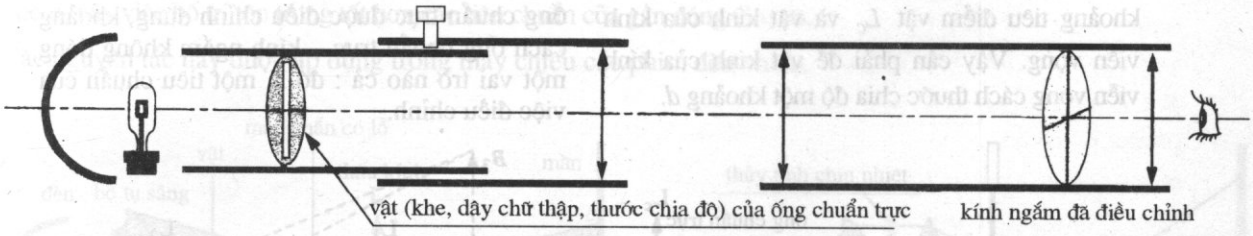
- B và B' cùng nằm trong một mặt phẳng vuông góc và đối xứng đối với quang trục ($\gamma = -1$).
- Đối với việc điều chỉnh này, vị trí của gương phẳng là bất kì, nhưng để nhận được một ảnh sáng, gương cầu phải đặt sát thấu kính.

3.1.2. Phương pháp thứ hai

Ta cũng có thể thực hiện việc điều chỉnh bằng cách tìm để nhận một ảnh rõ nét của vật "ở vô cùng" cho bởi một kính ngắm điều chỉnh ở vô cùng.

3.2. Sử dụng một ống chuẩn trực

Ống chuẩn trực là một quang hệ cho phép nhận được một vật ở vô cùng. Nó gồm một vật (một khe nguồn có bề rộng điều chỉnh được hoặc một dây chữ thập hoặc một thước chia độ trên một tấm kính mờ hoặc một lưới chữ thập) và một thấu kính (vật kính của ống chuẩn trực). Vật được chiếu sáng bởi một nguồn có thể ở trong hoặc ở ngoài ống chuẩn trực. Khoảng cách vật – thấu kính phải được điều chỉnh để cho một ảnh ở vô cùng của khe đó (*h*.17).



H.17. *Ta lấy một kính ngắm trước đó đã được điều chỉnh ở vô cùng : ống chuẩn trực sẽ được điều chỉnh đúng đắn nếu ảnh của vật cho bởi hệ {ống chuẩn trực – kính ngắm} là rõ nét.*

Để điều chỉnh, việc sử dụng một kính ngắm trước đó đã điều chỉnh ở vô cùng là đủ. Ảnh của vật cho bởi hệ {ống chuẩn trực – kính ngắm} phải rõ nét.

Nếu kính ngắm có một lưới chữ thập, cần phải khẳng định ảnh của khe và của lưới chữ thập là ở trong cùng một mặt phẳng.

Việc kiểm nghiệm này có thể được thực hiện bằng cách di chuyển ngang dọc mặt trước thị kính của kính ngắm. Nếu hai ảnh không cùng trong một mặt phẳng, lúc đó sẽ có một sự dịch chuyển tương đối của hai ảnh đó đối với nhau.

Áp dụng 3

Người ta điều chỉnh một ống chuẩn trực với một kính ngắm vô tiêu gồm hai thấu kính hội tụ. Giả sử rằng ống chuẩn trực ở gần kính ngắm.

1) *Người ta hiệu chỉnh ống chuẩn trực nhờ kính ngắm, nhưng ảnh của thước chia độ của ống chuẩn trực cho bởi tập hợp các hệ quang học được tạo ra ở 25 cm trước mắt.*

Có cần phải tăng hoặc giảm khoảng cách vật kính – thước chia độ của ống chuẩn trực để nhận được một ống chuẩn trực điều chỉnh ở vô cùng ?

2) *Cần phải thay đổi khoảng cách đó bao nhiêu ?*

Các số liệu :

Mắt đặt ở tiêu điểm ảnh của :

L_2, $f'_1 = 16$ cm ; $f'_2 = 4$ cm, $F'_c = 20$ cm

và khoảng cách $L_c - L_1 = 4$ cm.

1) Các vật liên hợp là các vật dưới đây :

$$AB \xrightarrow{L_C} A_1B_1 \xrightarrow{L_1} A_2B_2 \xrightarrow{L_2} A'B'$$

ống chuẩn trực kính ngắm

Hình 18 chứng tỏ rằng ảnh A_1B_1 (thật đối với vật kính của kính ngắm) là ảo đối với vật kính của ống chuẩn trực, vậy thước chia độ là ở trong khoảng tiêu điểm vật L_c và vật kính của kính viễn vọng. Vậy cần phải để vật kính của kính viễn vọng cách thước chia độ một khoảng d.

2) Tính khoảng cách d đó

• Vị trí của A_2, biết rằng A_3 là ở 25 cm cách mắt được đặt ở F'_2 : sử dụng các công thức liên hợp NEWTON :

$$\overline{F_2A_2} = -\frac{f_2^2}{\overline{F'_2A'}},$$

với $f_2 = 4$ cm và $\overline{F'_2A'} = -25$ cm,

nghĩa là $\overline{F_2A_2} = 6{,}4$ mm.

• Vị trí của A_1 : sử dụng các công thức liên hợp NEWTON :

$$\overline{F_1A_1} = -\frac{f_1^2}{\overline{F'_1A_2}},$$

với $f_1 = 16$ cm và $\overline{F'_1A_2} = 0{,}64$ cm,

nghĩa là $\overline{F_1A_1} = -400$ cm.

Vậy A_1 ở cách kính ngắm khoảng 4 m.

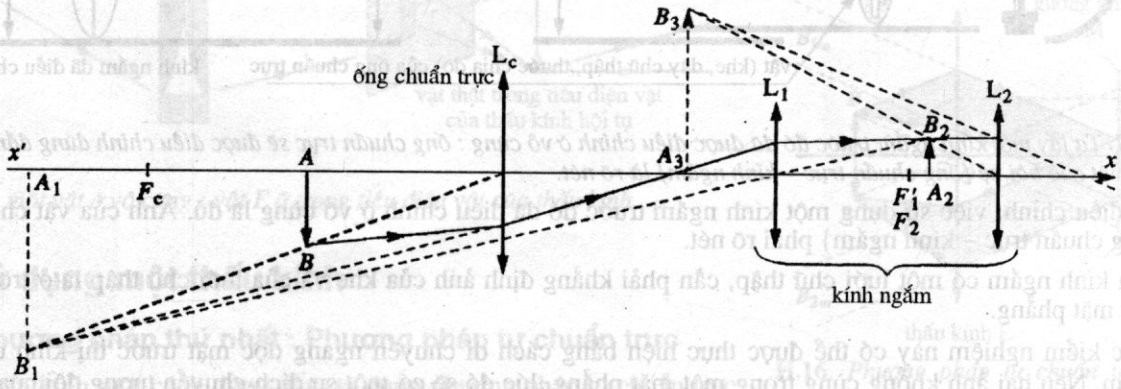
• Vị trí của thước chia độ : sử dụng các công thức liên hợp NEWTON :

$$\overline{F_CA} = -\frac{f_C^2}{\overline{F'_CA_1}};$$

với $f_C = 20$ cm và $\overline{F'_CA_1} = -432$ cm,

nghĩa là $\overline{F_CA} = +9{,}3$ mm.

Vậy phải tăng khoảng cách thước chia độ – vật kính của ống chuẩn trực lên khoảng 9 mm. Khi ống chuẩn trực được điều chỉnh đúng, khoảng cách ống chuẩn trực – kính ngắm không đóng một vai trò nào cả : đó là một tiêu chuẩn của việc điều chỉnh.



H.18. *Vị trí tương đối của các vật khác nhau hoặc các ảnh liên hợp.*

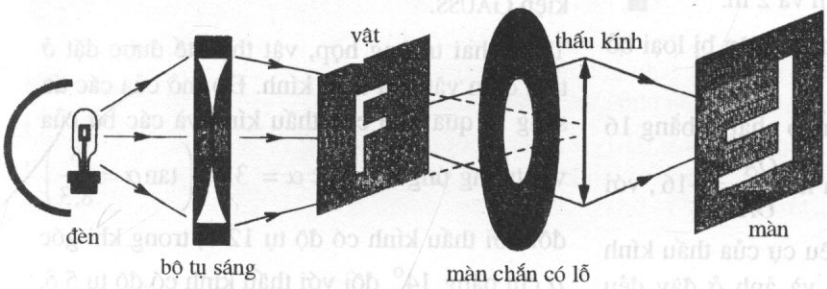
4 Sự chiếu ảnh

Thông thường các vật quan sát được trong quang học thường có kích thước nhỏ và cần được phóng đại để có thể quan sát được dưới một khoảng cách góc lớn hơn.

Việc quan sát một vật được chiếu sáng đối với toàn bộ cả phòng đòi hỏi phải chiếu vật đó lên một màn hoặc một bức tường. Sự lắp ráp của hình 19 mô tả nguyên tắc của việc thực hiện đó.

Chúng ta sử dụng một thấu kính hội tụ có tiêu cự nhỏ hơn một phần tư của khoảng cách vật – màn vì :

Khoảng cách giữa một vật và ảnh thật của nó cho bởi một thấu kính hội tụ là luôn luôn lớn hơn bốn lần tiêu cự của thấu kính.

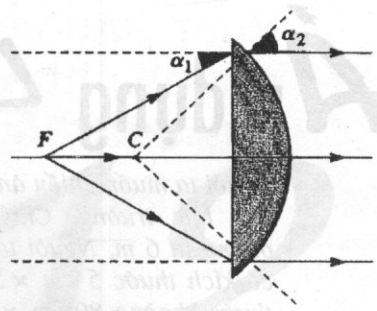


H.19. *Lắp ráp được sử dụng để chiếu ảnh.*

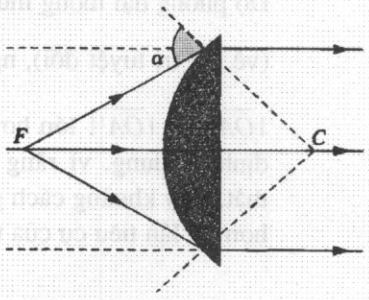
Vai trò của bộ tụ sáng không những để tăng cường sự chiếu sáng vật, mà còn để hội tụ chùm tia vào gần tâm của thấu kính. Lúc đó thấu kính đó được chiếu sáng bởi một chùm tia tương đối nghiêng ít ở gần tâm của nó, điều đó giới hạn các quang sai (hình học và sắc sai) quan sát được ở mức của ảnh.

Cũng với các lí do tương tự khi ta sử dụng một thấu kính ví dụ phẳng lồi, trên tất cả bề rộng của nó, ta hướng mặt phẳng của thấu kính về phía các tia nghiêng nhiều nhất. Hình 20 chứng tỏ rằng các góc α_1 và α_2 là nhỏ hơn góc α, vậy việc bố trí tôn trọng tốt hơn các tiêu chuẩn của gần đúng GAUSS.

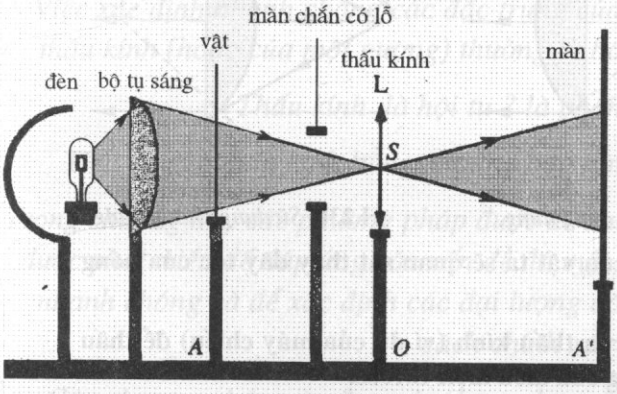
Các nguyên tắc này được áp dụng trong máy chiếu các phim đèn chiếu.



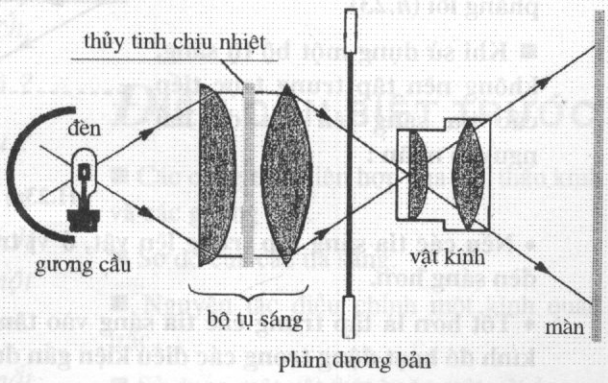
H.20a. *Sử dụng đúng.*



H.20b. *Sử dụng không đúng (α lớn).*



H.21. *Sơ đồ lắp ráp đơn giản một máy chiếu các phim đèn chiếu.*



H.22. *Sơ đồ mặt cắt của một máy chiếu các phim đèn chiếu.*

Áp dụng 4

Người ta muốn chiếu ảnh của một vật sáng lên một bức trường. Chiều rộng sử dụng của phòng là 6 m. Người ta muốn nhận từ vật đó có kích thước 5 cm × 5 cm, một ảnh có kích thước khoảng 80 cm × 80 cm có độ sáng tốt. Người ta có một số thấu kính hội tụ hai mặt lồi đối xứng, có đường kính khoảng 8 cm, có độ tụ bằng 12, 5, 2, 1 và 0,5 δ. Hỏi phải chọn các thấu kính nào để có một sự chiếu thích hợp ?

Các tiêu cự của các thấu kính tương ứng bằng 8,3 cm ; 20 cm ; 50 cm ; 1 m và 2 m.

Thấu kính tiêu cự 2 m là mặc nhiên bị loại bỏ vì 4 ×2 cm > 6 m !

Độ phóng đại mong muốn nhỏ nhất là bằng 16 (về giá trị tuyệt đối), nghĩa là $\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -16$, với $|\overline{OA}|$ và $|\overline{OA'}|$ lớn hơn tiêu cự của thấu kính định sử dụng, vì rằng vật và ảnh ở đây đều thật. Vậy khoảng cách giữa vật và ảnh phải lớn hơn 17 lần tiêu cự của thấu kính, điều này loại trừ việc sử dụng, trong một phòng rộng 6 m, các tiêu cự lớn còn lại, 50 cm và 1 m.

Với tiêu cự 20 cm, ta có thể ở cách $17f'$, nghĩa là cách tường khoảng 3,4 m.

Ta xét việc sử dụng thấu kính có tiêu cự 8,3cm. Khoảng cách đến tường sẽ nhỏ hơn (hoặc cho phép nhận được một ảnh còn lớn hơn). Tuy nhiên ảnh sẽ kém chất lượng hơn : việc lắp ráp này tuân theo không tốt các điều kiện GAUSS.

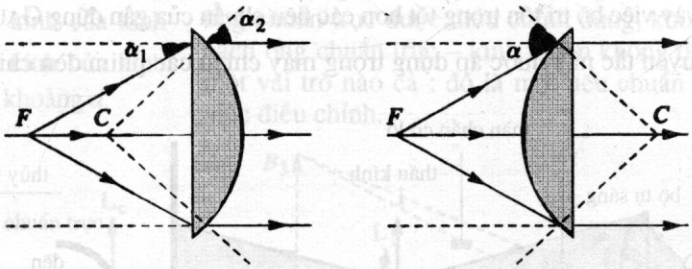
Trong hai trường hợp, vật thực tế được đặt ở tiêu diện vật của thấu kính. Độ mở của các tia sáng đi qua tâm của thấu kính và các bờ của vật tương ứng với góc $\alpha = 31^o$ $\left(\tan\alpha = \frac{5}{8,3}\right)$ đối với thấu kính có độ tụ 12 δ, trong khi góc α chỉ bằng 14^o đối với thấu kính có độ tụ 5 δ. Vậy ảnh sẽ có chất lượng tốt với thấu kính có tiêu cự bằng 20 cm.

ĐIỀU CẦN GHI NHỚ

■ **Cần biết các điều kiện để nhận được các vật và các ảnh và biết cách quan sát chúng.**

■ **Cách sử dụng một thấu kính phẳng lồi (*h*.23).**

■ **Khi sử dụng một bộ tụ sáng, không nên tập trung trực tiếp các tia sáng lên vật do hai nguyên nhân :**



H.23a. *Sử dụng đúng.* **H.23b**. *Sử dụng không đúng.*

• Nếu các tia sáng tập trung lên vật, ở vị trí của vật ta sẽ quan sát thấy dây tóc của bóng đèn sáng hơn.

• Tốt hơn là tập trung các tia sáng vào tâm của thấu kính (ví dụ của máy chiếu) để thấu kính đó hoạt động trong các điều kiện gần đúng của điều kiện GAUSS.

■ **Đối với việc chiếu ảnh một vật lên một màn, không được quên rằng khoảng cách vật – màn phải lớn hơn bốn lần tiêu cự ảnh của thấu kính hội tụ sử dụng.**

BÀI THÍ NGHIỆM 12 - GIÁO ÁN : ĐO TIÊU CỰ

Mở đầu

Việc xác định nhanh chóng các đặc trưng của một thấu kính (hoặc của một gương) thường là bổ ích.

Thấu kính là hội tụ ? là phân kì ?

Tiêu cự của thấu kính bằng khoảng bao nhiêu ?

Trong chương này các phương pháp được đề xuất và được phát triển để đáp ứng các vấn đề đó một cách nhanh chóng và để xác định các đại lượng đó một cách chính xác hơn.

Các phương pháp này được áp dụng cho một mắt lành hoặc một mắt đã được sửa chữa cẩn thận.

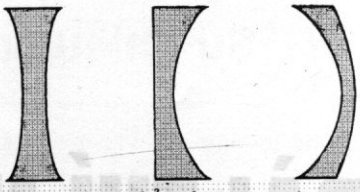
MỤC TIÊU

- Biết nhận ra loại của một thấu kính hoặc của một gương cầu.
- Đánh giá cỡ độ lớn của tiêu cự hoặc đo chính xác nó.

ĐIỀU CẦN BIẾT TRƯỚC

- Các công thức liên hợp của các thấu kính và các gương cầu.
- Sơ đồ của các tia sáng.
- Nguyên tắc điều chỉnh một kính quan trắc.
- Sử dụng một vật thật hoặc một vật ảo.
- Xác định vị trí dọc và ngang.

1 Phân loại và đo đạc nhanh chóng tiêu cự của các thấu kính



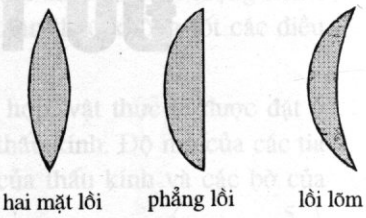
H.1a. *Các thấu kính phân kì.*

Tiết này giới thiệu một số thao tác không dùng dụng cụ (khác với các hệ nghiên cứu và mắt của quan sát viên) cho phép phân loại đặc trưng hội tụ hay phân kì của một gương hoặc một thấu kính, và đánh giá tiêu cự trong trường hợp một hệ hội tụ.

1.1. Phân loại các thấu kính

Ta có thể phân loại một cách nhanh chóng loại của một thấu kính theo nhiều cách.

- Một thấu kính bờ dày là phân kì, một thấu kính bờ mỏng là hội tụ.
- Quan sát một vật đặt ở khoảng cách nhỏ đối với thấu kính, nếu ảnh của nó lớn hơn vật, thấu kính là hội tụ ; đó là một kính lúp. Nếu ảnh là nhỏ hơn vật, thấu kính là phân kì ; đó là một kính lúp. Nếu ảnh là nhỏ hơn vật thấu kính là phân kì ; đó là trường hợp thấu kính để chữa một mắt cận thị.
- Quan sát một vật đặt ở khoảng cách lớn (đối với tiêu cự chưa biết của một thấu kính !). Nếu ảnh là cùng chiều với vật thấu kính là phân kì, nếu ảnh là ngược chiều, thấu kính là hội tụ.



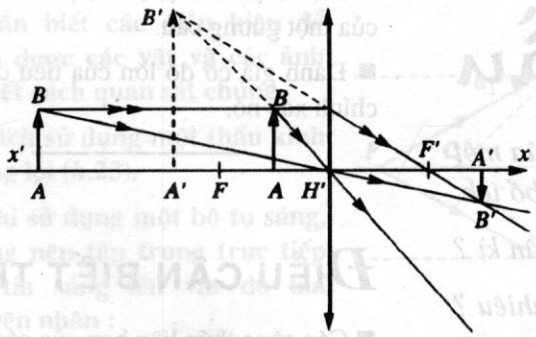
H.1b. *Các thấu kính hội tụ.*

Áp dụng 1

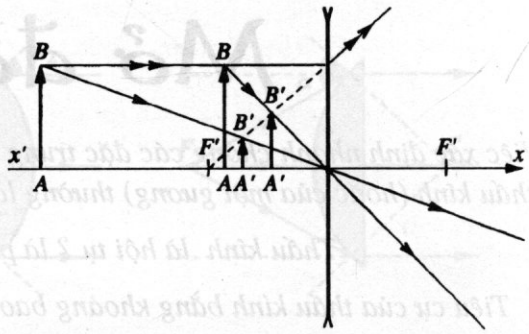
Tìm lại các kết quả của hai quan sát trên đây nhờ sơ đồ của các tia sáng.

Vẽ một tia sáng song song với trục, vậy đường đi trong môi trường ló sẽ đi qua F', và một tia sáng đi qua quang tâm và không bị lệch.

Vật ở khoảng cách ngắn có màu xám, vật ở khoảng cách lớn có màu đen.



H.2a. *Thấu kính hội tụ.*



H.2b. *Thấu kính phân kì.*

Trong trường hợp một thấu kính hội tụ, ảnh được tạo thành phía sau tiêu điểm ảnh, và mắt của quan sát viên ít nhất phải ở cách một khoảng d_m phía sau ảnh đó. Cầm một thấu kính trong tay, sẽ không có vấn đề gì đối với một tiêu cự nhỏ, nhưng vấn đề sẽ hoàn toàn khác đối với một tiêu cự khoảng 50 cm.

► Để tập luyện : bài tập 1

1.2. Đánh giá độ tụ của các thấu kính

1.2.1. Thấu kính hội tụ

Đặt một thấu kính hội tụ sát một vật : ảnh của vật đó quan sát qua thấu kính là rõ nét.

Đưa thấu kính ra xa vật : ảnh vẫn rõ nét, sau đó ảnh trở nên mờ dần.

Bây giờ đặt mắt sát một thấu kính hội tụ. Quan sát một vật "ở xa". Ta không thấy gì cả. Đưa hệ {mắt - thấu kính} lại gần vật : có một vị trí ở vị trí này ta thấy vật là rõ nét.

Thao tác thứ nhất cho phép xác định tiêu cự, vì rằng ảnh là rõ nét khi vật ở trong khoảng giữa thấu kính và tiêu diện.

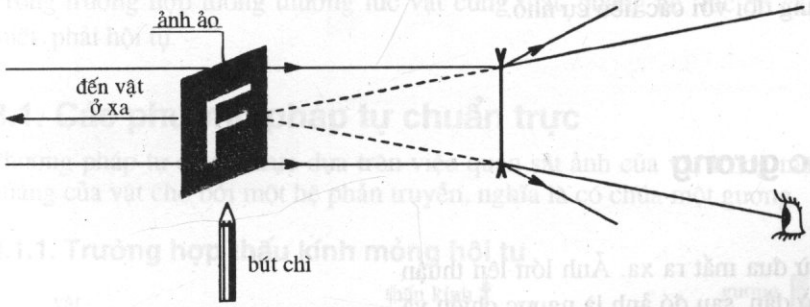
Trong thao tác thứ hai, mắt không thấy gì, vì ảnh tạo ra đằng sau mắt. Vật được thấy rõ khi vị trí của nó ở gần tiêu diện. Phương pháp này cũng cho phép đánh giá tiêu cự.

Chú ý :

Cũng có thể tạo ảnh của một ngọn đèn treo trên trần nhà hoặc ảnh của Mặt Trời trên một mặt bàn hoặc trên mặt đất. Lúc đó việc xác định tiêu cự là nhanh chóng.

1.2.2. Thấu kính phân kì

Ta có thể tìm vị trí gần đúng của tiêu điểm ảnh bằng cách đặt một vật (bút chì chẳng hạn) để có thể thấy vật đó và ảnh của một vật ở xa đồng thời rõ rét (h.3).



◀ **H.3**. *Mắt đồng thời quan sát ảnh của vật qua thấu kính và bút chì.*

2 Phân loại và đo đạc nhanh chóng tiêu cự của các gương cầu

2.1. Phân loại

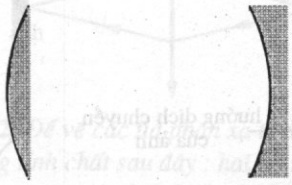
Ta có thể phân loại một cách nhanh chóng loại gương bằng nhiều cách.

• Một gương mà mặt lồi được mạ bạc là gương lồi, nghĩa là phân kì. Một gương mà mặt lõm được mạ bạc là hội tụ.

• Quan sát một vật ở khoảng cách nhỏ so với gương. Nếu ảnh của vật là lớn hơn vật, gương là hội tụ. Nếu ảnh là nhỏ hơn vật, gương là phân kì. Nếu ảnh có cùng kích thước với vật gương là gương phẳng.

• Quan sát một vật đặt ở khoảng cách lớn. Nếu ảnh cùng chiều, gương là phân kì hoặc phẳng. Nếu ảnh là ngược chiều, gương là hội tụ.

Một gương phẳng trong mọi cấu hình, cho một ảnh ảo thuận chiều cùng kích thước với vật.

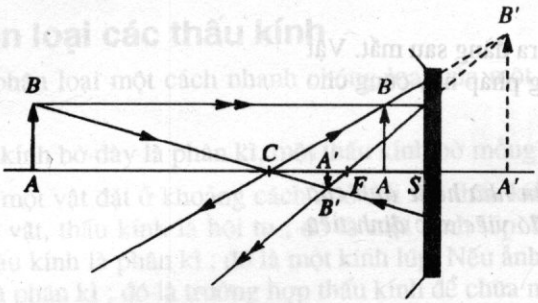


H.4. *gương lồi* *gương lõm.*

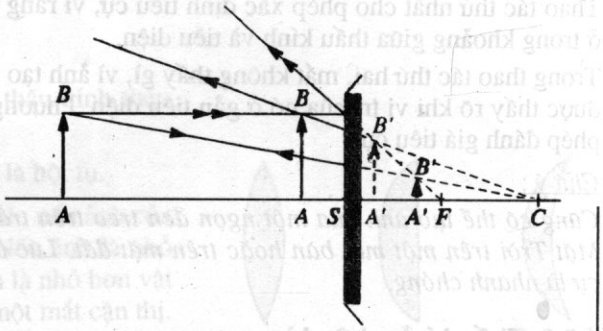
Áp dụng 2

Tìm lại các kết quả của hai quan sát trên đây nhờ sơ đồ của các tia sáng.

Ta vẽ một tia sáng song song với trục, đường đi của nó sau phản xạ sẽ đi qua F và một tia sáng đi qua tâm của gương và sau phản xạ không bị lệch. Vật ở khoảng cách ngắn có màu xám, vật ở khoảng cách lớn có màu đen.



H.5a. *Gương lõm.*



H.5b. *Gương lồi.*

Trong trường hợp một gương lõm, ảnh được tạo ra phía trước gương và mắt của quan sát viên ít nhất phải ở cách một khoảng d_m phía trước ảnh đó. Phương pháp này chỉ có thể áp dụng đối với các tiêu cự nhỏ.

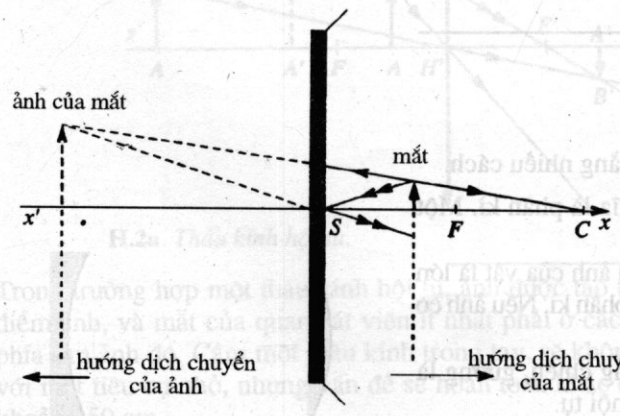
▶ **Để tập luyện : bài tập 2.**

2.2. Đánh giá độ tụ của các gương

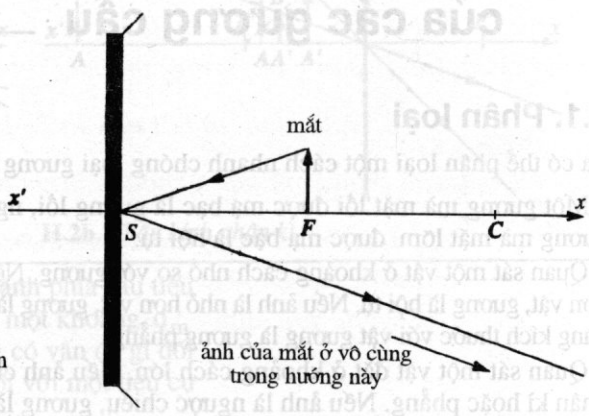
2.2.1. Gương lõm

Đặt một gương lõm sát mắt. Từ từ đưa mắt ra xa. Ảnh lớn lên thuận chiều lúc ra xa (h.6) và trở nên mờ dần, sau đó ảnh là ngược chiều và nhỏ hơn mắt.

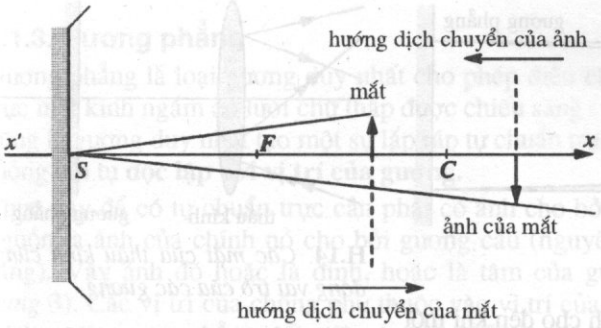
Ảnh của mắt thay đổi khi mắt ở gần tiêu diện. Việc đảo chiều cho phép đo một cách gần đúng tiêu cự của gương.



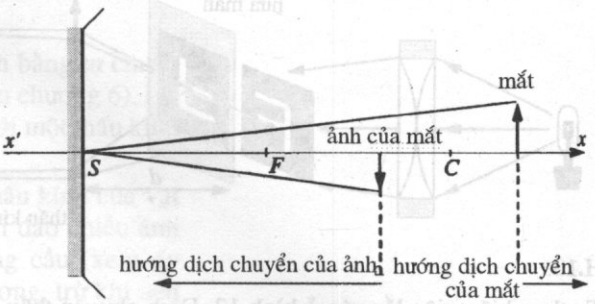
H.6. *Mắt thấy ảnh lớn lên cùng chiều : ảnh ra xa mắt,*



H.7. *Mắt thấy ảnh ở vô cùng, thuận chiều.*



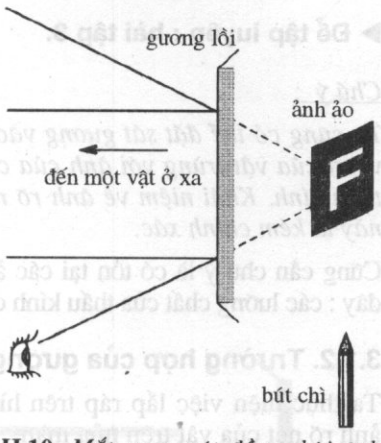
H.8. *Mắt không thể thấy ảnh ở sau mắt.*



H.9. *Mắt thấy ảnh nhỏ hơn mắt và ngược chiều : ảnh ra xa mắt.*

2.2.2. Gương lồi

Ta có thể tìm được vị trí gần đúng của tiêu điểm bằng cách đặt ví dụ, một bút chì để thấy được bút chì này và ảnh của một vật ở khoảng cách lớn trong gương đồng thời rõ nét (h.10)



H.10. *Mắt quan sát đồng thời ảnh của vật qua gương và bút chì.*

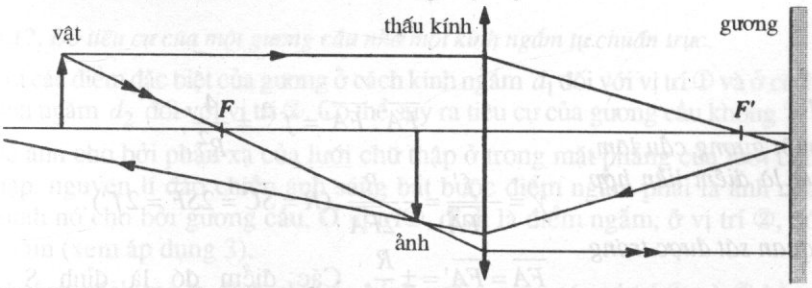
3 Các phương pháp chiếu đối với các hệ hội tụ

Các phương pháp này chỉ được áp dụng trong trường hợp của ảnh thật. Trong trường hợp thông thường lúc vật cũng thật, quang hệ lúc đó cần thiết phải hội tụ.

3.1. Các phương pháp tự chuẩn trực

Phương pháp tự chuẩn trực dựa trên việc quan sát ảnh của vật trong mặt phẳng của vật cho bởi một hệ phản truyền, nghĩa là có chứa một gương

3.1.1. Trường hợp thấu kính mỏng hội tụ



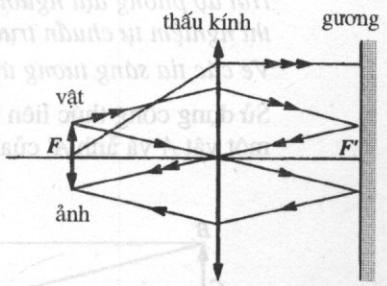
H.11. *Với một vị trí bất kì của vật, vật và ảnh của nó không ở trong cùng một mặt phẳng.*

■ **Nguyên tắc của phương pháp tự chuẩn trực**

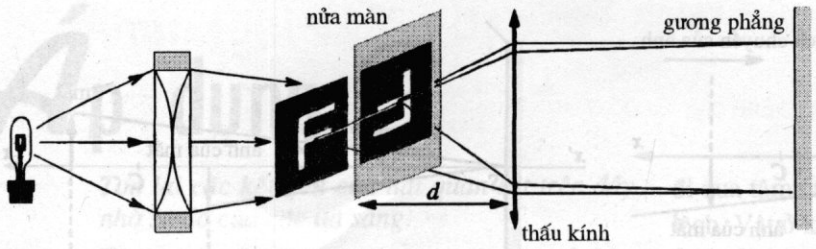
Ảnh của một vật đặt trong tiêu diện vật nhận được sau khi :

- **đi qua thấu kính,**
- **phản xạ trên gương phẳng,**
- **rồi đi qua thấu kính theo chiều ngược lại.**

Ảnh đó nằm trong tiêu diện vật của thấu kính. Độ phóng đại bằng -1: ảnh là ngược chiều (h.12).



H.12. *Để vẽ các tia phản xạ ta đã sử dụng tính chất sau đây : hai tia song song trước một thấu kính sẽ cắt nhau trong tiêu diện ảnh của thấu kính đó.*



H.13.

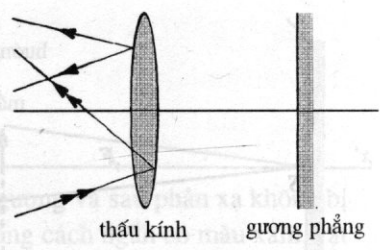
Ta thực hiện việc lắp ráp ở hình 13. Dich chuyển thấu kính cho đến khi một ảnh rõ nét được tạo ra trên màn đặt ở ngang mức của vật. Sau đó ta kiểm tra lại rằng điều kiện đó là được xác nhận đối với vị trí bất kì của gương. Bằng cách đó ta có thể bảo đảm rằng vật là trùng với tiêu điểm vật của thấu kính.

▶ Để tập luyện : bài tập 3.

Chú ý :

Ta cũng có thể đặt sát gương vào thấu kính, vì trong trường hợp này hai vị trí của vật trùng với ảnh của chúng là tiêu diện vật và mặt phẳng của thấu kính. Khái niệm về ảnh rõ nét mang tính chủ quan nên việc đo đạc này là kém chính xác.

Cũng cần chú ý là có tồn tại các ảnh nhiễu kém sáng hơn so với ảnh trước đây : các lưỡng chất của thấu kính cũng đóng vai trò của các gương (h.14).

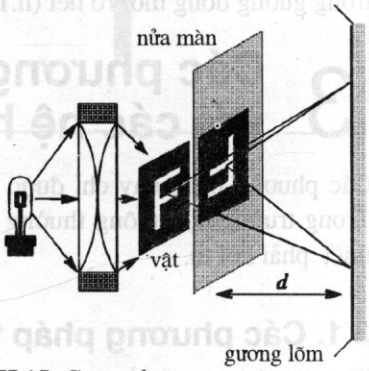


H.14. *Các mặt của thấu kính cũng đóng vai trò của các gương.*

3.1.2. Trường hợp của gương lõm

Ta thực hiện việc lắp ráp trên hình 15. Dịch chuyển gương để thấy một ảnh rõ nét của vật trên nửa màn.

Khoảng cách vật - gương lúc đó bằng $2f'$ điều này cho phép xác định tiêu cự của một gương lõm, vì rằng $d = 2f'$.



H.15. *Gương lõm.*

Áp dụng 3

Tiêu cự

Chứng minh rằng, đối với một gương cầu lõm, có hai điểm của quang trục là điểm liên hợp của chính chúng.

Hỏi độ phóng đại người ta quan sát được trong thí nghiệm tự chuẩn trực ?

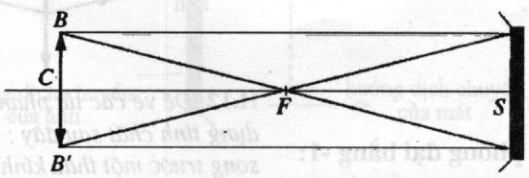
Vẽ các tia sáng tương ứng.

Sử dụng công thức liên hợp ở tiêu điểm đối với một vật A và ảnh A' của nó trên quang trục.

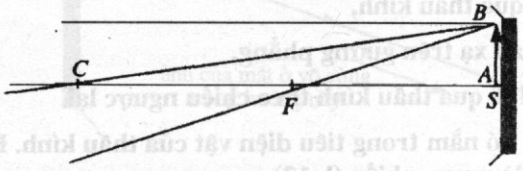
$$\overline{FA}\,.\,\overline{FA'} = f'^2 = \frac{4}{R^2},$$

$$\gamma = -\frac{f'}{\overline{FA}} = -\frac{R}{2\overline{FA}} \quad (R = \overline{SC} = 2\overline{SF} = 2f').$$

$\overline{FA} = \overline{FA'} = \pm\dfrac{R}{2}$. Các điểm đó là đỉnh S $\left(\overline{FA} = -\dfrac{R}{2}\right)$, với $\gamma = 1$ và tâm $C\left(\overline{FA} = \dfrac{R}{2}\right)$, với $\gamma = -1$.



H.16a. *C là điểm liên hợp của chính nó* ($\gamma = -1$).



H.16b. *S là điểm liên hợp của chính nó* ($\gamma = 1$).

3.1.3. Gương phẳng

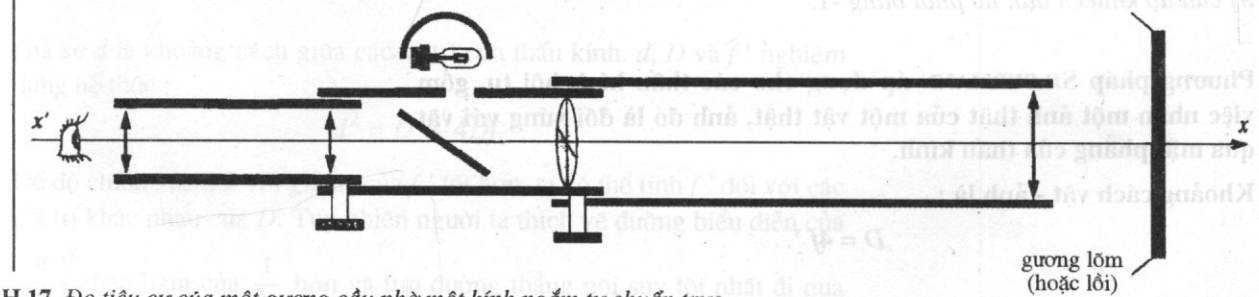
Gương phẳng là loại gương duy nhất cho phép điều chỉnh bằng tự chuẩn trực một kính ngắm có lưới chữ thập được chiếu sáng (xem chương 6). Đó cũng là gương duy nhất tạo một sự lắp ráp tự chuẩn trực với một thấu kính mỏng hội tụ **độc lập với vị trí của gương.**

Thực vậy để có tự chuẩn trực cần phải có ảnh cho bởi thấu kính của vật nguồn là ảnh của chính nó cho bởi gương cầu (nguyên lí đảo chiều ánh sáng). Vậy ảnh đó hoặc là đỉnh, hoặc là tâm của gương cầu (xem *áp dụng* 3). Các vị trí của chúng phụ thuộc vào vị trí của gương, trừ khi nếu đó là một gương phẳng đối với nó tâm là ở vô cùng : Vậy nếu ta dịch chuyển gương, thì cần phải dịch chuyển thấu kính trừ trường hợp của gương phẳng và của vật nguồn ở tiêu điểm vật của thấu kính.

3.14. Kính ngắm có lưới chữ thập được chiếu sáng và gương cầu

Điều chỉnh kính ngắm để có một sự điều chỉnh ở một khoảng cách d độ bốn mươi xăngtimet phía trước kính ngắm (kính ngắm có mặt trước cố định).

Dịch chuyển kính ngắm trên giá quang học cho đến khi có một ảnh rõ nét của lưới chữ thập cho bởi phản xạ và ở trong cùng mặt phẳng với lưới chữ thập (h.17). Thực tế ta tìm được hai vị trí của kính ngắm : một vị trí lúc đó ảnh của lưới chữ thập là thuận (vị trí ①) và một vị trí lúc đó ảnh của lưới chữ thập là ngược (vị trí ②) việc đo khoảng cách d giữa hai vị trí đó cho phép xác định được tiêu cự của gương.



H.17. *Đo tiêu cự của một gương cầu nhờ một kính ngắm tự chuẩn trực.*

Hỏi các điểm đặc biệt của gương ở cách kính ngắm d_1 đối với vị trí ① và ở cách kính ngắm d_2 đối với vị trí ②. Có thể suy ra tiêu cự của gương cầu không ?

Để ảnh cho bởi phản xạ của lưới chữ thập ở trong mặt phẳng của lưới chữ thập, nguyên lí đảo chiều ánh sáng bắt buộc điểm ngắm phải là ảnh của chính nó cho bởi gương cầu. Ở vị trí①, đỉnh là điểm ngắm, ở vị trí ②, đó là tâm (xem áp dụng 3).

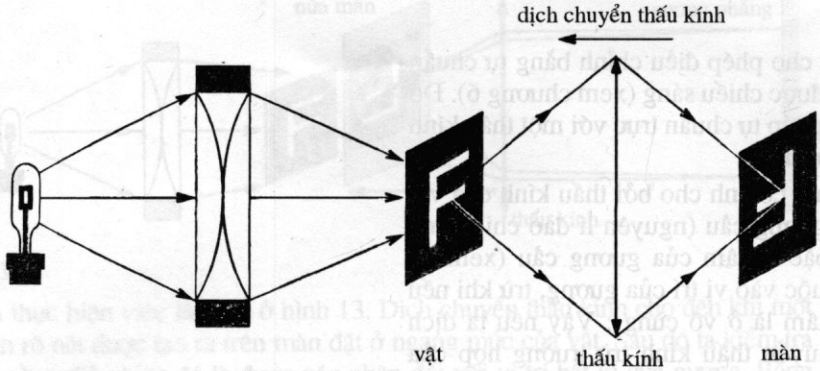
Khoảng cách mà ta dịch chuyển kính ngắm giữa các vị trí ① và ② bằng bán kính cong của gương, vậy bằng hai lần tiêu cự của gương

3.2. Phương pháp SILBERMANN và BESSEL đối với một thấu kính mỏng hội tụ

3.2.1. Phương pháp SILBERMANN

Phương pháp SILBERMANN sử dụng điều ghi nhận dưới đây đối với các thấu kính hội tụ : khoảng cách tối thiểu D giữa *một* **vật thật** và **ảnh** của nó, **trong trường hợp ảnh đó là thật**, là bằng $4f'$, từ đó :

$$D \geq 4f'.$$



◀ **H.18.** *Phương pháp* SILBERMANN.

Sử dụng lắp ráp ở hình 18. Ta dịch chuyển màn để một ảnh rõ nét của vật được tạo ra ở đó. Nếu điều đó không thể ta phải đưa xa thấu kính ra khỏi vật. Từ từ đưa thấu kính lại gần vật đến khi có thể tìm được một vị trí của màn mà trên đó ảnh là rõ nét. Lúc đó khoảng cách vật - màn bằng $4f'$:

$$D = 4f'.$$

Khái niệm ảnh rõ nét mang tính chủ quan, việc đo đạc này là kém chính xác.

Chú ý :

Ta có thể cải thiện độ chính xác của phép đo này bằng cách kiểm tra giá trị của độ khuếch đại, nó phải bằng -1.

Phương pháp SILBERMANN áp dụng cho các thấu kính hội tụ, gồm việc nhận một ảnh thật của một vật thật, ảnh đó là đối xứng với vật qua mặt phẳng của thấu kính.

Khoảng cách vật - ảnh là :

$$D = 4f'.$$

Áp dụng 4

Chứng minh khoảng cách tối thiểu giữa một vật thật A và ảnh A' của nó cho bởi một thấu kính hội tụ là bằng $4f'$ nếu ảnh là thật.

Chứng minh rằng vật và ảnh là đối xứng nhau qua thấu kính và độ phóng đại tương ứng là bằng -1.

Công thức NEWTON cho :

$$xx' = -f'^2 \text{ và } \gamma = \frac{f'}{x},$$

với $x = \overline{FA}$ và $x' = \overline{FA'}$.

Khoảng cách vật - ảnh thỏa mãn

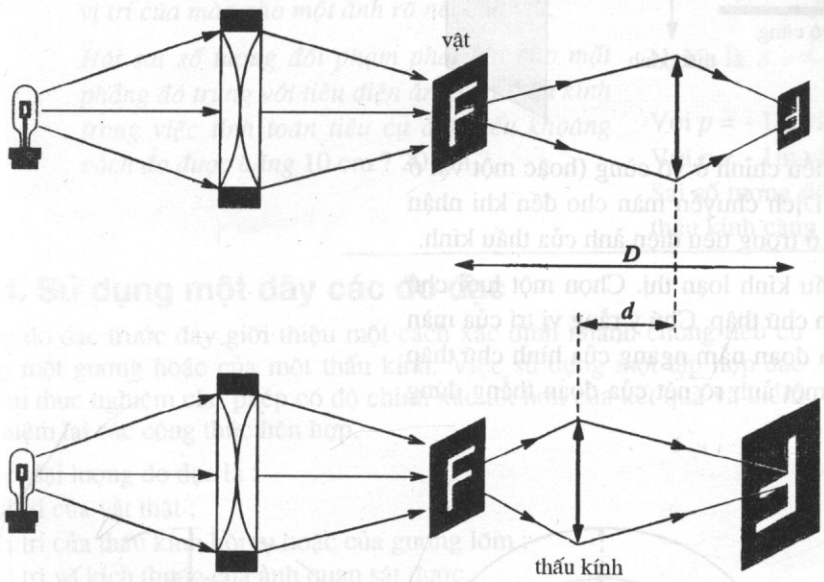
$$x' + 2f' - x = 0$$

Đạo hàm các hệ thức đó, $\frac{dx}{x} + \frac{dx'}{x'} = 0$ và $dx - dx' = 0$ (khoảng cách tối thiểu).

Vậy $x' = -x = f'$ (trường hợp $x = f'$ tương ứng với vật đặt sát thấu kính) từ đó ta có khoảng cách tối thiểu bằng $4f'$ và độ phóng đại bằng -1.

3.2.2. Phương pháp BESSEL

Ta cố định khoảng cách D giữa vật thật và màn. Tìm hai vị trí của thấu kính mà đối với các vị trí đó một ảnh rõ nét được tạo ra trên màn. Nếu điều đó không được, cần tăng khoảng cách D (h.19) ($D > 4f'$)



◀ **H.19**. *Phương pháp* BESSEL.

Giả sử d là khoảng cách giữa các vị trí của thấu kính. d, D và f' nghiệm đúng hệ thức :

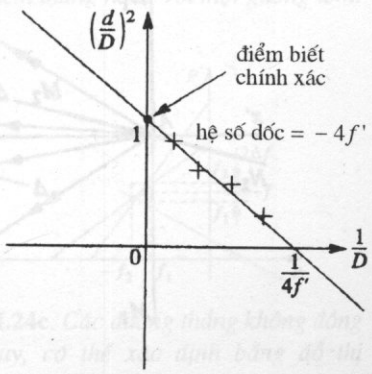
$$d^2 = D^2 - 4Df'.$$

Để độ chính xác đối với giá trị của f' tốt hơn, ta có thể tính f' đối với các giá trị khác nhau của D. Tuy nhiên người ta thích vẽ đường biểu diễn của $\left(\frac{d}{D}\right)^2$ theo hàm của $\frac{1}{D}$ hơn và tìm đường thẳng nội suy tốt nhất đi qua điểm (0,1). Độ dốc của đường đó bằng $-4f'$ (*h*.20) :

$$\left(\frac{d}{D}\right)^2 = 1 - 4\frac{f'}{D}.$$

Đối với khoảng cách $D > 4f'$ giữa vật thật và ảnh thật của nó, có tồn tại hai vị trí của thấu kính cách nhau d, mà đối với các vị trí đó ảnh là rõ nét. D, d và f' nghiệm đúng :

$$\left(\frac{d}{D}\right)^2 = 1 - 4\frac{f'}{D}.$$

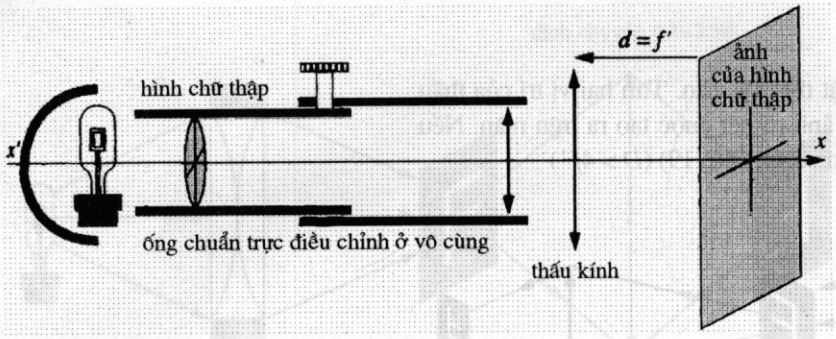


H.20. *Cải thiện phương pháp* BESSEL.

▶ Để tập luyện : bài tập 3 và 4.

3.3. Sử dụng một ống chuẩn trực : quan sát một vật ở vô cùng

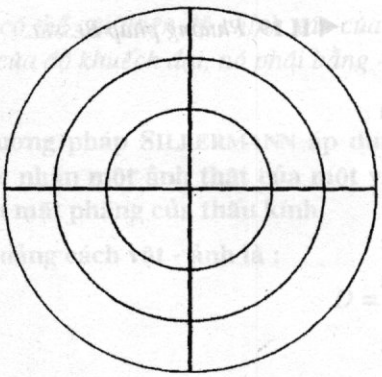
Phương pháp này được sử dụng đối với các thấu kính mỏng hội tụ. Nó cũng có thể được xem xét đối với các gương hội tụ lúc xê dịch nhẹ trục của ống chuẩn trực so với trục của gương.



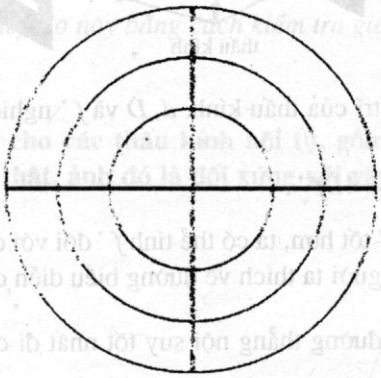
◀ **H.21.**

Ta sử dụng một ống chuẩn trực điều chỉnh ở vô cùng (hoặc một vật ở cách xa khoảng 100 mét là đủ). Dịch chuyển màn cho đến khi nhận được một ảnh rõ nét. Lúc đó màn ở trong tiêu diện ảnh của thấu kính.

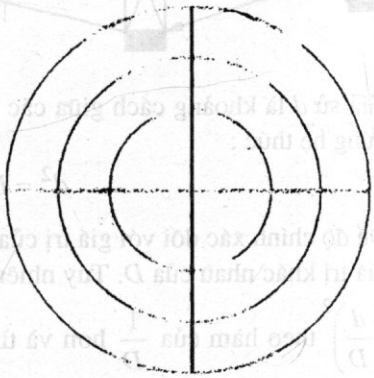
Ta tìm tiêu diện ảnh của một thấu kính loạn thị. Chọn một lưới chữ thập mà thước chia độ là một hình chữ thập. Chú ý rằng vị trí của màn tương ứng với một ảnh rõ nét của đoạn nằm ngang của hình chữ thập là khác với vị trí tương ứng với một ảnh rõ nét của đoạn thẳng đứng (h.22).



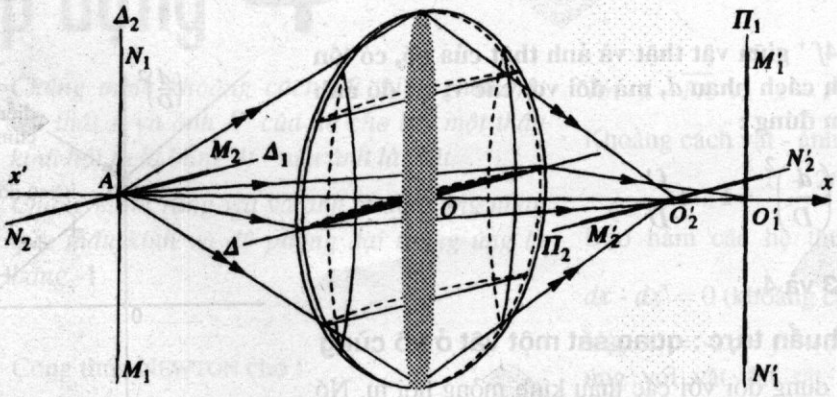
H.22a. *Hình chữ thập của ống chuẩn trực.*



H.22b. *Ảnh của hình chữ thập. Vạch ngang là rõ nét.*



H.22.c. *Ảnh của hình chữ thập. Vạch dọc là rõ nét.*



H.23. *Thấu kính này của một kính ngắm loạn thị cho phép sửa một thủy tinh thể không cầu.*

Áp dụng 5

Một vật đặt ở đầu một giá quang học và một thấu kính mỏng đặt cách vật 1 m. *Người ta tìm vị trí của màn cho một ảnh rõ nét của vật.*

Hỏi sai số tương đối phạm phải khi cho mặt phẳng đó trùng với tiêu diện ảnh của thấu kính trong việc tính toán tiêu cự ảnh nếu khoảng cách đo được bằng 10 cm ? 20 cm ?

Sử dụng công thức DESCARTES.

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f}.$$

Nghĩa là $\delta = \dfrac{f'-p'}{p'} = \dfrac{p'}{p'-p}$.

Với p = - 1m và p' = 10cm , δ = 9%.

Với p = - 1m và p' = 20cm , δ = 17%.

Sai số tương đối càng nhỏ nếu tiêu cự ảnh của thấu kính càng nhỏ.

3.4. Sử dụng một dãy các đo đạc

Các đo đạc trước đây giới thiệu một cách xác định nhanh chóng tiêu cự của một gương hoặc của một thấu kính. Việc sử dụng một tập hợp các điểm thực nghiệm cho phép có độ chính xác tốt hơn của kết quả và kiểm nghiệm lại các công thức liên hợp.

Các đại lượng đo đạc là :

- vị trí của vật thật ;
- vị trí của thấu kính hội tụ hoặc của gương lõm ;
- vị trí và kích thước của ảnh quan sát được.

3.4.1. Toán đồ các điểm thẳng hàng

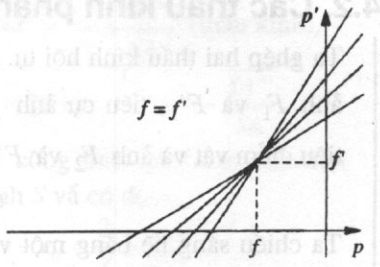
Đối với mỗi vị trí của thấu kính hoặc của gương ta kẻ đường thẳng đi qua các điểm có các tọa độ $(p, 0)$ và $(0, p')$

Về mặt lí thuyết các đường thẳng đó đồng quy. Điểm gặp nhau của chúng có tọa độ (f, f') (h.24a và b).

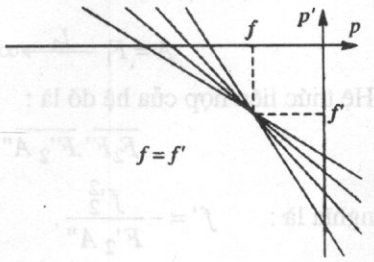
Đối với một thấu kính độ dốc của các đường thẳng đó là ngược dấu với độ phóng đại.

Đối với một gương, độ dốc của các đường thẳng là bằng độ phóng đại.

Trong thực tế các đường thẳng đó không cắt nhau chính xác tại một điểm. Có tồn tại một vùng gặp nhau cho phép xác định tiêu cự với một sai số (h.24c).



H.24a. *Nguyên tắc của toán đồ các điểm thẳng hàng với một thấu kính mỏng hội tụ.*



H.24b. *Nguyên tắc của toán đồ các điểm thẳng hàng với một gương lõm.*

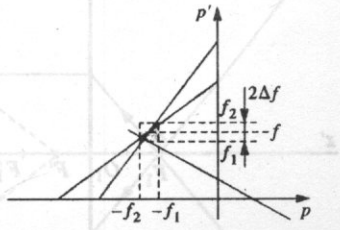
▶ Để tập luyện : bài tập 5.

3.4.2. Vẽ $\dfrac{1}{p'} = f\left(\dfrac{1}{p}\right)$ và nghiên cứu độ phóng đại ngang

Ta có thể vẽ $\dfrac{1}{p'}$ theo hàm của $\dfrac{1}{p}$ và tìm đường thẳng có độ dốc bằng 1 đối với thấu kính và bằng -1 đối với gương, có nội suy tốt nhất.

Tung độ ở điểm gốc của đường thẳng đó bằng $\dfrac{1}{f'}$.

Đo kích thước của ảnh ta có thể nghiệm lại rằng độ phóng đại được cho bởi $\dfrac{p'}{p}$ đối với thấu kính và $-\dfrac{p'}{p}$ đối với gương.



H.24c. *Các đường thẳng không đồng quy, có thể xác định bằng đồ thị* $f \pm \Delta f$.

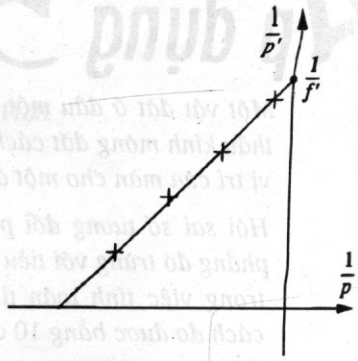
4 Các phương pháp chiếu đối với các hệ hội tụ

4.1. Các thấu kính hội tụ

Ta có thể ghép một thấu kính hội tụ, có độ tụ v_o đã biết, với một thấu kính phân kì để hệ là tương đương với một thấu kính mỏng hội tụ có độ tụ bằng v.

Lúc đó có thể áp dụng các phương pháp trước đây. Tiêu cự của thấu kính được cho bởi

$$\frac{1}{f'} = v - v_o .$$



H.25a. *Thấu kính mỏng hội tụ.*

4.2. Các thấu kính phân kì : phương pháp BADAL

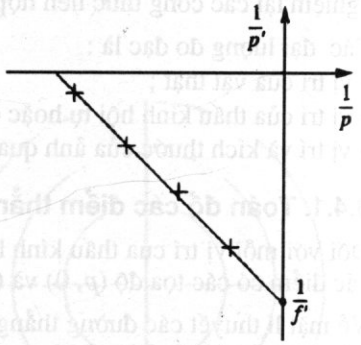
Ta ghép hai thấu kính hội tụ L_1 (quang tâm O_1, các tiêu điểm vật và ảnh F_1 và F'_1, tiêu cự ảnh $f'_1 = \overline{O_1F'_1}$) và L_2 (quang tâm O_2, các tiêu điểm vật và ảnh F_2 và F'_2, tiêu cự ảnh $f'_2 = \overline{O_2F'_2}$) mà :

$$O_1O_2 > f'_2$$

Ta chiếu sáng hệ bằng một vật AB ở trong tiêu diện vật F_1 của L_1.

Ảnh $A'B'$ cho bởi hệ là ở trong tiêu diện ảnh F'_2 của L_2.

Đặt một thấu kính phân kì chưa biết : $L_{ph.k}$ trong tiêu diện vật F_2 của L_2 (quang tâm F_2, tiêu điểm vật và ảnh F và F', tiêu cự ảnh $f' = \overline{F_2F'}$).



H.25b. *Gương lõm.*

Ảnh $A''B''$ (h.26), thật và ở xa hơn F'_2 mà :

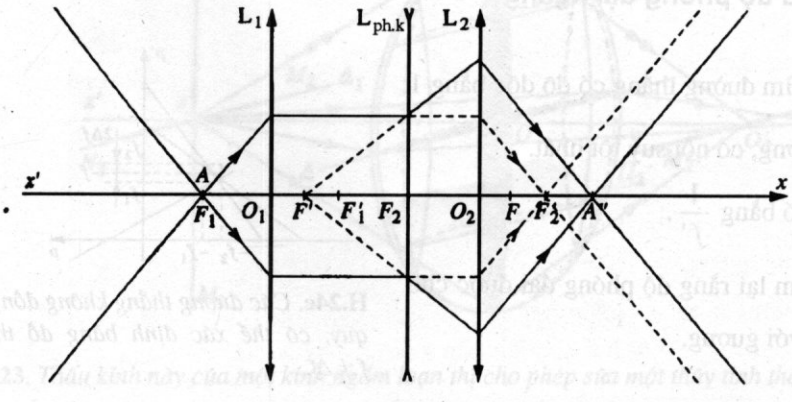
$$A = F_1 \xrightarrow{L_1} \infty \xrightarrow{L_{ph.k}} F' \xrightarrow{L_2} A'' .$$

Hệ thức liên hợp của hệ đó là :

$$\overline{F_2F'}.\overline{F'_2A''} = -f'^2_2 = f'.\overline{F'_2A''},$$

nghĩa là : $f' = -\dfrac{f'^2_2}{F'_2A''}$.

Vậy chỉ cần biết tiêu cự của thấu kính L_2, và độ dịch chuyển F'_2A'' của ảnh là đủ để xác định tiêu cự ảnh của thấu kính phân kì chưa biết.



◀ **H.26**. *Sơ đồ của phương pháp* BADAL.

4.3. Các gương lồi

Ta có thể sử dụng các phương pháp trước đây bằng cách ghép sát một thấu kính hội tụ có độ tụ đã biết vào một gương lồi.

Thực tế, một hệ thấu kính mỏng độ tụ v_o ghép sát một gương cầu tiêu cự f là tương đương với một gương cầu trong cùng mặt phẳng và có tiêu cự bằng : $\dfrac{1}{\dfrac{2}{f}+v_o}$.

Nếu giá trị này là dương, gương tương đương là hội tụ.

Áp dụng 6

Tìm lại biểu thức của tiêu cự của hệ {thấu kính mỏng – gương cầu}.

Giả sử A', A'' và A''' là các ảnh kế tiếp của một điểm của trục.

Các công thức liên hợp của DESCARTES cho :

$$\frac{1}{\overline{SA'}}-\frac{1}{\overline{SA}}=v \text{ và } \gamma'=+\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} \text{ (thấu kính),}$$

$$\frac{1}{\overline{SA''}}+\frac{1}{\overline{SA'}}=v_o \text{ và } \gamma''=-\frac{\overline{SA''}}{\overline{SA'}} \text{ (gương),}$$

$$\frac{1}{\overline{SA'''}}-\frac{1}{\overline{SA''}}=v \text{ và } \gamma'''=+\frac{\overline{SA'''}}{\overline{SA''}} \text{ (thấu kính),}$$

từ đó $\dfrac{1}{\overline{SA'''}}+\dfrac{1}{\overline{SA}}=2v+v_o$ và $\gamma=-\dfrac{\overline{SA'''}}{\overline{SA}}$.

Ta tìm lại được công thức liên hợp của một gương cầu có đỉnh S và có độ tụ :

$$2v+v_o=\frac{2}{f}+v_o,$$

vậy có tiêu cự $\dfrac{1}{\dfrac{2}{f}+v_o}$.

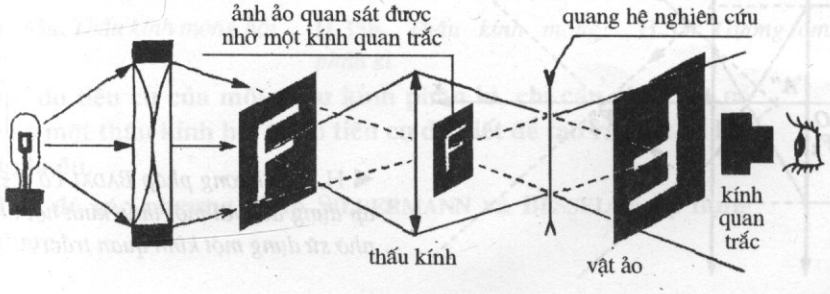
5 Phương pháp tổng quát

5.1. Giới thiệu

Các phương pháp đề xuất bây giờ cần việc sử dụng một kính quan trắc và một thấu kính hội tụ.

Việc sử dụng một kính quan trắc cho phép một sự tiếp cận ít hạn chế hơn trong việc ngắm các ảnh : bằng cách tác động lên khoảng cách giữa ảnh và kính, ta xác định được vị trí của một ảnh thật hoặc ảo cho bởi quang hệ.

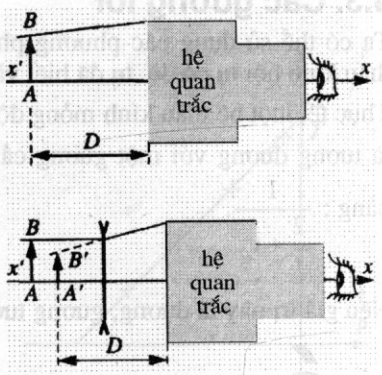
Việc sử dụng một vật "có khả năng" là ảo cho phép đạt được sự liên hợp đối với mọi loại vật.



◀ **H.27**. *Kính quan trắc cho phép xác định vị trí của các ảnh ảo.*

5.2. Sử dụng một kính quan trắc

Hình 28 mô tả nguyên tắc dùng kính quan trắc để có một ảnh ảo cho bởi một thấu kính phân kì trong trường hợp một vật thật, D kí hiệu khoảng cách điều chỉnh của kính quan trắc.



H.28.

5.2.1. Sử dụng hệ thức liên hợp của một hệ

> Nhờ một kính quan trắc ta ngắm vật khi không có quang hệ nghiên cứu và, sau khi đã đặt lại hệ ở vị trí của nó, ta ngắm hệ và ảnh của vật.

Vậy kĩ thuật này cho phép dùng lại các thao tác đã giới thiệu ở §3.2.2. Nhưng việc sử dụng một kính quan trắc cho phép một sự tiếp cận ít hạn chế hơn, vì có thể :

- ngắm một vật thật hoặc ảo đối với hệ nghiên cứu khi hệ đó đã được đặt lại ở vị trí của nó ;
- ngắm một ảnh thật hoặc ảo cho bởi hệ nghiên cứu.

Nhờ các cách ngắm dọc, ta tiếp cận được với sự liên hợp thực hiện bởi hệ đó. Ta sẽ đo độ phóng đại với các cách ngắm ngang. Nhưng khoảng cách D của việc hiệu chỉnh kính quan trắc có thể làm cho một số cách ngắm không thực hiện được.

5.2.2. Tổng quát hóa phương pháp BESSEL đối với các thấu kính mỏng

Ta có thể tổng quát hóa phương pháp BESSEL đối với các thấu kính hội tụ.

> Chọn một vật thật hoặc ảo mà ta sẽ ngắm bằng kính quan trắc. Dịch chuyển kính ngắm từ D (D có thể là âm). Đặt một thấu kính trên giá quang học và tìm hai vị trí của thấu kính cho một ảnh rõ nét ở trong kính quan trắc. Chỉ cần xác định hai vị trí tương ứng của đế thấu kính trên giá quang học là đủ vì rằng chỉ sự khác nhau D là quan trọng.

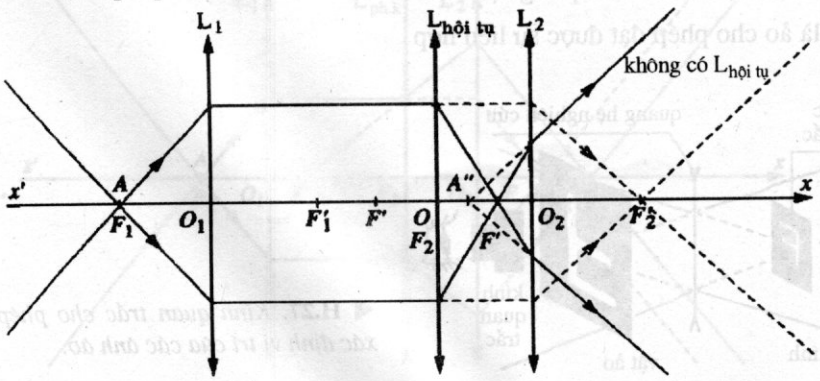
▶ Để tập luyện : bài tập 6.

5.2.3. Tổng quát hóa phương pháp BADAL đối với các thấu kính mỏng hội dụ

Ta có thể tổng quát hóa phương pháp BADAL đối với các thấu kính hội tụ, ta có :

$$f' = -\frac{f'^2_2}{\overline{F'_2 A''}} \quad \text{với} \quad \overline{F'_2 A''} < 0,$$

vậy A'' có thể là ảo (h.29). Trong các điều kiện đó kính quan trắc là có ích và cho phép xác định tiêu cự của thấu kính hội tụ.

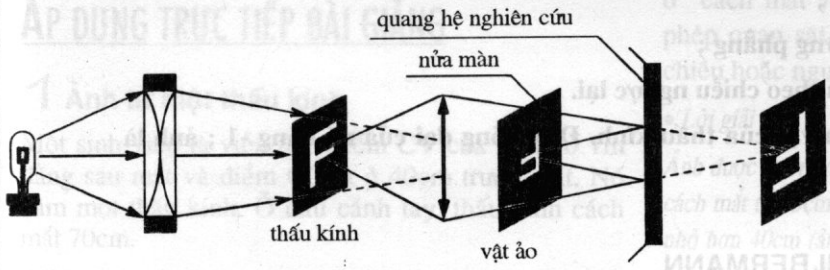


◀ H.29. *Phương pháp* BADAL *có thể áp dụng đối với một thấu kính hội tụ nhờ sử dụng một kính quan trắc.*

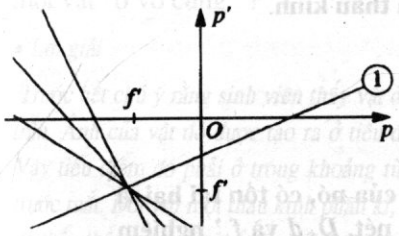
5.2.4. Phương pháp toán đồ các điểm thẳng hàng

Các lần ngắm liên tiếp nhận được đối với các vật thật hoặc ảo cho các toán đồ bên cạnh (h.30).

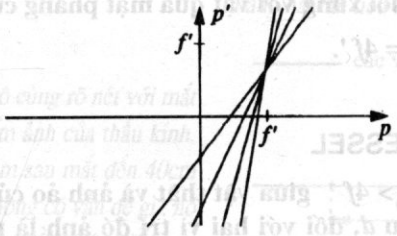
Đối với các gương việc quan sát của ảnh ảo nhờ một kính quan trắc là không dễ và cần thiết phải dịch chuyển vật có kính quan trắc đối với trục của gương. Một việc chiếu lên nửa màn thường là thực tế hơn (h.31).



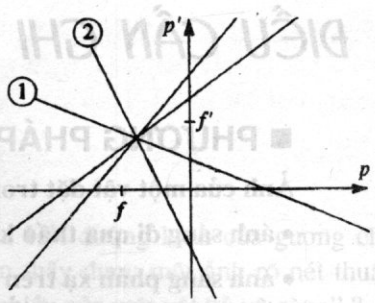
H.31.



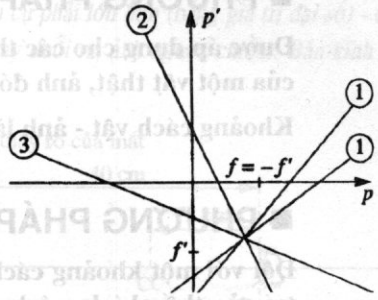
H.32a. *Trường hợp gương lõm kết quả thực nghiệm. ① tương ứng với một* vật ảo.



H.32b. *Trường hợp gương lồi, kết quả thực nghiệm .*



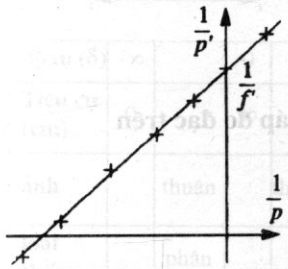
H.30a. *Thấu kính hội tụ kết quả thực nghiệm ① tương ứng với một vật ảo ② tương ứng với một ảnh ảo.*



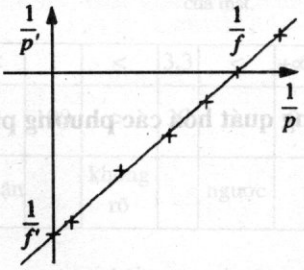
H.30d. *Thấu kính phân kì kết quả thực nghiệm. ① tươngứng với một vật và một ảnh ảo, ② đối với một vật ảo, ③ đối với một ảnh ảo.*

5.2.5. Vẽ $\frac{1}{p'} = f\left(\frac{1}{p}\right)$

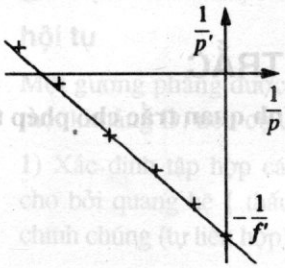
Nhờ việc sử dụng một kính quan trắc có thể kẻ được toàn bộ đường cong tương ứng đối với thấu kính hội tụ, phân kì, các gương lõm và gương lồi. Một lần nữa lại phải tìm đường thẳng với nội suy tốt nhất có độ dốc -1. Giao điểm của đường thẳng đó với trục tung cho phép xác định tiêu cự.



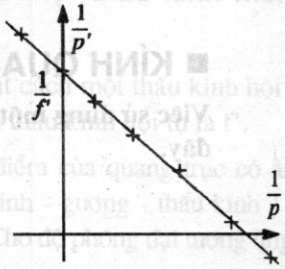
H.33a. *Thấu kính mỏng hội tụ.*



H.33b. *Thấu kính mỏng phân kì.*



H.33c. *Gương lõm.*



H.33d. *Gương lồi.*

Để đo tiêu cự của một thấu kính phân kì, chỉ cần ghép sát nó vào một thấu kính hội tụ có tiêu cự đã biết để tạo ra một hệ hội tụ là đủ.

Lúc đó các phương pháp SILBERMANN và BESSEL là áp dụng được.

ĐIỀU CẦN GHI NHỚ

■ PHƯƠNG PHÁP TỰ CHUẨN TRỰC

Ảnh của một vật đặt trong tiêu diện vật nhận được sau khi :

- **ánh sáng đi qua thấu kính ;**
- **ánh sáng phản xạ trên gương phẳng ;**
- **sau đó lại đi qua thấu kính theo chiều ngược lại.**

Ảnh đó là ở trong tiêu diện vật của thấu kính. Độ phóng đại của nó bằng -1 ; ảnh là ngược chiều.

■ PHƯƠNG PHÁP SILBERMANN

Được áp dụng cho các thấu kính hội tụ, phương pháp này gồm việc nhận một ảnh thật của một vật thật, ảnh đó là đối xứng với vật qua mặt phẳng của thấu kính.

Khoảng cách vật - ảnh là $D = 4f'$.

■ PHƯƠNG PHÁP BESSEL

Đối với một khoảng cách $D > 4f'$ giữa vật thật và ảnh ảo của của nó, có tồn tại hai vị trí của thấu kính, cách nhau d, đối với hai vị trí đó ảnh là rõ nét. D, d và f' nghiệm đúng :

$$\left(\frac{d}{D}\right)^2 = 1 - \frac{4f'}{D}.$$

■ THẤU KÍNH PHÂN KÌ

Để đo tiêu cự của một thấu kính phân kì, chỉ cần ghép sát nó vào một thấu kính hội tụ, có tiêu cự đã biết, để tạo ra một hệ hội tụ là đủ. Lúc đó các phương pháp SILBERMANN và BESSEL là áp dụng được.

■ KÍNH QUAN TRẮC

Việc sử dụng một kính quan trắc cho phép tổng quát hóa các phương pháp đo đạc trên đây.

Bài tập

ÁP DỤNG TRỰC TIẾP BÀI GIẢNG

1 Ảnh từ một thấu kính

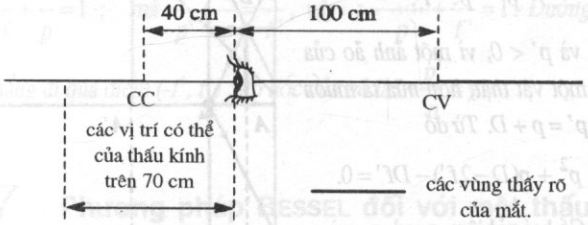
Một sinh viên là viễn thị. Điểm CV của nó là ở 1m đằng sau mắt và điểm CC là ở 40cm trước mắt. Nó cầm một thấu kính. Ở đầu cánh tay, thấu kính cách mắt 70cm.

Hỏi độ tụ của một thấu kính cho phép cậu sinh viên đó thấy một ảnh rõ nét thuận hoặc ngược chiều, của một vật "ở vô cùng" ?

• *Lời giải*

Trước hết chú ý rằng sinh viên thấy vật ở vô cùng rõ nét với mắt trần. Ảnh của vật đó được tạo ra ở tiêu điểm ảnh của thấu kính. Vậy tiêu điểm đó phải ở trong khoảng từ 1m sau mắt đến 40cm trước mắt. Đối với một thấu kính phân kì, không có vấn đề gì : nó đã thấy thấu kính rõ nét ở đầu cánh tay, huống hồ là tiêu điểm.

Đối với một thấu kính hội tu, tiêu cự phải lớn hơn 1m (ảnh ở CV thấu kính sát mắt, ảnh thuận) hoặc bé hơn 30cm (ảnh ở CC, cánh tay duỗi ra, ảnh ngược)



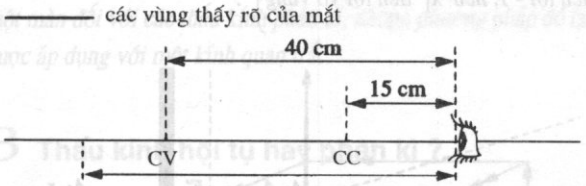
độ tụ (δ)	-∞		0	<	1	<	3,3	<	+∞
Tiêu cự (cm)	0		∞	>	100	>	30	>	0
ảnh		thuận		thuận		không rõ		ngược	
loại thấu kính		phân kì				hội tụ			

2 Ảnh từ một gương

Một quan sát viên là cận thị. Điểm cực viễn của quan sát viên đó ở cách mắt 75cm và điểm CC cách mắt 15cm. Anh ta cầm một gương. Ở đầu cánh tay gương ở cách mắt 75cm. Hỏi đường kính của gương cho phép quan sát viên thấy được một ảnh rõ nét thuận chiều hoặc ngược chiều của một vật "ở vô cùng" ?

• *Lời giải*

Ảnh được tạo ra ở tiêu điểm ảnh của gương, tiêu điểm đó phải ở cách mắt từ 15cm đến 40cm. Đối với một gương lồi tiêu cự phải nhỏ hơn 40cm (ảnh ở CV, gương sát mắt, ảnh thuận chiều). Đối với một gương lồi tiêu cự phải lớn hơn (bằng giá trị đại số) - 60 cm (ảnh ở CC, cánh tay duỗi ra, ảnh ngược chiều). Bán kính là bằng hai lần tiêu cự.



tiêu cự (cm)	-∞	>	-60	>	0	>	40	>	+∞
bán kính (cm)	-∞	>	-120	>	0	>	80	>	+∞
ảnh		không nét		ngược		thuận		không nét	
loại gương		lõm				lồi			

3 Tự chuẩn trực của một thấu kính mỏng hội tụ

Một gương phẳng được đặt cách một thấu kính hội tụ một khoảng D, tiêu cự của thấu kính hội tụ là f'.

1) Xác định tập hợp các điểm của quang trục có ảnh cho bởi quang hệ { thấu kính - gương - thấu kính } là chính chúng (tự liên hợp). Cho độ phóng đại tương ứng.

2) Có thể chứng minh rằng một hệ đồng trục {thấu kính - gương} là tương đương với một gương cầu.

Các điểm tìm thấy trong 1) đóng vai trò gì ?

Biểu diễn các tia sáng đi ra từ các điểm đó.

• *Lời giải*

1) $A \xrightarrow{\text{thấu kính}} A_1 \xrightarrow{\text{gương}} A_2 \xrightarrow{\text{thấu kính}} A_3$

A_1 : *các công thức* NEWTON *cho :*

$$xx_1 = -f'^2 \text{ và } \gamma_1 = \frac{f'}{x}, \text{ với } x = \overline{FA} \text{ và } x_1 = \overline{F'A_1}.$$

$A_2 : x_2 = 2(D - f') - x_1$, *và* $\gamma_2 = 1$, *với* $x_2 = \overline{F'A_2}$.

A_3 : $x_3 x_2 = -f'^2$ và $\gamma_1 = \frac{f'}{x}$, *với* $x_3 = \overline{FA_3}$.

• *Nếu* $x \neq 0$. *Ta muốn* $x_3 = x$. *từ đó* $x(2(D - f') - x_1) = -f'^2$,

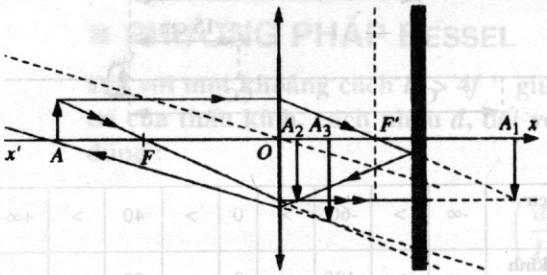
nghĩa là $x\left(2(D-f') + \frac{f'^2}{x}\right) = -f'^2$, *từ đó* $x = -\frac{f'^2}{(D-f')}$ và $\gamma = 1$.

• Nếu $x = 0$: x_1 *là vô cùng,* x_2 *cũng vậy : từ đó* $x_3 = 0 = x$.

F là điểm liên hợp của chính nó, việc kiểm nghiệm bằng đồ thị là có ngay.

$\gamma = -1$ *(*$x_3 = \frac{xx_1}{x_2}, \gamma_1 = -\frac{x_1}{f'}, \gamma_3 = -\frac{f'}{x_2}$ *vậy* $\gamma = \frac{x_1}{x_2}$ và $\frac{x_1}{x_2}$

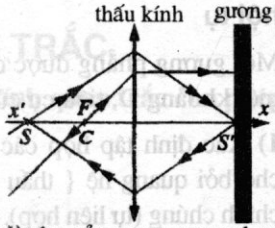
tiến tới - 1, nếu x_1 *tiến tới vô vùng)* .



Phương pháp khác :

Để A là ảnh của chính nó thì ảnh của nó cho bởi thấu kính A_1 *phải là ảnh của chính nó cho bởi gương. Vậy* A_1 *hoặc là đỉnh của gương, hoặc là một điểm ở vô cùng.*

Từ đó $x = -\frac{f'^2}{D - f'}$ *; vì rằng* $x_1 = D - f'$ *(đỉnh) hoặc* $x = 0$ *(điểm ở vô cùng).*



2) *Hai điểm của trục của một gương cầu là điểm liên hợp của chính chúng là đỉnh S (độ phóng đại 1) và tâm C (độ phóng đại -1)*

Từ đó tiêu điểm vật của thấu kính là tâm của gương tương đương và điểm $x = -\frac{f'^2}{D - f'}$ *là đỉnh của nó.*

4 Phương pháp BESSEL

1) Chứng thực các kết quả của phương pháp BESSEL.

2) Chứng minh rằng trong trường hợp D nhỏ hơn $4f'$, không có một lời giải nào.

3) Chứng minh rằng các độ phóng đại của ảnh γ_1 tương ứng với vị trí ① của thấu kính và γ_2 ở vị trí ② là liên hệ với nhau bởi $\gamma_1\gamma_2 = 1$.

• *Lời giải*

1) Công thức NEWTON *cho* $xx' = -f'^2$ *với* $x = \overline{FA}$ *và* $x' = \overline{FA'}$ *:* $D = x' + 2f' - x$, *từ đó* $x^2 + (D - 2f')x + f'^2 = 0$. *Hiệu của hai nghiệm, nếu chúng tồn tại là bằng* $\sqrt{\Delta}$ *, vậy :*

$$d^2 = \Delta = (D-2f')^2 - 4f'^2 = D^2 - 4Df'.$$

2) *nếu* $D < 4f'$, *không có nghiệm* ($d^2 < 0$)

3) $\gamma = \frac{f'}{x}$ *, vậy* $\gamma_1\gamma_2 = \frac{f'^2}{x_1 x_2} . x_1 x_2 = f'^2$ *, vậy* $\gamma_1\gamma_2 = 1$.

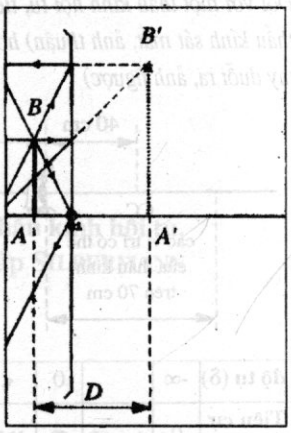
5 Có tồn tại một phương pháp BESSEL đối với các gương lõm không ?

Đặt nửa màn ở khoảng D so với một vật thật. Có tồn tại hai vị trí của một gương hội tụ, cách nhau d, cho một ảnh rõ nét của vật trên nửa màn không ?

• *Lời giải*

Công thức Descartes :

$$\frac{1}{p'} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}, p < 0$$



và $p' < 0$, *vì một ảnh ảo của một vật thật, hơn nữa ta muốn* $p' = p + D$. *Từ đó*

$$p^2 + p(D - 2f') - Df' = 0.$$

Có hai nghiệm p_1 *và* p_2 *vì*

$$\Delta = (D-2f')^2 + 4Df'^2 = D^2 + 4f'^2 > 0$$

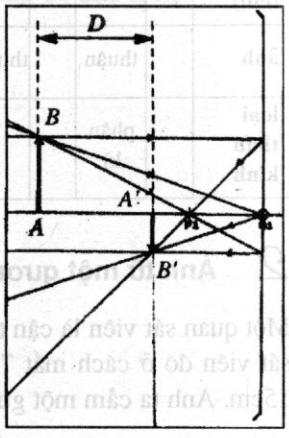
$p_1 < 0$ *và* $p_2 < 0$, *vậy* $p_1 + p_2 < 0$

Từ đó $D - 2f' < 0$, *nghĩa là* $D < 2f'$

$f'' < 0, p_1 p_2 > 0$, *vậy* $D > 0$.

Hiệu của hai nghiệm đó là $\sqrt{\Delta}$ *, từ đó* $d^2 = \Delta = D^2 + 4f'^2$.

Vậy có tồn tại hai vị trí của gương cách nhau $\sqrt{D^2 + 4f'^2}$



sao cho khoảng cách vật ảnh là D> 0.

Giả sử p' là nghiệm của phương trình :

$$p'^2 + p'(D - 2f') + Df' = 0$$

Tích của các nghiệm của phương trình đó là âm (f' < 0 và D > 0), vậy các giá trị của p'_1 và p'_2 của p' có dấu ngược nhau. Vậy phương pháp không sử dụng được, vì nếu p' là dương, ảnh tương ứng là ảo, vậy không quan sát được trực tiếp trên màn. Phương pháp BESSEL không áp dụng được đối với các gương lõm

6 Toán đồ các điểm thẳng hàng

Nghiệm lại nguyên tắc toán đồ các điểm thẳng hàng đối với thấu kính mỏng và gương cầu.

• *Lời giải*

– Thấu kính mỏng

Công thức DESCARTES : $\frac{y}{p'} + \frac{x}{p} = 1$ *mà* $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$, *vậy :*

$\frac{y+x}{p} + \frac{y}{f'} = 1$. *Đường thẳng đi qua điểm (f = –f ', f ') ; độ dốc của nó là :*

$$-\frac{p'}{p} = -\gamma .$$

– Gương cầu

$\frac{y}{p'} + \frac{x}{p} = 1$; *mà* $\frac{1}{p'} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$, *vậy :* $\frac{x-y}{p} + \frac{y'}{f'} = 1$. *Đường thẳng đi qua điểm (-f', f') ; độ dốc của nó là* $-\frac{p'}{p} = \gamma$

7 Phương pháp BESSEL đối với một thấu kính hội tụ

1) Chứng minh rằng trong phương pháp BESSEL, áp dụng cho một thấu kính hội tụ với *D* âm, một vị trí tương ứng với một vật ảo và một ảnh thật, còn một vị trí tươngứng với một vật thật và một ảnh ảo, vậy không thể chiếu lên một màn.

2) Xác định đối với phương pháp BESSEL, áp dụng cho một thấu kính phân kì, bản chất của vật và của ảnh đối với hai vị trí của thấu kính theo hàm của *D*.

• *Lời giải*

1) Công thức DESCARTES cho $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$. *Hơn nữa D = p' - p, từ đó* $p^2 + Dp + Df' = 0$, $\Delta = D^2 - 4Df'$. *Nếu D < 0, có hai nghiệm, một nghiệm dương một nghiệm âm (tổng S dương, tích P âm). Một nghiệm tương ứng với một vật thật, vậy một ảnh ảo (trước vật D < 0), nghiệm kia tương ứng với một vật ảo và một ảnh thật* ($p > 0; \frac{1}{p'} = \frac{1}{p} + \frac{1}{f'} > 0$, *vậy p' >0)*

2) $d^2 = \Delta = D^2 - 4Df'$. *Nếu D > 0 hoặc D < 4f' < 0, có hai nghiệm.*

• *D > 0, S < 0 và P < 0 : một nghiệm tương ứng với một vật thật (p < 0), vậy một ảnh ảo* $\left(\frac{1}{p'} = \frac{1}{p} + \frac{1}{f'} < 0\right)$, *nghiệm kia tương ứng với một vật ảo và một ảnh thật sau vật (D > 0)*

• *D < 4f', S > 0 và P > 0 : hai nghiệm tương ứng với các vật ảo* $p' = \frac{D \pm \sqrt{\Delta}}{2}$ *và* $\Delta > D^2$. *Một ảnh là thật, còn ảnh kia là ảo.*

Vậy ta không thể sử dụng phương pháp BESSEL với việc chiếu lên một màn đối với các thấu kính phân kì, nhưng phương pháp đó lại được áp dụng với một kính quan trắc.

8 Thấu kính hội tụ hay phân kì ?

Người ta đặt một thấu kính giữa 5cm và 10cm phía trên một tờ giấy (hoặc một vật nào đó) và dịch chuyển thấu kính ngang sang bên phải và luôn luôn giữ khoảng cách hầu như không đổi đối với tờ giấy.

Xác định loại thấu kính sử dụng nếu :

a) ảnh chuyển động sang phải, cùng hướng với thấu kính ("hiệu ứng kéo theo")

b) ảnh chuyển động sang trái, theo hướng ngược với hướng chuyển động của thấu kính.

• *Lời giải*

dịch chuyển của ảnh	loại thấu kính	ví dụ
theo hướng ngược hướng chuyển động của thấu kính	thấu kính hội tụ	kính lúp
theo cùng hướng chuyển động của thấu kính "hiệu ứng kéo theo"	thấu kính phân kì	thấu kính sửa một mắt cận thị

Trong hai trường hợp (thấu kính hội tụ và phân kì) các ảnh là rõ nét vì các vật và các ảnh là ở gần mặt phẳng của thấu kính, nó là liên hợp của chính nó với các điều kiện tương điểm tốt.

Thấu kính hội tụ : ảnh thấy qua thấu kính là lớn hơn vật : khi dịch chuyển thấu kính sang phải, ảnh dịch chuyển sang trái một khoảng lớn hơn khoảng dịch chuyển của vật đối với thấu kính, vậy đối với tờ giấy ảnh dịch chuyển theo hướng ngược với hướng dịch chuyển của thấu kính.

Thấu kính phân kì : ảnh thấy qua thấu kính là nhỏ hơn vật : khi dịch chuyển thấu kính sang phải, ảnh dịch chuyển sang trái một khoảng bé hơn khoảng dịch chuyển của vật đối với thấu kính ; vậy đối với tờ giấy ảnh dịch chuyển cùng hướng với thấu kính

9 Tiêu cự của một gương cầu

Người ta chiếu một gương cầu hội tụ nhờ một ống chuẩn trực điều chỉnh ở vô cùng và đặt một màn trong mặt phẳng của vật kính của ống chuẩn trực như trên sơ đồ.

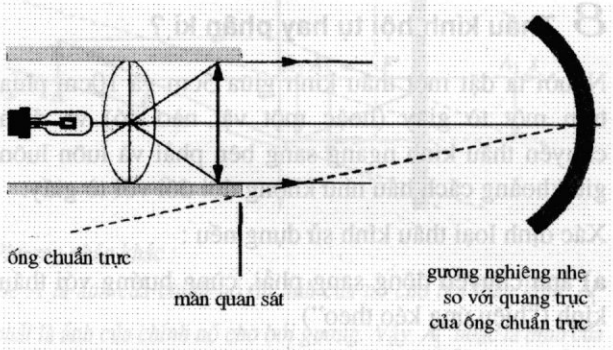
1) Bằng cách dịch chuyển gương, ta nhận được một ảnh thứ nhất rõ nét. Giải thích.

2) Bây giờ dịch chuyển màn đến gương, ta nhận được một ảnh thứ hai rõ nét. Giải thích :

3) Các ảnh đó có cho phép nhận được cỡ của độ lớn của tiêu cự của gương không ?

• *Trả lời*

Hai ảnh ta nhận được không phải do cùng một vật gây ra.



1) Khi màn đặt trong mặt phẳng của vật kính của ống chuẩn trực ảnh thứ nhất tương ứng với ảnh của các bờ của vật kính. Để được thuyết phục về điều đó có thể đặt một bút chì trong mặt phẳng đó và ta thấy ảnh của nó ngược chiều ($\gamma = -1$), ta vừa chứng tỏ sự tồn tại của tâm gương.

2) Ảnh thứ hai tương ứng với ảnh của lưới chữ thập của ống chuẩn trực. Ta vừa chứng tỏ sự tồn tại của tiêu điểm của gương. Màn lúc đó ở cách gương và cách vật kính một khoảng bằng nhau.

3) Phương pháp này cung cấp một chỉ dẫn tương đối chính xác về tiêu cự của gương

VẬN DỤNG VỐN KIẾN THỨC

10 Sự chuẩn trực đối với một gương cầu

Ta có hai thấu kính (tiêu cự chưa biết nhưng phải xác định) và một gương cầu lõm tiêu cự 1m.

1) Đặt mắt sát thấu kính thứ nhất lúc đó có thể thấy một vật rõ nét ở cách thấu kính khoảng 20 cm. Thấu kính đó là hội tụ hay phân kì ?

Cho cỡ độ lớn của tiêu cự của thấu kính đó.

2) Thực hiện phương pháp tự chuẩn trực với thấu kính đó và gương được ghép sát vào thấu kính. Có cần phải kể đến sự việc là gương không phẳng không ?

Biết rằng khoảng cách vật - thấu kính xác định bằng thực nghiệm là 18cm, hỏi tiêu cự chính xác của thấu kính.

3) Đặt mắt ở cách thấu kính thứ hai khoảng hai mươi xăntimet, lúc đó có thể thấy rõ một vật ở vô cùng. Nhờ một bút chì, ảnh của nó ước tính ở cách 25cm sau thấu kính.

Thấu kính này là hội tụ hay phân kì ? Cho cỡ độ lớn của tiêu cự của nó.

4) Đề xuất một phương pháp đo tiêu cự của thấu kính phân kì

• *Lời giải*

1) Khi mắt sát thấu kính và nó thấy một ảnh rõ nét, lúc đó thấu kính là hội tụ và vật là ở gần tiêu diện ; vậy tiêu cự của thấu kính là $f' = 20$ cm (với sai số khoảng 2cm).

2) Phương pháp tự chuẩn trực gồm việc nhận một vật và ảnh của nó cho bởi hệ {thấu kính - gương - thấu kính}, trong cùng mặt phẳng. Độ tụ của hệ phản truyền là bằng $V_1 + V_2$ với V_1 là độ tụ của thấu kính, V_2 là độ tụ của gương. Độ dài vật - thấu kính đo được là $l = \dfrac{2}{2V_1 + V_2}$ thay cho $l_o = \dfrac{1}{V_1}$ với một gương phẳng.

Sai số tương đối là bằng $\left|\dfrac{l - l_o}{l_o}\right| = \dfrac{V_o}{2V_1 + V_2} \approx \dfrac{1}{11} \approx 10\%$, một sai số vừa phải.

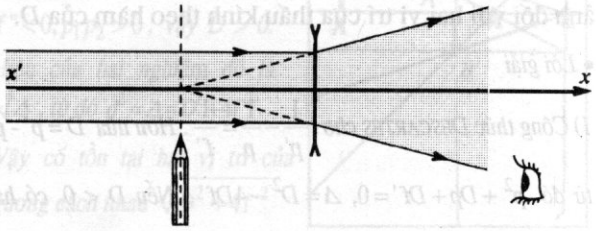
A.N. $V_1 = 5\delta$, nghĩa là $f' = 20$ cm.

3) Thấu kính là phân kì và tiêu cự của nó gần 25cm.

4) Sự kết hợp hai thấu kính ghép sát nhau cho một thấu kính có độ tụ gần bằng $V = 5\delta - 4\delta = 1\delta$, vậy có tiêu cự gần một mét. Phương pháp tự chuẩn trực là áp dụng được ; độ tụ của hệ phản truyền là gần 3δ.

A. N. : $l = 70$ cm, $V_1 = 0{,}93\delta$; mà $V_1 = 5\delta$, vậy $V_2 = 4{,}07\delta$, nghĩa là $f'_2 = 24{,}6$cm.

Chú ý rằng phép đo này về mặt thực nghiệm là tinh tế và không chính xác.



BÀI THÍ NGHIỆM - GIÁO ÁN : LĂNG KÍNH SỬ DỤNG TRONG QUANG PHỔ HỌC

13

Mở đầu

Chúng ta sử dụng lăng kính trong phép đo phổ nghĩa là để đo bước sóng.

Một lăng kính được thực hiện bằng vật liệu trong suốt chiết suất n. Chiết suất này phụ thuộc vào bước sóng.

Các tia sáng bị lệch theo hàm của bước sóng của chúng, điều này cho phép ứng dụng trong phép đo phổ.

MỤC TIÊU

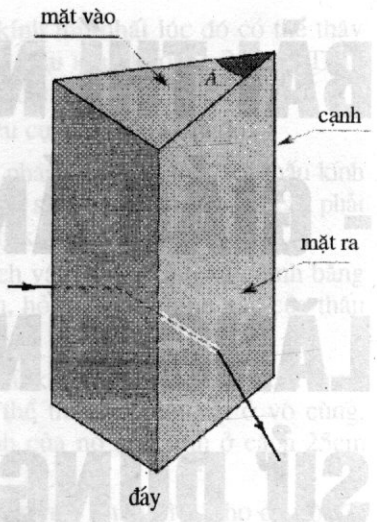
- Sự lệch của ánh sáng bởi lăng kính.
- Đo chiết suất của thủy tinh.
- Máy đo góc và phép đo phổ dùng lăng kính.

ĐIỀU CẦN BIẾT TRƯỚC

- Định luật SNELL – DESCARTES.
- Điều chỉnh và sử dụng một máy đo góc (xem phụ lục 3).

1 Giới thiệu lăng kính

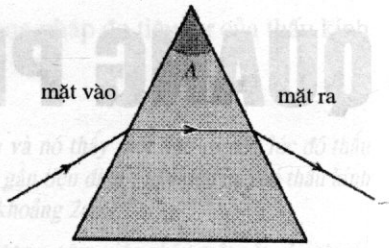
Theo quan điểm quang học và trong khuôn khổ sử dụng trong phép đo phổ, một lăng kính (h.1) gồm một nhị diện có góc bằng A, tạo bởi hai lưỡng chất phẳng không khí / thủy tinh và thủy tinh / không khí (các mặt có ích của lăng kính). Giao tuyến của hai mặt đó tạo thành cạnh của lăng kính. Mặt thứ ba là đáy của lăng kính. Ta kí hiệu n là chiết suất của thủy tinh. Các tia sáng gửi tới lăng kính sẽ khúc xạ liên tiếp trên hai mặt của nó.



2 Sự lệch của ánh sáng bởi một lăng kính

Ta giới hạn nghiên cứu của chúng ta ở các tia tới trong một mặt phẳng vuông góc với cạnh, mặt phẳng của tiết diện chính.

Định luật DESCARTES, theo đó tia khúc xạ nằm trong mặt phẳng tới cho phép khẳng định rằng các tia truyền qua cũng nằm trong cùng mặt phẳng đó.



H.1. *Các mặt có ích của một lăng kính.*

2.1. Góc lệch

Hình 2 biểu diễn đường đi của một tia loại đó trong một mặt cắt (mặt phẳng tới) vuông góc với cạnh của lăng kính.

Trên sơ đồ ta có các góc i, r, r', i và D là góc lệch.

Sự định hướng của các góc được chọn để giá trị của các góc i, i', r, r' và D là dương.

Trong các điều kiện "thông thường" của sử dụng các góc đó luôn luôn dương với các định hướng đó.

2.2. Các hệ thức cơ bản

Các định luật SNELL - DESCARTES cho hai hệ thức :

$$\sin i = n \sin r \quad (1)$$

$$\sin i' = n \sin r' \quad (2)$$

Từ hình 2 ta có hai hệ thức phụ :

$$A = r + r' \quad (3)$$

(các góc có các cạnh vuông góc và tổng các góc trong tam giác $II'M'$ bằng π),

$$D = i + i' - r - r' = i + i' - A \quad (4)$$

(tổng các góc của tam giác $I'IM$ và hệ thức (3)).

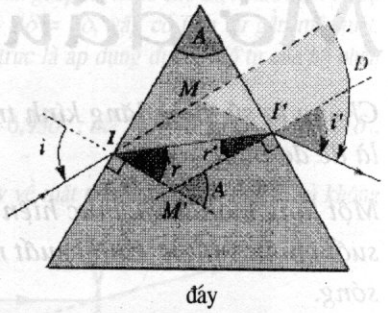
2.3. Điều kiện có tia ló

Chiết suất n của thủy tinh chế tạo lăng kính là lớn hơn 1 trong vùng nhìn thấy : vậy góc khúc xạ luôn luôn tồn tại. Tia sáng xuyên vào trong lăng kính bất kì góc tới như thế nào.

• *Góc khúc xạ giới hạn*

Người ta gọi góc khúc xạ giới hạn hoặc góc phản xạ toàn phần là góc A mà :

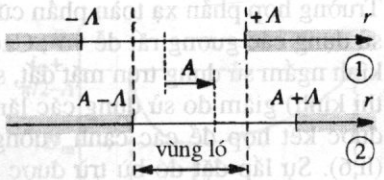
$$\sin A = \frac{1}{n}.$$



H.2. *Đường đi của một tia sáng qua lăng kính. Trong các điều kiện thông thường của sử dụng, các tất cả góc đều dương.*

• *Sự ló*

Đối với i thay đổi từ 0 đến $+\frac{\pi}{2}$, góc khúc xạ r là nhỏ hơn Λ. Để tia sáng ló ra từ mặt phẳng của lưỡng chất thứ hai, r' cần phải ở trong vùng $\{-\Lambda, +\Lambda\}$, vậy $r = A - r'$ phải ở trong khoảng $\{A-\Lambda, A+\Lambda\}$. Sẽ có tồn tại các tia ló nếu các bất đẳng thức $-\Lambda \le r \le +\Lambda$ và $A-\Lambda \le r \le A+\Lambda$ là tương thích (h.3). Do góc của lăng kính có bản chất là dương, nên các khoảng đó sẽ không tách biệt nếu và chỉ nếu $A-\Lambda \le +\Lambda$ với $\sin\Lambda = \frac{1}{n}$.

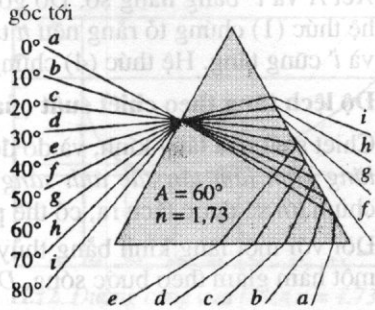


H.3. *Vùng biến đổi của r để một tia sáng ló ra khỏi lăng kính.*
① vùng biến đổi của r lúc đi qua mặt vào.
② vùng biến đổi của $r' = A - r$ để một tia sáng đi qua mặt ra.

Sẽ luôn luôn có phản xạ toàn phần nếu $A > 2\Lambda$, Λ góc khúc xạ giới hạn ở mặt vào.

Đối với một lăng kính có chiết suất n bằng 1,5 góc khúc xạ giới hạn là $\Lambda \approx 42^o$, lúc đó phải sử dụng các lăng kính có góc $A \le 84^o$.

Ở phòng thí nghiệm ta thường có các lăng kính mà góc bằng khoảng 60^o. Nếu góc tới là i_0 mà $\sin i_0 = n\sin(A-\Lambda)$ với $i_0 = 28^o$ đối với $n = 1{,}5$, tia ló đi sát mặt ra ; nếu i_0 nhỏ hơn 28^o, sẽ có phản xạ toàn phần (h.4).



H.4. *Đối với một bước sóng cho trước, sơ đồ của các tia sáng theo hàm của góc tới với $n = 1{,}73 : \Lambda = 35^0$, $A_{\text{giới hạn}} = 70^o$ và $i_0 = 27^o$.*

Khi $A \le 2\Lambda$, tia sáng sẽ ló ra khỏi lăng kính nếu $i_0 \le i \le \frac{\pi}{2}$.

Kết quả này là một hệ quả thực tiễn cần phải ghi nhớ. Cần phải chiếu sáng một lặng kính đủ nghiêng để hy vọng có ánh sáng đi ra khỏi mặt mong đợi.

Áp dụng 1

Giả sử một lăng kính có góc đỉnh $A = 60^0$ và chiết suất $n = 1{,}732$.

1) *Tính góc giới hạn i_0 với lăng kính đó.*

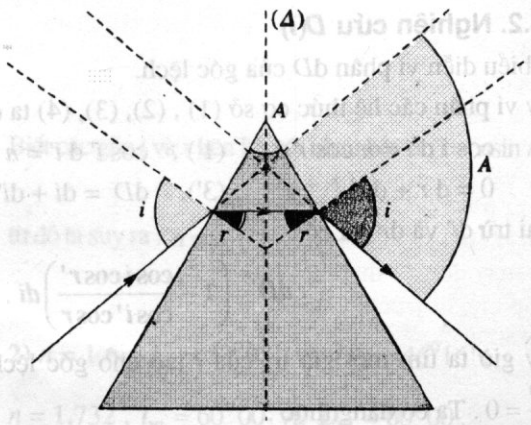
2) *Tính độ lệch của tia sáng cũng như góc tới khi mà các tia tới và tia ló là đối xứng đối với mặt phẳng phân giác của lăng kính.*

1) $\sin i_0 = n\sin(A-\Lambda)$, với $\sin\Lambda = \frac{1}{n}$ nghĩa là $\Lambda = \arcsin\frac{1}{n} = 35{,}3^o$, từ đó $i_0 = 46{,}4^o$.

2) Các hệ thức trong lăng kính cho phép viết $i = i' = A + D$ và $r = r' = \frac{A}{2}$, từ đó : $\sin\left(\frac{A+D}{2}\right) = n\sin\left(\frac{A}{2}\right)$.

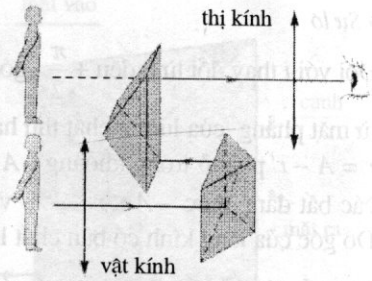
Biết rằng $\frac{A}{2} = 30^o$ vậy $\sin\left(\frac{A+D}{2}\right) = \frac{n}{2}$, nghĩa là : $\frac{A+D}{2} = 60^o$, từ đó $A = 60^o$ và $i = 60^o$.

Các giá trị sử dụng trong áp dụng này là rất gần với các giá trị gặp trong thao tác.



H.5. *Hình vẽ là đối xứng đối với Δ, mặt phẳng phân giác của lăng kính.*

Trường hợp phản xạ toàn phần cũng có thể được nghiên cứu để tránh việc sử dụng các gương rất dễ vỡ ; Các ống nhòm dùng lăng kính chính là các kính ngắm sử dụng trên mặt đất, sẽ có kích thước (khoảng cách vật kính - thị kính) giảm do sử dụng các lăng kính phản xạ trong toàn phần. Chúng được kết hợp để các cạnh vuông góc với nhau và cho ảnh quay 180^o (h.6). Sự lắp đặt đó bù trừ được độ phóng đại âm (ảnh ngược) của kính ngắm nhận được từ sự kết hợp của hai thấu kính hội tụ.



H.6. *Sự có mặt của hai lăng kính cho phép nhận được một ảnh thuận chiều.*

2.4. Các biến đổi của *D* theo hàm của *n*

Đối với một lăng kính cho trước có góc A và chiết suất n, ta có thể tính với một góc tới i, góc r, sau đó r', i' và cuối cùng D.

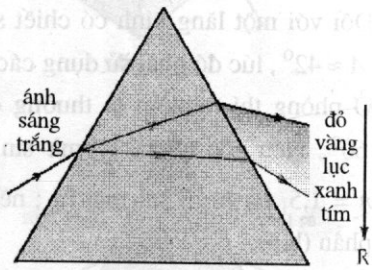
Xét A và i bằng hằng số. Do góc A của lăng kính và góc tới i cho trước, hệ thức (1) chứng tỏ rằng nếu n tăng r sẽ giảm. $A = r + r'$, vậy theo (2) r' và i' cũng tăng. Hệ thức (4) chứng tỏ rằng :

Độ lệch tăng theo chiết suất của lăng kính.

Chiết suất của lăng kính, và do đó góc lệch D, phụ thuộc vào bước sóng : *lăng kính làm tán sắc ánh sáng*. Các thành phần phổ của ánh sáng của chùm tới sẽ được tách ra, có thể phân tích được ánh sáng.

Đối với một lăng kính bằng thủy tinh, trong vùng nhìn thấy, chiết suất là một hàm giảm theo bước sóng, D cũng vậy (h.8 và 9).

Góc lệch sẽ tăng từ đỏ đến tím trong vùng nhìn thấy.

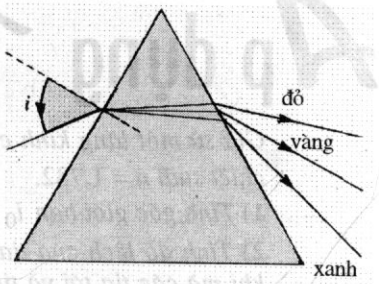


H.7. *Lệch về phía đưới. Góc lệch D càng lớn nếu bước sóng càng bé. Trên sơ đồ các góc lệch được phóng đại so với thực tế.*

2.5. Sự biến đổi của *D* theo hàm của *i*

2.5.1. Nghiên cứu các cực trị của góc lệch bằng cách sử dụng các tính chất của hệ

Ta nhắc lại rằng A thay đổi từ 0 đến $2A$, lăng kính làm lệch tia sáng về phía đáy. Ta thừa nhận A và chiết suất n (nguồn đơn sắc) là không đổi. Bằng cách sử dụng nguyên lí đảo chiều ánh sáng, ta nhận thấy rằng các góc tới i và $i' = D + A - i$ sẽ cho cùng một góc lệch D. Vậy tương ứng một giá trị của D sẽ có hai giá trị của góc tới, trừ trường hợp $i = i' = \dfrac{D+A}{2}$ tương ứng với một cực trị của D (h. 9).



H.8. *Đối với i cho trước, độ lệch của các tia theo hàm của λ.*

2.5.2. Nghiên cứu *D*(*i*)

Ta biểu diễn vi phân dD của góc lệch.

Lấy vi phân các hệ thức cơ sở (1) , (2), (3), (4) ta có :

$\cos i \, \mathrm{d}\, i = n \cos r \, \mathrm{d}\, r$ (1') , $\cos i' \, \mathrm{d}\, i' = n \cos r' \, \mathrm{d}r'$ (2'),

$0 = \mathrm{d}\, r + \mathrm{d}\, r'$ (3'), $\mathrm{d}D = \mathrm{d}i + \mathrm{d}i'$ (4').

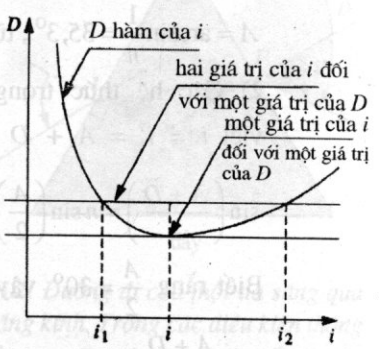
Loại trừ di' và dr', ta có :

$$dD = \left(1 - \frac{\cos i \cos r'}{\cos i' \cos r}\right) di .$$

Bây giờ ta tìm một giá trị của i tạo cho góc lệch D ổn định, nghĩa là . $\dfrac{dD}{di} = 0$. Ta có đẳng thức :

$$\cos^2 i \cos^2 r' = \cos^2 i' \cos^2 r ,$$

nghĩa là : $(1 - \sin^2 i)(1 - \sin^2 r') = (1 - \sin^2 i')(1 - \sin^2 r)$



H.9. *Có tồn tại một cực trị của góc lệch với một giá trị của góc tới i.*

Sử dụng các định luật DESCARTES :

$$(1-\sin^2 i)\left(1-\frac{\sin^2 i'}{n^2}\right)=(1-\sin^2 i')\left(1-\frac{\sin^2 i}{n^2}\right)$$

và khai triển : $\sin^2 i\left(\frac{1}{n^2}-1\right)=\sin^2 i'\left(\frac{1}{n^2}-1\right)$,

nghĩa là : $(n^2-1)(\sin^2 i-\sin^2 i')=0$.

Trong các vùng biến đổi của các góc i và i' đạt được về mặt vật lí, nghiệm của phương trình đó là $i = i'$; vậy hệ thức (4) cho ta :

$$i=i'=i_m=\frac{D_m+A}{2} \text{ và } r=r'=\frac{A}{2}.$$

Lúc đó hệ thức (1) cho ta $\sin\left(\frac{D_m+A}{2}\right)=n\sin\left(\frac{A}{2}\right)$.

Ta cho bảng biến thiên của D (h.10) :

i	i_0		i_m		$\frac{\pi}{2}$
$\frac{dD}{di}$	$-\infty$	$-$	0	$+$	1
D	$i_0+\frac{\pi}{2}-A$	↘	$2i_m-A$	↗	$i_0+\frac{\pi}{2}-A$

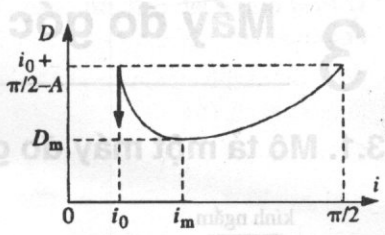
H.10. *Biến thiên của D theo hàm của góc tới i.*

Việc nghiên cứu này cho phép ta vẽ được đường cong của D đối với một lăng kính có góc A và chiết suất n cho trước (h. 11 và 12)

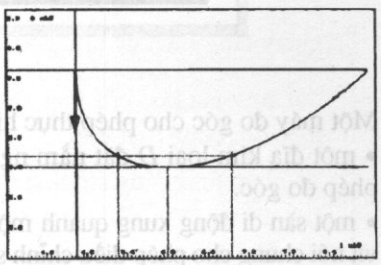
Khi góc tới i thay đổi từ i_0 đến $\frac{\pi}{2}$,góc lệch đi qua một cực trị D_m nghiệm đúng hệ thức :

$$\sin\left(\frac{D_m+A}{2}\right)=n\sin\left(\frac{A}{2}\right).$$

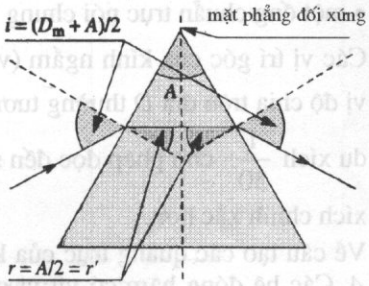
Ở vị trí cực tiểu của góc lệch, đường đi của tia sáng là đối xứng đối với mặt phẳng phân giác của góc đỉnh của lăng kính (h.12).



H.11. Khi $D = D_m$, lúc đó $i = i_m = \frac{D_m+A}{2}$.



H.12. *Đường cong của D với n = 1,732 và $A = 60^o$.*



H.13. *Bố trí hình học của các tia sáng ở cực tiểu của góc lệch.*

Áp dụng 2

1) *Chứng minh rằng kiến thức về tính chất đối xứng ở hình 13 biểu diễn lăng kính ở cực tiểu của góc lệch, cho phép tìm một cách rất nhanh chóng hệ thức liên hệ D_m, A và n.*

2) *Tính các góc tới i_m và góc lệch D_m đối với một lăng kính có góc ở đỉnh 60^o và chiết suất $n = 1,6$, sau đó $n = 1,732$.*

1) Việc đối xứng bảo đảm $i = i'$ và $r = r'$.

Mà : $D = i + i' - A$ và $A = r + r'$,

vậy : $i=i'=\frac{D_m+A}{2}$ và $r=r'=\frac{A}{2}$.

Biết các góc i và r liên hệ với nhau bởi $\sin i = n\sin r$,

từ đó ta suy ra : $n=\frac{\sin\left(\frac{D_m+A}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$.

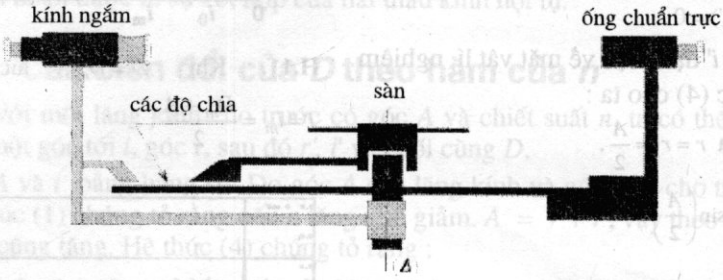
2) $n = 1,6$, $i_m = 53^o08'$ và $D_m = 46^o16'$;

$n = 1,732$, $i_m = 60^o00$ và $D_m = 60^o00$.

Chú ý : Góc tới i_m thường rất gần 60^o đối với các lăng kính sử dụng trong các bài thí nghiệm.

3 Máy đo góc dùng lăng kính

3.1. Mô tả một máy đo góc



◀ H.14.

Một máy đo góc cho phép thực hiện các phép đo góc. Nó gồm bốn phần :

• một đĩa kim loại D đặt nằm ngang trên đó có các độ chia ở chu vi cho phép đo góc.

• một sàn di động xung quanh một trục trung tâm Δ đi qua tâm của đĩa ; ba vít nói chung cho phép điều chỉnh sự định hướng của sàn so với trục Δ đó.

• một kính ngắm (thường lưới chữ thập được chiếu sáng : kính ngắm tự chuẩn trực) di động xung quanh cùng trục Δ ; một vít cho phép định hướng nó trong mặt phẳng chứa Δ,

• một ống chuẩn trực nói chung là cố định, nghĩa là được gắn với đĩa D.

Các vị trí góc của kính ngắm (và thường của sàn) là được xác định. Đơn vị độ chia trên đĩa D thường tương ứng với nửa độ (từ 0^o đến 359^o) ; một du xích $\frac{1}{30}$ cho phép đọc đến sai số một phút cung. Có tồn tại những du xích chính xác hơn.

Về cấu tạo các quang trục của kính ngắm và của ống chuẩn trực cắt trục Δ. Các hệ đóng hãm có vít vi chỉnh cho phép một dịch chuyển nhỏ của kính ngắm, và của sàn sau khi đã xác định vị trí nhanh bằng tay.

3.2. Lợi ích của việc điều chỉnh

Việc điều chỉnh của một máy đo góc chính xác được trình bày trong phụ lục 3.

Ta cần thiết phải xét trong khuôn khổ của nghiên cứu trước đây (các tia tới và các tia ló ở trong mặt phẳng vuông góc với cạnh của lăng kính) để nhận được các kết quả có thể khai thác được.

Như vậy lăng kính được chiếu sáng bởi một chùm sáng song song (tức đến từ một nguồn ở vô cùng) vuông góc với cạnh của lăng kính và việc quan sát được thực hiện ở vô cùng trong cùng mặt phẳng đó.

Một máy đo góc được điều chỉnh đúng sẽ như sau :

• ống chuẩn trực và kính ngắm được điều chỉnh ở vô cùng (chùm sáng song song) ;

• quang trục của kính ngắm quét một mặt phẳng khi quay quanh trục của máy đo góc (việc nghiên cứu thực hiện trong một mặt phẳng vuông góc với trục Δ).

• cạnh của lăng kính là song song với trục quay của máy đo góc (việc nghiên cứu thực hiện trong một mặt phẳng vuông góc với cạnh của lăng kính).

4 Đo chiết suất của một lăng kính

4.1. Cách đo giá trị của chiết suất

Trong tiết này ta giả sử rằng nguồn sáng là đơn sắc.

4.1.1. Nguyên tắc

Góc lệch D là hàm của A, n và i, việc đo D, A và i cho phép xác định được chiết suất n nhưng đơn giản hơn là sử dụng các tính chất của cực tiểu của góc lệch.

Công thức $n = \dfrac{\sin\left(\dfrac{D_m + A}{2}\right)}{\sin\left(\dfrac{A}{2}\right)}$ chứng tỏ rằng chỉ cần đo góc A của lăng kính và góc lệch cực tiểu D_m là đủ để tính n.

Chiết suất của lăng kính có thể được tính bằng cách đo góc A và xác định D_m nhờ một máy đo góc

Kính ngắm được sử dụng để đo các góc. Việc đọc du xích cho *một sai số đọc*, thường là một phút góc. Ta sẽ tính được *sai số thực nghiệm* bằng cách thực hiện nhiều lần các thao tác dưới đây.

Với các áp dụng bằng số dưới đây, ta sẽ giả sử rằng các cách ngắm của kính ngắm nhận được, ví dụ, với một độ chính xác là 6' góc

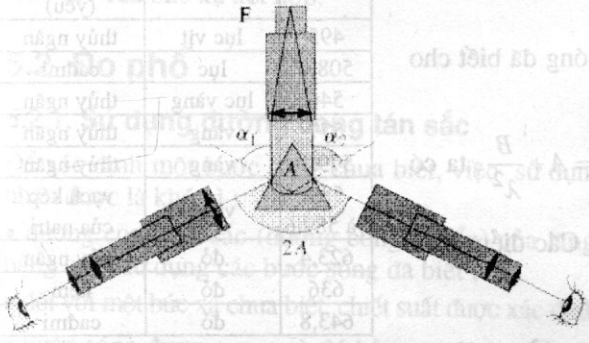
4.1.2. Đo góc đỉnh A của lăng kính

■ **Phương pháp thứ nhất**

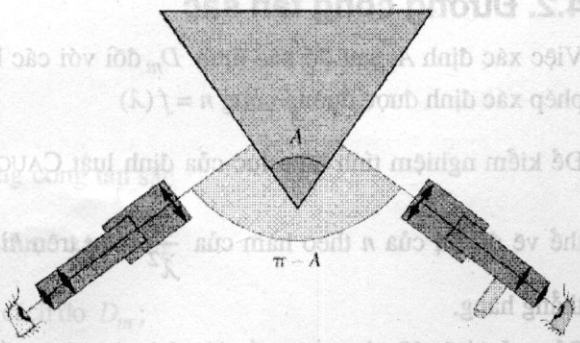
Mâm được định hướng để cho chùm gửi tới bởi ống chuẩn trực chiếu sáng hai mặt của lăng kính. Trên hình 15, nếu góc tới trên mặt thứ nhất là α_1, lúc đó góc tới trên mặt thứ hai là $\alpha_2 = \pi - A - \alpha_1$, vậy góc giữa hai chùm phản xạ ở mặt này và mặt kia là bằng $2\pi - 2\alpha_1 - 2\alpha_2 = 2A$. Bằng cách ngắm liên tiếp hai ảnh phản xạ của nguồn khe (mà trước đó đã xác định bằng mắt trần), ta nhận được hai vị trí của kính ngắm cách nhau $2A$.

Giá trị $2A$ lúc đó sẽ nhận được với sai số 12' góc nghĩa là :

$$\Delta A = 6' \, góc = 1,8.10^{3} \, rad \, .$$



H.15. *Phương pháp thứ nhất : phản xạ của chùm tia đi ra từ ống chuẩn trực trên hai mặt của lăng kính.*



H.16. *Phương pháp thứ hai : tự chuẩn trực trên hai mặt của lăng kính.*

■ **Phương pháp thứ hai : máy đo góc được trang bị một kính ngắm tự chuẩn trực**

Nhờ một kính ngắm tự chuẩn trực, ta ngắm liên tiếp hai mặt có ích của lăng kính (h.16)

Góc giữa hai vị trí của kính ngắm là bằng $\pi - A$.

Vậy giá trị $\pi - A$ được xác định với sai số 12' góc ; nghĩa là :

$$\Delta A = 12' \text{ góc} = 3,6.10^{-3} \text{ rad} .$$

4.1.3. Đo góc lệch cực tiểu với một bước sóng cho trước

Cách thức thao tác

Quay lăng kính để làm góc tới i biến đổi từ i_0 đến $\frac{\pi}{2}$ bằng cách theo dõi ảnh của khe của ống chuẩn trực cho bởi lăng kính mà trước đó đã theo dõi bằng mắt trần.

Ta nhận thấy rằng sự dịch chuyển của ảnh đổi hướng : góc lệch giảm, sau đó lại tăng. Ta cũng có thể phát hiện bằng mắt trần cực tiểu của góc lệch.

Ta xác định vị trí của lăng kính ở cực tiểu của góc lệch, luôn luôn bằng mắt trần.

Bây giờ ta quan sát cực tiểu nhờ kính ngắm. Điều chỉnh một cách chính xác vị trí của lăng kính ở cực tiểu của độ lệch. Đặt ảnh của khe trùng với trục thẳng đứng của lưới chữ thập và xác định vị trí của kính ngắm.

Ta phải thực hiện thao tác này đối với hai vị trí đối xứng của lăng kính được chỉ rõ trên hình 17.

Ta đã quay kính ngắm một góc $2D_m$ giữa hai vị trí tương ứng với góc lệch cực tiểu. Vậy giá trị $2D_m$ nhận được với sai số 12' góc nghĩa là :

$$\Delta D_m = 6' \text{ góc} = 1,8.10^{-3} \text{ rad} .$$

A và D_m được đo, vậy có thể xác định được n ; độ chính xác của phép đo cho phép ta xem xét đến số thứ ba sau dấu phẩy.

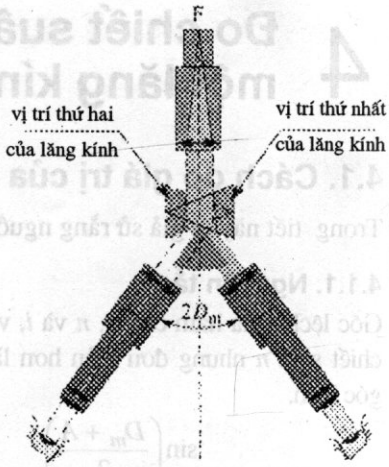
▶ **Để tập luyện : bài tập 2 .**

4.2. Đường cong tán sắc

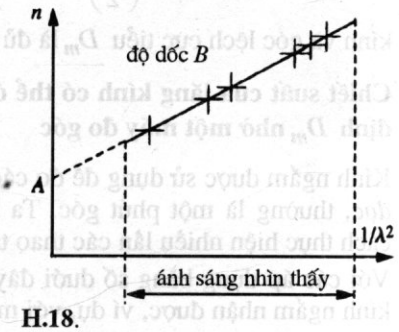
Việc xác định A, sau đó xác định D_m đối với các bước sóng đã biết cho phép xác định được đường cong $n = f(\lambda)$

Để kiểm nghiệm tính hiệu lực của định luật CAUCHY $n = A + \frac{B}{\lambda^2}$, ta có thể vẽ đồ thị của n theo hàm của $\frac{1}{\lambda^2}$ như trên *hình* 18. Các điểm phải thẳng hàng.

Bảng ở hình 19 cho một số giá trị bước sóng rất bổ ích để vẽ đường cong đó.



H.17. *Vị trí của lăng kính và của kính ngắm để đo* D_m.



H.18.

bước sóng (nm)	màu sắc	nguyên tố
404,6	tím	thủy ngân
407,8	tím	thủy ngân (yếu)
435,8	chàm	thủy ngân
468	xanh	thủy ngân
472	xanh	kẽm-cađmi
480	xanh	cađmi
481	xanh	kẽm
491,6	lục cải bắp	thủy ngân (yếu)
495	lục vịt	thủy ngân
508,6	lục	cađmi
546	lục vàng	thủy ngân
577	vàng	thủy ngân
579,1	vàng	thủy ngân
589 và 589,6	vàng	vạch kép của natri
623,4	đỏ	thủy ngân
636	đỏ	kẽm
643,8	đỏ	cađmi

H.19. *Bảng một số bước sóng rất bổ ích.*

5 Phép đo phổ

Phép đo phổ có mục đích là phân tích các phổ, nó bao gồm việc xác định các bước sóng và cường độ của các vạch phổ khác nhau có mặt trong phổ.

Việc thực hiện phép phân tích này cần thiết có sự tán sắc của bức xạ nhờ một lăng kính hoặc một cách tử.

Lăng kính, nhờ khả năng tán sắc của nó, cho phép phân tích một nguồn sáng. Muốn vậy người ta sử dụng một kính quang phổ nếu việc quan sát phổ được thực hiện qua một kính ngắm , hoặc một máy ghi phổ nếu việc quan sát thực hiện trên một màn hoặc trên một kính ảnh. Các thiết bị này cho phép xác định các bước sóng của các vạch khác nhau của phổ.

Một phổ kế ghi được một đồ thị nhờ đó người ta có thể biết được bước sóng và cường độ của mỗi vạch.

5.1. Kính quang phổ dùng lăng kính

5.1.1. Ích lợi

Kính quang phổ là một dụng cụ dùng để làm tán sắc một bức xạ dưới dạng phổ, như vậy cho phép phân tích các thành phần của phổ đó.

Việc lắp ráp trước đây là một kính quang phổ dùng lăng kính.

Chính lăng kính phân tích ánh sáng nhờ khả năng tán sắc của nó. Đối với các quan sát đòi hỏi chất lượng cao, cần phải đề phòng việc là các phần khác của hệ có thể hoạt động nhạy đối với bước sóng, vậy phải sử dụng các thiết bị mà các sắc sai đã được sửa (hoặc ít nhất phải giảm tối thiểu).

▶ **Để tập luyện : bài tập 3.**

5.1.2. Quan sát một phổ

Đối với một góc tới trên mặt vào của lăng kính cho trước, góc lệch là một hàm của chiết suất, tức là một hàm của bước sóng của ánh sáng khúc xạ.

Ống chuẩn trực cho từ khe của nó một ảnh ở vô cùng. Tiếp đó lăng kính tạo ra từ ảnh đó một ảnh ở vô cùng trong hướng tương ứng với góc lệch D.

Giả sử rằng nguồn phát ra một dãy các bức xạ gián đoạn hầu như đơn sắc. Qua kính ngắm ta có thể quan sát được một phổ của các vạch nghĩa là quan sát được một số "khe ảnh" bằng số bức xạ trong phổ của nguồn. Các bức xạ này được tách ra nhờ khả năng tán sắc của lăng kính và biểu thị màu sắc của bức xạ kết hợp.

5.2. Đo phổ

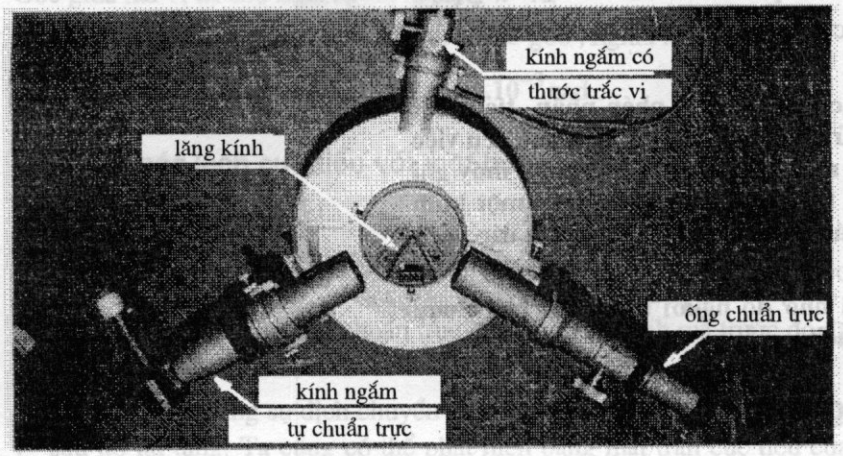
5.2.1. Sử dụng đường cong tán sắc

Để xác định một bước sóng chưa biết, việc sử dụng đường cong tán sắc nhận được là khó vì :

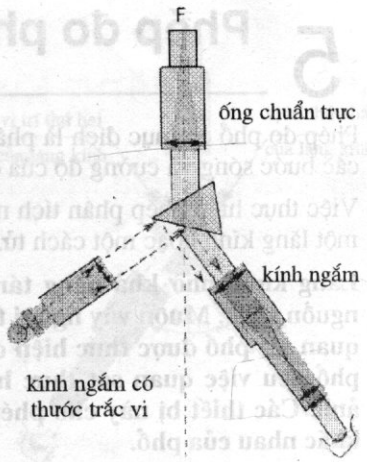
- đường cong tán sắc (đường cong chuẩn) của lăng kính được xây dựng bằng cách sử dụng các bước sóng đã biết ;
- đối với một bức xạ chưa biết, chiết suất được xác định bằng cách đo D_m ;
- bước sóng được suy ra từ đó bằng cách đưa giá trị này lên đường cong chuẩn.

Phương pháp này tỏ ra nhàm chán : việc xác định góc lệch cực tiểu là khá lâu, mà ở đây cần phải thực hiện cách xác định đó để dựng đường cong chuẩn, sau đó đối với mỗi phép đo.

Phương pháp dưới đây là tốt hơn nếu người ta chỉ mỗi việc là tìm cách đo bước sóng.



H.21. *Máy đo góc có trang bị một lăng kính.*



H.20. *Đo bước sóng nhờ sử dụng một kính ngắm có thước trắc vi.*

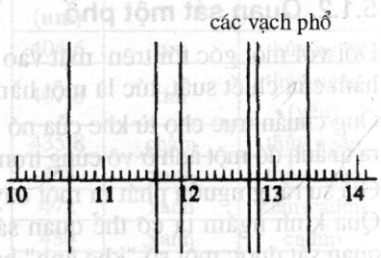
5.2.2. Sử dụng một kính ngắm có thước trắc vi

Một kính ngắm có thước trắc vi được bố trí như trên các hình 20 và 21.

Chùm tia của kính ngắm có thước trắc vi, phản xạ trên một mặt của lăng kính (phản xạ không bị tán sắc), nhận được qua kính ngắm. Ta điều chỉnh kính ngắm này để nhìn rõ nét thước trắc vi (ta luôn bắt đầu bằng việc điều chỉnh gần đúng bằng mắt trần). Thước trắc vi hiện ra chồng lên phổ của nguồn chiếu sáng khe của ống chuẩn trực.

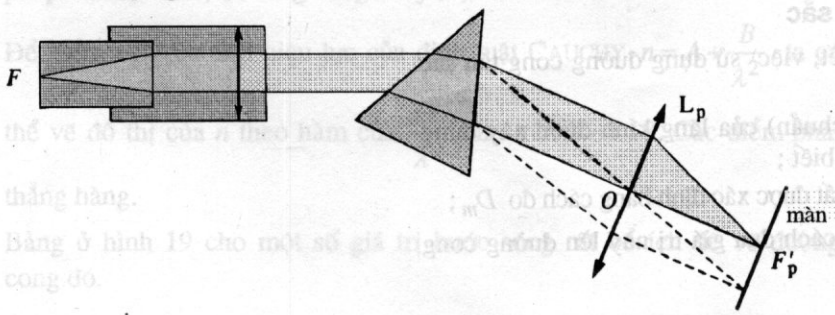
Ta sẽ xác định một bước sóng chưa biết như sau :

- đặt lăng kính ở cực tiểu của độ lệch đối với một bước sóng "trung bình" đã biết, sau đó khóa lại để lăng kính không quay (sẽ dễ tìm lại vị trí này trong trường hợp vận hành không tốt).
- sau khi đã chồng chất một độ chia của thước trắc vi với vạch tương ứng , đến lượt nó ta lại khóa sự quay của kính ngắm có thước trắc vi ;
- nhờ các phổ đã biết ta dựng đường cong chuẩn cho sự tương quan giữa các độ chia của thước trắc vi với bước sóng của ánh sáng bị lệch bởi lăng kính (h.22) ; để xác định một bước sóng chưa biết, ta chỉ cần đưa giá trị tương ứng của độ chia của thước trắc vi ứng với vạch quan sát lên đường cong chuẩn.



H.22. *Ví dụ đơn giản hóa của các vạch cần quan sát.*

5.3. Phép ghi phổ



◀ **H.23**. *Máy ghi phổ dùng lăng kính.*

5.3.1. Máy ghi phổ dùng lăng kính

Máy ghi phổ là một thiết bị dùng để ghi ảnh của một phổ.

Trong kính quang phổ ta thay kính ngắm bằng một thiết bị tạo ảnh : một thấu kính phóng L_p và một phim ảnh đặt trong tiêu diện ảnh của nó, như được chỉ ra trên hình 23.

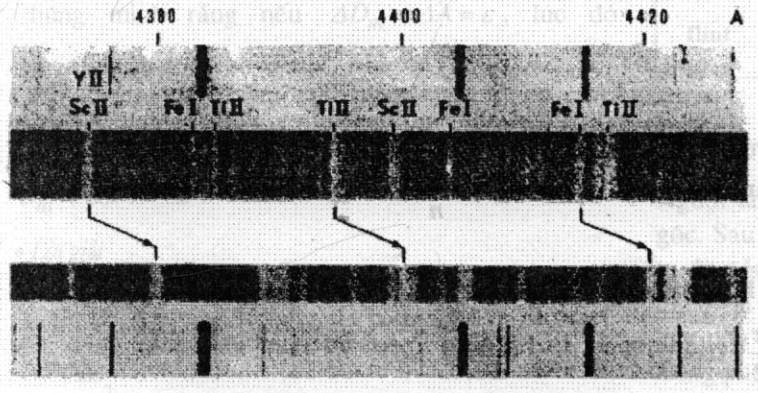
Với một nguồn có một phổ vạch một dãy khe, các ảnh của khe của ống chuẩn trực, hiện lên trên phim ảnh (bằng cách phụ thêm kính ngắm có thước trắc vi như trước đây, ta có thể chồng lên một thang chia độ chuẩn).

5.3.2. Máy đo phổ dùng lăng kính

Một máy ghi phổ trở thành một máy đo phổ nếu người ta thay màn bằng một máy thu có khả năng đo cường độ của các vạch phổ ví dụ như một ống nhân quang điện (P.M). Lúc đó người ta tách phổ ra và nhận được một sự phân bố phổ của năng lượng phát ra bởi nguồn sáng trên một ảnh phổ.

5.3.3. Quan sát biểu đồ ghi

Hình 24 trình bày các phổ phát ra bởi hai ngôi sao. Phổ thứ nhất tương ứng với phổ của một ngôi sao của Thiên hà chúng ta, phổ thứ hai là của một ngôi sao của Đại Tinh vân Magellan.



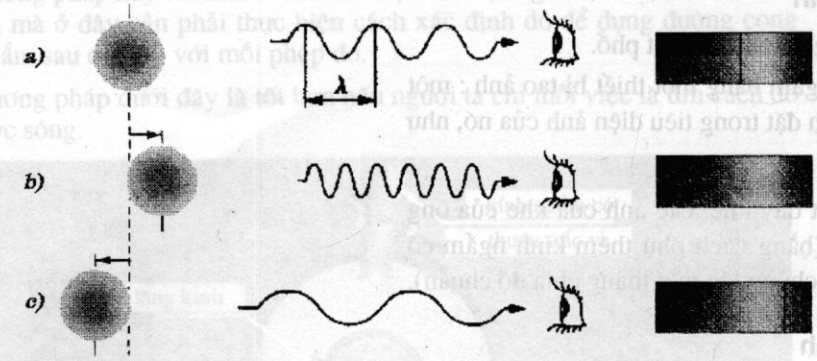
◀ **H.24**. *Việc dựng các phổ của sắt, của một ngôi sao của thiên hà chúng ta ① và của một ngôi sao của Đại Tinh vân Magellan.*

Từ lúc mới hình thành, các ngôi sao được cấu tạo bởi cùng các nguyên tố chủ yếu là hiđro đang trên quá trình biến đổi thành hêli do phản ứng nhiệt hạch

Vậy ta hy vọng rằng hai phổ sẽ rất giống nhau : phổ liên tục của vật đen, trongđó việc hấp thụ chọn lọc một số bức xạ nào đó bởi các nguyên tố có trong các lớp ngoài cùng của ngôi sao được thể hiện bởi cac vạch tối. Hai phổ được biểu diễn ở đây thực tế là tương tự, nhưng có một sự dịch chuyển có hệ thống các vạch của chúng.

Phổ thứ nhất bị dịch chuyển sang phải so với phổ của sắt nhận được trong phòng thí nghiệm. Phổ thứ hai dịch chuyển sang phải so với phổ thứ nhất. Hiện tượng này là do hiệu ứng DOPPLER - FIZEAU gây ra một sự dịch chuyển các vạch tùy thuộc vào sự chuyển động của nguồn phát đối với quan sát viên (h.25) hoặc đối với một ngôi sao khác.

Bằng cách quan sát sự dịch chuyển đó đối với phổ chuẩn (phổ của sắt của hình 23) người ta có thể xác định được vận tốc ra xa hoặc lại gần của ngôi sao đối với Trái Đất.



◀ **H.25.** *Hiệu ứng* DOPPLER – FIZEAU.
a) *Nguồn cố định đối với quan sát viên.*
b) *Nguồn lại gần quan sát viên : hấp thụ bị dịch chuyển về phía xanh (sự tăng tần số quan sát).*
c) *Nguồn ra xa quan sát viên : vạch hấp thụ bị dịch chuyển về phía đỏ (giảm tần số quan sát).*

ĐIỀU CẦN GHI NHỚ

■ **Luôn luôn có phản xạ toàn phần nếu $A > 2\Lambda$, với $\sin\Lambda = \frac{1}{n}$, Λ là góc khúc xạ giới hạn ở mặt vào.**

Khi $A \leq 2\Lambda$, tia sáng sẽ ló ra khỏi lăng kính nếu :

$$i_0 \leq i \leq \frac{\pi}{2}, \text{ trong đó } \sin i_0 = n\sin(A - \Lambda).$$

■ **Góc lệch tăng theo chiết suất của lăng kính, từ ánh sáng đỏ đến ánh sáng tím trong vùng nhìn thấy.**

■ **Cực tiểu của góc lệch : khi góc tới i thay đổi từ i_0 đến $\frac{\pi}{2}$, góc lệch đi qua một cực tiểu D_m nghiệm đúng hệ thức $\sin\left(\frac{D_m + A}{2}\right) = n\sin\left(\frac{A}{2}\right)$. Ở cực tiểu của góc lệch, sơ đồ của tia sáng là đối xứng đối với mặt phẳng phân giác của góc của lăng kính.**

■ **Chiết suất của lăng kính có thể được tính bằng cách đo A và xác định cực tiểu của góc lệch D_m nhờ một máy đo góc.**

■ **Lăng kính nhờ khả năng tán sắc của nó cho phép phân tích được phổ của một nguồn sáng. Muốn vậy người ta sử dụng một kính quang phổ nếu việc quan sát phổ được thực hiện qua một kính ngắm , hoặc một máy ghi phổ nếu việc quan sát được thực hiện trên một màn hoặc một phim ảnh. Các thiết bị này cho phép xác định các bước sóng của các vạch khác nhau của phổ. Một máy đo phổ cho một phép ghi bằng đồ thị, nhờ đó có thể biết được bước sóng và cường độ của mỗi vạch.**

Bài tập

ÁP DỤNG TRỰC TIẾP BÀI GIẢNG

1 Lăng kính có góc nhỏ

Độ lệch trong trường hợp của một lăng kính có góc nhỏ sử dụng dưới góc tới hầu như vuông góc bằng bao nhiêu ?

• *Lời giải*

r, r' và i đều nhỏ, từ đó $D = (n - 1)A$.

2 Sai số của việc xác định *n*

Người ta đo D_m và A với các sai số ΔD_m và ΔA. Tính sai số tương đối đối với giá trị của *n*.

Chứng minh rằng nếu $\Delta D_m = \Delta A = \varepsilon$, lúc đó $\frac{\Delta_n}{n} = \frac{\varepsilon}{2}\cot an\left(\frac{A}{2}\right)$.

Số liệu : $\varepsilon = 6'$ góc $= 1{,}8.10^{-3}$ rad, $n = 1{,}732$, $A = 60^o$, $D_m = 60^0$.

• *Lời giải*

$n = \frac{\sin\frac{A+D_m}{2}}{\sin\frac{A}{2}}$ từ đó $\frac{dn}{n} = \text{cotan}\left(\frac{D_m+A}{2}\right)\frac{d(D_m+A)}{2} - \text{cotan}\left(\frac{A}{2}\right)\frac{dA}{2}$,

nghĩa là $\frac{dn}{n} = \frac{dD_m}{2}\text{cotan}\left(\frac{D_m+A}{2}\right) + \frac{dA}{2}\left[\text{cotan}\left(\frac{D_m+A}{2}\right) - \text{cotan}\left(\frac{A}{2}\right)\right]$.

$\frac{\Delta n}{n} = \frac{\Delta D_m}{2}\left|\text{cotan}\left(\frac{D_m+A}{2}\right)\right| + \frac{\Delta A}{2}\left|\text{cotan}\left(\frac{A}{2}\right) - \text{cotan}\left(\frac{D_m+A}{2}\right)\right|$.

$i_m = \frac{D_m+A}{2}$ và $\frac{A}{2}$ *là trong khoảng từ 0 đến* $\frac{\pi}{2}$, *các giá trị tuyệt đối có thể được bỏ đi, từ đó* $\frac{\Delta n}{n} = \frac{\varepsilon}{2}\cot an\frac{A}{2}$. *Lúc đó* $n = 1{,}732 \pm 0{,}003$.

3 Năng suất tán sắc của một lăng kính

Xét một lăng kính có góc đỉnh $A = 60^o$. Nó được chiếu sáng bằng một chùm sáng trắng ($0{,}43\mu m < \lambda < 0{,}77\mu m$) dưới góc tới bằng 60^0.

Tính độ tán sắc (độ biến đổi của góc lệch của lăng kính giữa $\lambda = 0{,}77\mu m$ và $\lambda = 0{,}43\ \mu m$) đối với một lăng kính chế tạo bằng :

• thủy tinh crown : n (0,43μm) = 1,528, n (0,77μm) = 1,511,

• thủy tinh flint nặng : n (0,43μm) = 1,675, n (0,77μm) = 1,638.

• *Lời giải*

sin i = n sin r, sini' = nsinr', r + r' = A và D = i + i' - A, ở đây i = A vậy D = i', với crown, $\Delta D = 1'21'$ *với flint,* $\Delta D = 3'21'$

		r	r'	D
Crown	n = 1,528	34,53°	25,47°	41,09°
	n = 1,511	34,97°	25,03°	39,74°
flint	n = 1,675	31,13°	28,87°	53,96°
	n = 1,638	31,92°	28,08°	50,54°

4 Đường cong chiết suất, định luật CAUCHY

Người ta đặt một lăng kính lên đĩa của một máy đo góc. Sau khi các điều chỉnh đã được thực hiện, người ta đo góc *A* của lăng kính : $A = 60^o00 \pm 2'$. Sau đó người ta thực hiện một dãy các đo đạc để xác định cực tiểu của góc lệch đối với các bước sóng đã biết trong phổ các vạch của thủy ngân và của natri :

vạch	λ (nm)	D_m
đỏ Na	616,0	55°30'
vàng Hg	579,0	56°04'
vàng Hg	577,0	56°06'
lục Na	568,8	56°15'
lục Hg	546,1	56°40'
xanh lục Hg	496,0	57°51'
xanh lục Hg	491.6	57°58'
xanh chàm Hg	435,8	59°51'
tím Hg	407,8	61°10'
tím Hg	404,7	61°20'

Góc lệch được xác định với sai số bằng ±2'

1) Hỏi ở cực tiểu của độ lệch, hệ thức liên hệ giữa chiết suất *n* của lăng kính *A* và D_m ?

2) Bổ sung bảng bằng cách tính các giá trị tương ứng của chiết suất. Chỉ rõ số chữ số có nghĩa liên quan đến độ chính xác của các phép đo.

3) Vẽ đường cong thực nghiệm $n = f(\lambda)$

4) Kiểm nghiệm bằng đồ thị định luật thực nghiệm của CAUCHY : $n = a + \dfrac{b^2}{\lambda^2}$ và chính xác hóa các giá trị của a và b.

• *Lời giải*

1) $i = i' = \dfrac{(D_m + A)}{2}$ và

$$r = r' = \frac{A}{2}; n = \left(\frac{\sin\dfrac{(D_m + a)}{2}}{\sin\left(\dfrac{A}{2}\right)} \right); \Delta n = \frac{\varepsilon}{2}\cot an\left(\frac{A}{2}\right).$$

với $\varepsilon = 2'$, *nghĩa là :* $\Delta n = 3.10^{-4}.\sqrt{3}n$; *với* $n \approx \sqrt{3}$, $\Delta n \approx 10^{-3}$.

2)

vạch	λ(nm)	$1/\lambda^2(\mu m^{-2})$	... n
đỏ Na	616,0	2,64	1,691
vàng Hg	579,0	2,98	1,697
vàng Hg	577,0	3,00	1,697
lục Na	568,8	3,09	1,698
lục Hg	546,1	3,35	1,702
xanh lục Hg	496,0	4,06	1,713
xanh lục Hg	491,6	4,14	1,714
xanh chàm Hg	435,8	5,27	1,731
tím Hg	407,8	6,01	1,742
tím Hg	404,7	6,11	1,744

3) *Đường cong* $n = f(\lambda)$ *là giảm dần.*

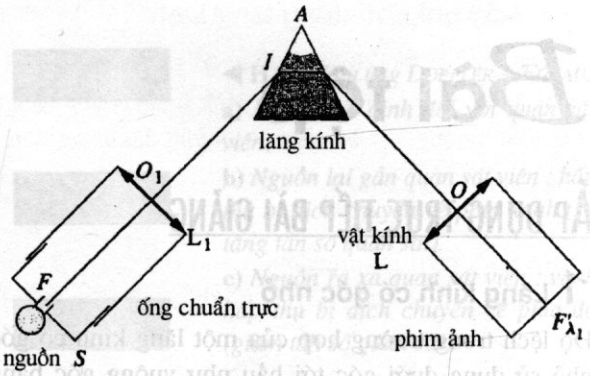
4) *Đường cong* $n = f\left(\dfrac{1}{\lambda^2}\right)$ *là một đường thẳng định luật CAUCHY được nghiệm đúng, với :*

$a \approx 1{,}652$ *và* $b = 1{,}50.10^{-2}\,\mu m^2$.

5 Góc lệch cực tiểu

Khả năng phân giải một vạch kép

Một phổ được phân tích nhờ một máy ghi phổ dùng lăng kính được biểu diễn trên sơ đồ dưới đây :



Chiết suất của lăng kính tuân theo định luật CAUCHY đơn giản hóa trong vùng nhìn thấy $n = a + \dfrac{b}{\lambda^2}$, với $a = 1{,}652$ và $b = 1{,}50.10^{-2}\,\mu m^2$.

1) Cho một sự đánh giá của $\left(\dfrac{\delta n}{\delta \lambda}\right)_{\lambda_o}$.

Số liệu : Góc của lăng kính là $A = 60^o$ và $\lambda_0 = 0{,}6\mu m$. Tiêu cự ảnh của ống chuẩn trực bằng $f'_{chtr} = 20\text{cm}$ và của vật kính $f'_{vk} = 1m$. Các sắc sai đã được sửa.

Người ta xác định cực tiểu của góc lệch $D_m(\lambda_1)$ đối với bước sóng λ_1. Trên sơ đồ đã biểu diễn đường đi qua lăng kính và vật kính của một tia sáng FO_1I ứng với bước sóng đó.

2) a) Biểu diễn đường đi qua một tia tới khác ứng với λ_1.

b) Biểu diễn đường đi của một tia tới FO_1I tương ứng với một bước sóng λ_2 gần λ_1 và lớn hơn một ít.

3) Thiết lập hệ thức giữa cực tiểu của góc lệch D_m, góc A của lăng kính, và chiết suất n đối với một bức xạ có bước sóng λ cho trước. Tính D_m đối với vạch kép vàng của thủy ngân và của natri ứng với :

$$\lambda_1 = 578\text{nm} \text{ và } \lambda_2 = 589\text{nm}.$$

4) Ảnh hưởng của chiết suất lên độ lệch sẽ như thế nào ?

Chứng minh rằng $dD = \dfrac{\sin A}{\cos i'.\cos r} dn$

5) Chứng minh rằng sự truyền qua của một bức xạ về sau đó sẽ kéo theo, ở cực tiểu của độ lệch, một biến thiên dD của góc lệch có dạng :

$$dD = -4b.\frac{\sin\left(\dfrac{A}{2}\right)}{\cos\left(\dfrac{D_m + A}{2}\right)}.\frac{d\lambda}{\lambda^3}.$$

6) Hỏi khoảng cách phân cách hai vạch tương ứng với các bước sóng λ_1 và λ_2 đó, được kí hiệu $F'(\lambda_1)$ và $F'(\lambda_2)$, trên phim ảnh ? Tính khoảng cách đó đối với cách vạch kép của thủy ngân và của nari.

Số liệu : Hg : $\lambda_1 = 577,0$ nm và $\lambda_2 = 579,0$nm

Na : $\lambda_1 = 589,0$nm và $\lambda_2 = 589,6$nm

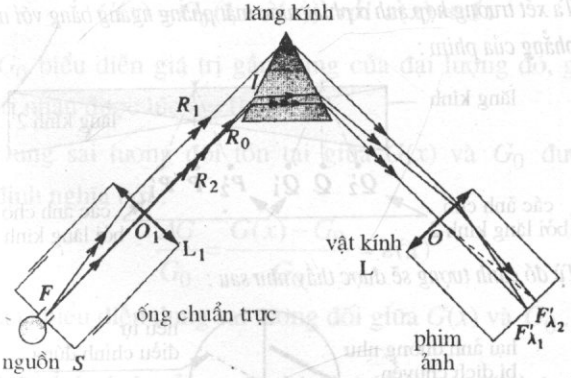
7) Hỏi độ rộng cực đại mà khe của ống chuẩn trực có thể có để vạch kép được tách ra khi không có các giới hạn khác. Thực hiện áp dụng bằng số

• *Lời giải*

1) $\left(\frac{\delta n}{\delta\lambda}\right)_{\lambda_0} = -\frac{2b}{\lambda_0^3} = -\frac{2\times 1,5.10^{-2}}{(0,6)^3} \approx 0,3\mu m^{-1} \approx 3.10^{-4} nm^{-1}$.

n thay đổi một lượng 3.10^{-4} *khi* λ *thay đổi 1* nm.

2) a) b)



3) *Nếu* $D = D_m$, $r = r' = \frac{A}{2}$ *và* $i = i' = \frac{D_m + A}{2}$, *từ đó* $\sin\left(\frac{A+D_m}{2}\right) = n\sin\frac{A}{2}$.

A.N. : $\lambda = 578$ *nm ;* $n = 1,697$ *;* $D_m = 56°5'$ *(đối với thủy ngân).*

$\lambda = 589$*nm ;* $n = 1,697$ *;* $D_m = 55°54'$ *(đối với thủy ngân).*

4) $dD = \frac{\sin A}{\cos i.\cos r} dn$.

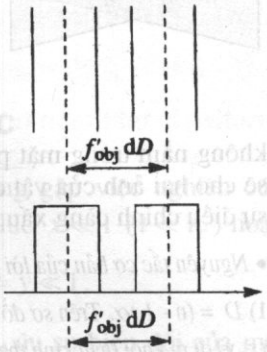
5) *Chiết suất tuân theo định luật* CAUCHY, *từ đó* $dn = -2b\frac{d\lambda}{\lambda^3}$ *và ở cực tiểu của góc lệch*

$$dD = -4b.\frac{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}{\cos\{(D_m + A)/2\}}.\frac{d\lambda}{\lambda^3}.$$

6) *Trên tiêu diện ảnh của vật kính, các vạch được tách ra một đoạn* $f'_{vk}.dD$, *vậy khoảng tách bằng* $4bf'_{vk}.\frac{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}{\cos\{(D_m + A)/2\}}.\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1^3}$.

A.N. : vạch kép vàng của thủy ngân : 0,59 mm ; vạch kép vàng của natri : 0,17mm.

7) *Khe ảnh, nó bằng* $\frac{f'_{vk}}{f'_{th.k}} = 5$ *lần lớn hơn khe nguồn của ống chuẩn trực, cần phải có độ rộng nhỏ hơn khoảng cách của các vạch trên phim ảnh, nghĩa là lớn nhất bằng 0,12*mm *để tách vạch kép của thủy ngân và 0,035* mm *để tách vạch kép của natri. Giá trị bằng số cuối cùng này là rất nhỏ. Người ta có thể cải thiện sự tán sắc bằng cách sử dụng nhiều lăng kính kết hợp (bộ lăng kính).*



SỬ DỤNG VỐN KIẾN THỨC

6 Kính đo từ xa dùng các lăng kính đặt chéo

Mục đích của bài tập này là hiểu được nguyên tắc của hệ điều chỉnh một máy ảnh loại ống kính kép.

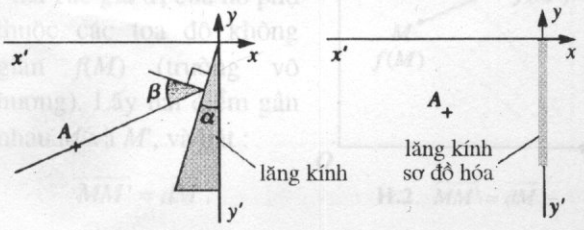
1) Tính tương điểm của một lăng kính góc nhỏ

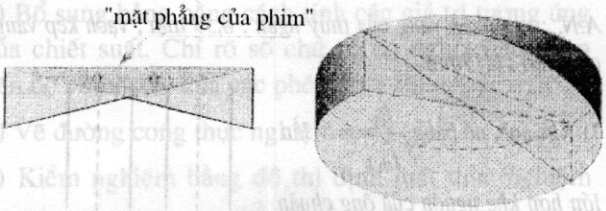
Giả sử một lăng kính có chiết suất n và góc đỉnh α nhỏ. Nó được sử dụng ở gần cạnh của nó trong khuôn khổ gần đúng GAUSS.

Vậy nó có thể được sơ đồ hóa như trên hình vẽ dưới đây. Xét một điểm A có các tọa độ (x, y). Bằng cách vẽ một tia sáng đi ra từ A vuông góc với lăng kính và một tia làm với lưỡng chất thứ nhất một góc β nhỏ, chứng minh rằng lăng kính là tương điểm trong gần đúng GAUSS và ảnh của A và A' có các tọa độ $(x,\ y - (n-1)\alpha x)$. Ta giới hạn ở các tia vuông góc với cạnh của lăng kính.

2) Nguyên tắc của kính đo từ xa dùng các lăng kính đặt chéo

Kính đo từ xa (xem sơ đồ dưới đây) được đặt cách vật kính cùng một khoảng cách như phim ảnh. Chứng minh rằng nếu ảnh của một vật điểm cho bởi vật kính



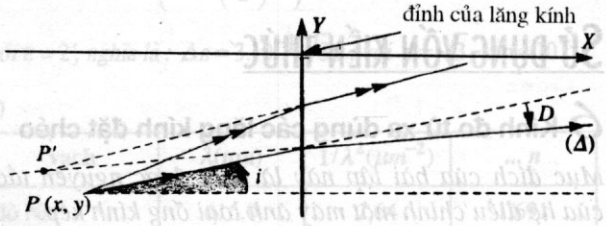


không nằm trong mặt phẳng của phim, kính đo từ xa sẽ cho hai ảnh của vật đó mà chúng càng xa nhau khi sự điều chỉnh càng xấu.

• *Nguyên tắc cơ bản của lời giải*

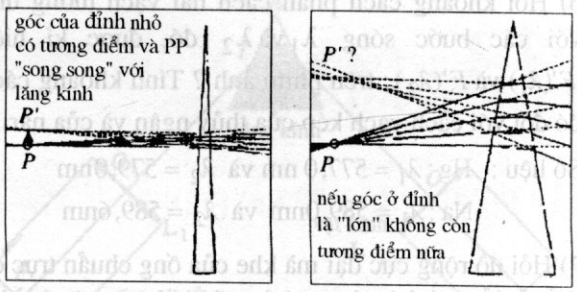
1) $D = (n - 1)\alpha$. *Trên sơ đồ i và D là dương. Một tia phát ra từ P (x, y) đi ra khỏi thấu kính theo đường thẳng (Δ). Ta tìm "điểm gặp nhau" P' của tập hợp các đường thẳng đó khi i thay đổi. Phương trình của đường thẳng (Δ)*

$$Y = -(D - i)X + y - ix.$$

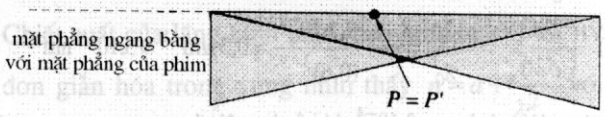


$Y = -(D - i)(X - x) + y - Dx$, *nghĩa là* $\dfrac{Y-(y-Dx)}{X-x} = -(D-i)$.

P' có các tọa độ (x, y - Dx), nghĩa là P' (x, y - (n - 1) α x). Điểm gặp nhau là không phụ thuộc i. Điều đó có nghĩa là một lăng kính có góc đỉnh bé là tương điểm trong khuôn khổ gần đúng của GAUSS. *Đó là tương điểm gần đúng (xem mô hình dưới đây).*

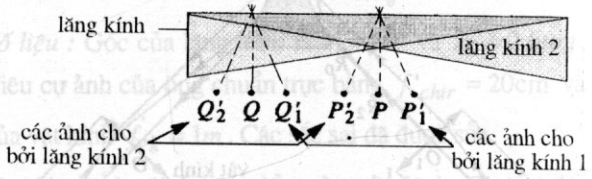


2) *Nếu ảnh ở trong mặt phẳng của phim, chính ảnh này sẽ được thấy rõ ràng qua kính đo từ xa.*

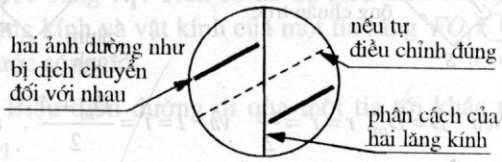


P và P' là trùng nhau bất kể lăng kính được xét (tương điểm)

Ta xét trường hợp ảnh ở phía trước mặt phẳng ngang bằng với mặt phẳng của phim :



Từ đó cảnh tượng sẽ được thấy như sau :



Phụ lục 1

Nhắc lại một số kiến thức toán học

1 KHAI TRIỂN CÓ GIỚI HẠN

Trong Vật lí, sự khai triển có giới hạn rất bổ ích : chúng cho phép biết được giá trị gần đúng của các đại lượng Vật lí và xác định được dung sai tương đối tồn tại giữa giá trị gần đúng đó và giá trị thực của đại lượng.

1.1. Dung sai tương đối

Giả sử rằng một đại lượng G phụ thuộc biến số x được viết dưới dạng sau :

$$G(x) = G_0(1 + \varepsilon(x)) \text{ với } \varepsilon(x) \ll 1 .$$

G_0 biểu diễn giá trị gần đúng của đại lượng đó, giá trị nhận được lúc $\varepsilon = 0$.

Dung sai tương đối tồn tại giữa $G(x)$ và G_0 được định nghĩa bởi :

$$\frac{\Delta G}{G_0} = \frac{G(x) - G_0}{G_0} = \varepsilon(x)$$

$\varepsilon(x)$ biểu diễn dung sai tương đối giữa $G(x)$ và G_0.

1.2. Ích lợi của một khai triển có giới hạn. Khái niệm về bậc

x là biến số không thứ nguyên hoặc biến số rút gọn ($x \ll 1$)	
G_0	số hạng bậc 0
$G_0 + Ax$	khai triển giới hạn bậc 1
$G_0 + Ax + Bx^2$	khai triển giới hạn bậc 2
$G_0 + Ax + Bx^2 + Cx^3$	khai triển giới hạn bậc 3
$G_0 + Ax + Bx^2 + Cx^3 + Dx^4$	khai triển giới hạn bậc 4

H.1.

Giả sử x là một biến số không thứ nguyên, x có thể biểu diễn ví dụ tỉ số $\frac{t}{\tau_c}$, trong đó t là một thời gian và τ_c là một đại lượng thời gian đặc trưng của bài toán $\left(RC, \frac{R}{L}, \frac{l}{l_c}\right)$, trong đó l là một chiều dài và l_c là một chiều dài đặc trưng của bài toán, ví dụ một bước sóng. Trong Vật lí ta thường gặp việc nghiên cứu hoạt động của một hệ thức lúc $x \ll 1$ ($t \ll \tau_c$) hoặc $x \gg 1$ ($t \gg \tau_c$), nghĩa là $\frac{1}{x} = y \ll 1$.

Vậy ta thường phải nghiên cứu sự biến đổi của một đại lượng ở lân cận $x = 0$ hoặc $y = 0$.

Giả sử một đại lượng $G(x)$ được viết dưới dạng :

$$G(x) = G_0 + Ax + Bx^2 + Cx^3 + Dx^4 + ...$$

x là một đại lượng Vật lí không thứ nguyên. Khai triển này là một khai triển có giới hạn của $G(x)$ ở lân cận $x = 0$.

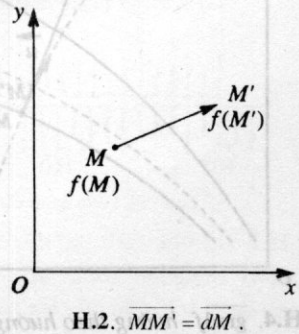
1.3. Một số ví dụ về các khai triển có giới hạn bổ ích

- $\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + ...$
- $\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + ...$
- $(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2}x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{2\times 3}x^3 + ...$
- $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + ...$
- $\ln(1+x) = x + ...$
- $\sin x = x - \frac{x^3}{6} + ...$
- $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2} + ...$

2 TOÁN TỬ GRADIEN

2.1. Định nghĩa

Giả sử một hàm vô hướng f mà các giá trị của nó phụ thuộc các tọa độ không gian $f(M)$ (trường vô hướng). Lấy hai điểm gần nhau M và M', và đặt :



$\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{dM}$.

H.2. $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{dM}$.

Ta hãy quan tâm đến đại lượng $df = f(M') - f(M)$ (h.2).

Toán tử gradien (trường vectơ) được định nghĩa bởi :

$$df = f(M') - f(M) = \overrightarrow{grad f}.\overrightarrow{dM}\ ,\ \text{với}\ \overrightarrow{dM} = \overrightarrow{MM'}$$

Gradien là một toán tử áp dụng vào một vô hướng và kết quả là một vectơ.

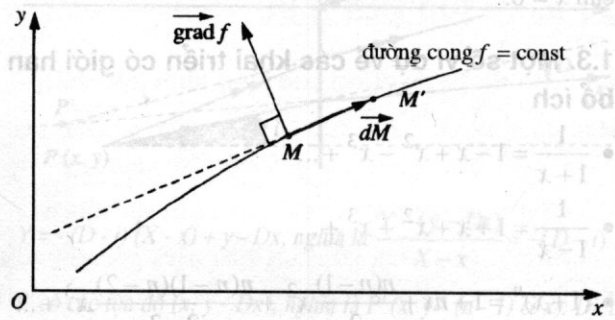
2.2. Tính chất

■ Giả sử hai điểm cạnh nhau M và M' ($\overrightarrow{dM} = \overrightarrow{MM'}$) ở trên một mặt phẳng f = const :

$$f(M') = f(M),\ \text{từ đó}\ df = 0$$

Áp dụng định nghĩa của toán tử gradien ta có $0 = \overrightarrow{\text{grad}f}.\overrightarrow{dM}$, nghĩa là $\overrightarrow{\text{grad}f}$ vuông góc với $\overrightarrow{dM}$, nghĩa là vuông góc với mặt f = const (h.3).

grad$f$ là vuông góc với các mặt f(M) = const.



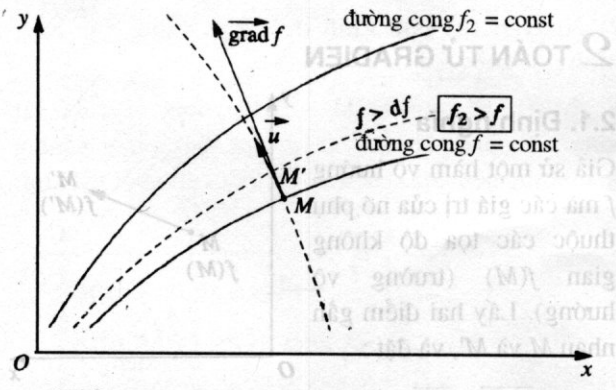
H.3. $\overrightarrow{\text{grad}f}$ *là vuông góc với mặt* f = *const.*

■ Giả sử một điểm M trên một mặt f = const.

Ta định hướng pháp tuyến với mặt đó tại M theo hướng các hàm f tăng (vectơ đơn vị $\vec{u}$). Giả sử hai điểm cạnh nhau M và M' trên mặt đó mà :

$$\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{dM} = dM\vec{u}\ ,\ \text{với}\ dM > 0,$$

nghĩa là $f(M') > f(M)$, vậy $df > 0$ (h.4).



H.4. $\overrightarrow{\text{grad}f}$ *hướng theo hướng của các hàm* f *tăng.*

Ta biết rằng vectơ gradien là đồng trục với $\vec{u}$. Đặt $\overrightarrow{\text{grad}f} = A\vec{u}$.

Áp dụng định nghĩa của toán tử gradien ta có :

$$\overrightarrow{\text{grad}f}.\overrightarrow{dM} = A\vec{u}.(dM\vec{u}) = A dM > 0\ ,$$

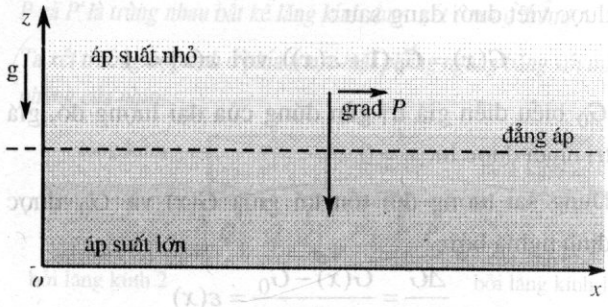
với $dM > 0$; vậy $A > 0$, từ đó $\overrightarrow{\text{grad}f}.\vec{u} > 0$.

$\overrightarrow{\text{grad}f}$ hướng theo hướng của các hàm f tăng.

2.3. Toán tử gradien gặp ở đâu trong Vật lí ?

■ Gradien áp suất

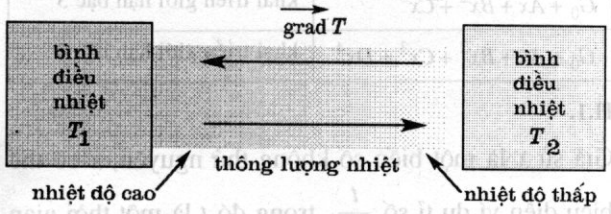
Xét một chất lỏng cân bằng trong trọng trường của Trái Đất. Các áp suất lớn nhất nhận được ở các độ cao bé. Gradien của áp suất là hướng xuống dưới (h.5).



H.5.

■ Gradien nhiệt độ.

Xét một môi trường đồng nhất ở giữa hai bình điều nhiệt ở các nhiệt độ T_1 và T_2 mà $T_2 > T_1$. Các nhiệt độ, ở chế độ ổn định, là càng cao khi càng gần bình điều nhiệt ở nhiệt độ T_2. Gradien nhiệt độ là hướng từ T_1 đến T_2. Dòng nhiệt sẽ hướng theo hướng ngược lại (h.6).

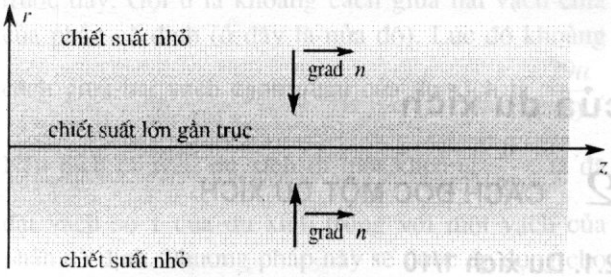


H.6. $T_2 > T_1$.

■ Gradien chiết suất

Xét một sợi quang, hình trụ có chiết suất là một hàm của khoảng cách r từ điểm quan sát đến trục của sợi quang. Đối với một tia sáng ổn định trong cấu hình

đó thì các chiết suất là lớn nhất ở các điểm gần trục nhất. Vậy gradien chiết suất hướng về phía trục (h.7).



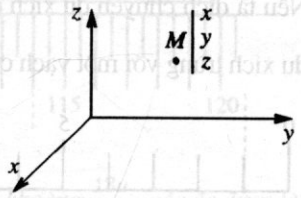
H.7.

2.4. Biểu thức toán học

■ Tọa độ đêcac

Giả sử điểm M có các tọa độ (x, y, z) trong hệ tọa độ đêcac :

$(0, \overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}, \overrightarrow{u_z})$ trong đó $\overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}, \overrightarrow{u_z}$ là các vectơ đơn vị (h.8).



H.8.

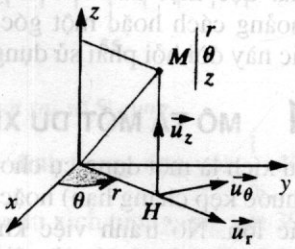
Giả sử một hàm vô hướng $f(M) = f(x, y, z)$:

$$\overrightarrow{grad} f \begin{vmatrix} \dfrac{\delta f}{\delta x} \\ \dfrac{\delta f}{\delta y} \\ \dfrac{\delta f}{\delta z} \end{vmatrix}$$

■ Tọa độ trụ

Giả sử điểm M có các tọa độ trụ (r, θ, z) trong hệ quy chiếu :

$(0, \overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_\theta}, \overrightarrow{u_z})$ trong đó $\overrightarrow{u_r}$, $\overrightarrow{u_\theta}$ và $\overrightarrow{u_z}$ là các vectơ đơn vị (h.9).



H.9.

Giả sử một hàm vô hướng $f(r, \theta, z)$:

$$\overrightarrow{grad} f \begin{vmatrix} \dfrac{\delta f}{\delta r} \\ \dfrac{1}{r}\dfrac{\delta f}{\delta \theta} \\ \dfrac{\delta f}{\delta z} \end{vmatrix}$$

Phụ lục 2

Nguyên tắc của du xích

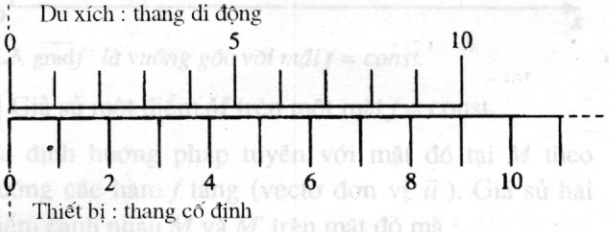
Nhiều thiết bị (không chỉ trong quang học) cần thiết phải đọc một du xích để đọc chính xác hoặc một khoảng cách hoặc một góc. Đôi khi cách đọc chính xác này đòi hỏi phải sử dụng một kính lúp.

1 MÔ TẢ MỘT DU XÍCH

Du xích là một dụng cụ cho phép đo các khoảng cách (thước kẹp chẳng hạn) hoặc các góc với một độ chính xác lớn. Nó tránh việc khắc độ quá sít nhau nhìn không rõ.

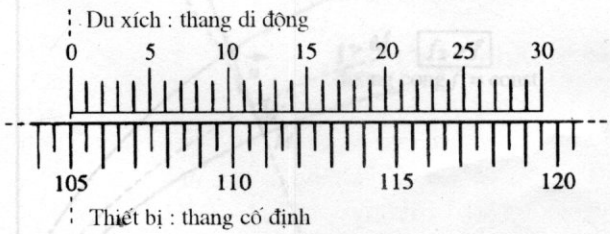
Có hai hệ độ chia đã được khắc, một hệ khắc trên phần cố định, còn một hệ, được gọi là du xích, được khắc trên phần di động của dụng cụ đo. Có $n + 1$ độ chia trên phần di động tương ứng với n độ chia trên phần cố định.

Đối với các phép đo khoảng cách (thước kẹp) mười độ chia của phần di động tương ứng với chín độ chia của phần cố định (h.1). Điều này cho phép thực hiện một phép đo đến 1/10 độ chia ở phần cố định. Nếu độ chia đó biểu diễn milimet, phép đo được thực hiện đến 1/10 mm.



H.1. *Du xích* 1/10, *số đọc* 0,0. *Mười độ chia của phần di động tương ứng với* 9 *độ chia của phần cố định. Phép đo được thực hiện đến* 1/10 *độ chia của phần cố định.*

Đối với các phép đo góc thường 30 độ chia của phần di động tương ứng với 29 độ chia của phần cố định (h.2).



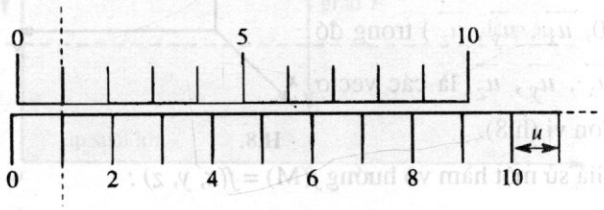
H.2. *Du xích* 1/30 , *số đọc* $105^{\circ}0'$. 30 *độ chia của phần di động tương ứng với* 29 *độ chia của phần cố định. Ta có thể đo được* 1/30 *của độ chia cố định (nửa phút) tức là đo được đến một phút cung.*

2 CÁCH ĐỌC MỘT DU XÍCH

2.1. Du xích 1/10

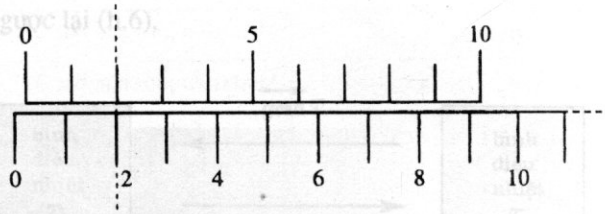
Gọi u là khoảng cách giữa hai vạch chia của phần cố định. Lúc đó khoảng cách giữa hai vạch cạnh nhau của du xích là bằng $\frac{9u}{100}$.

Nếu ta dịch chuyển du xích đi $\frac{u}{10}$, ta đã đặt vạch 1 của du xích trùng với một vạch của phần cố định (h.3).

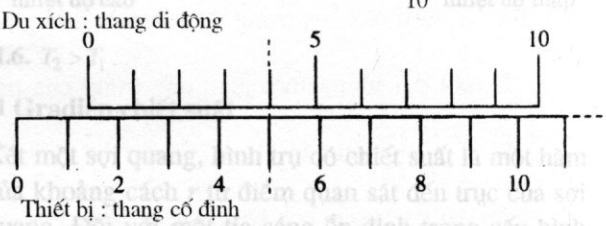


H.3. *Du xích chuyển động một khoảng* $\frac{u}{10}$. *Số đọc* 0,1.

Thường gặp nhất là một dịch chuyển một khoảng n lần $\frac{u}{10}$ với $n < 10$, làm vạch n của du xích trùng với một vạch của phần cố định, từ đó ta có cách đọc của phần dịch chuyển. Đó là cơ sở của sự hoạt động của một du xích (h. 4 và 5).



H.4. *Du xích dịch chuyển một khoảng* $\frac{2u}{10}$. *Số đọc* 0,2.

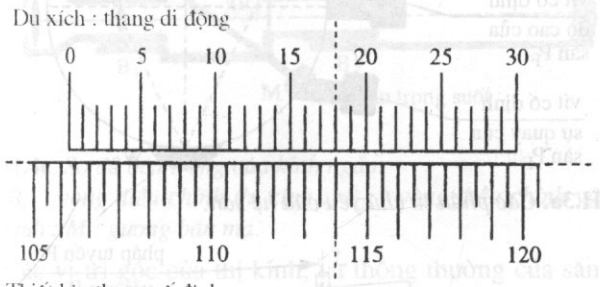


H.5. *Áp dụng cho cách đọc một chiều dài. Số đọc* 1,4.

2.2. Đo góc với một du xích 1/30

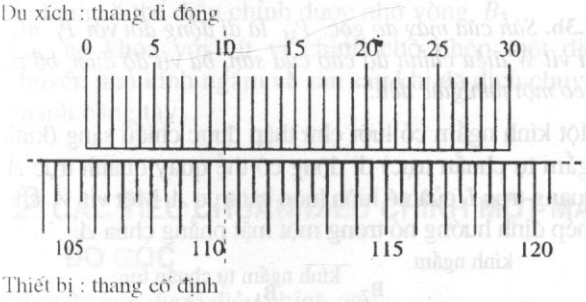
Ta áp dụng cùng phương pháp đối với du xích 1/30 trước đây. Gọi u là khoảng cách giữa hai vạch chia của phần cố định (ở đây là nửa độ). Lúc đó khoảng cách giữa hai vạch cạnh nhau của du xích là $\frac{29u}{30}$.

Nếu dịch chuyển du xích đi một khoảng $\frac{u}{30}$, ta đã đặt vạch số 1 của du xích trùng với một vạch của phần cố định. Phương pháp này sẽ được áp dụng cho một dịch chuyển nào đó (h.6).



H.6. *Du xích dịch chuyển một khoảng* $\frac{18u}{30}$, *góc đo được là* $105^o18'$.

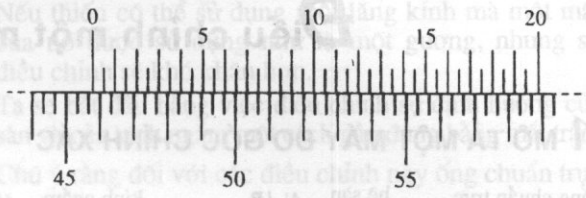
Chú ý ! Với loại du xích này không được quên kể 30 phút khi đã vượt quá nửa độ (h.7).



H.7. *Góc đo được là* $105^o40'$ *chứ không phải là* $105^o10'$ *!*

2.3. Đo góc với một du xích nào đó

Ví dụ : Hình 8 biểu diễn một phần của du xích của một máy đo góc được chia bằng độ. Hỏi góc đo tương ứng. Góc đó được đọc với độ chính xác nào ?



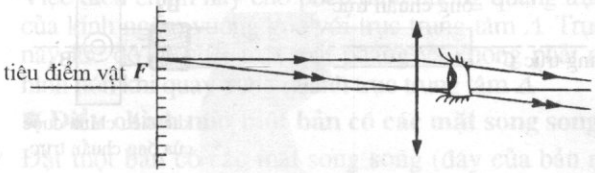
H.8. *Góc đo được là* $45^o48'$ *với sai số* 5' *cung.*

Đơn vị của một độ chia cố định tương ứng với $\frac{1}{3}$ độ nghĩa là 20'. 40 độ chia của du xích tương ứng với 39 độ chia của phần cố định. Vậy độ chính xác của phép đo là $\frac{20}{40}$, nghĩa là 0,5'. Việc đọc trên du xích được thực hiện đến nửa phút cung.

Góc đo được lúc đó là $\theta = 45^o48'$ với sai số 0,5' cung.

3 CÁCH ĐỌC DU XÍCH VỚI MỘT KÍNH LÚP

Để đọc đúng đắn một du xích, đôi khi người ta sử dụng một kính lúp. Để nhìn được rõ, một giải pháp là đặt mắt sát lúp, đưa du xích lại gần để nhìn rõ du xích qua kính lúp : lúc đó du xích là ở trong tiêu diện vật của kính lúp (h.10).

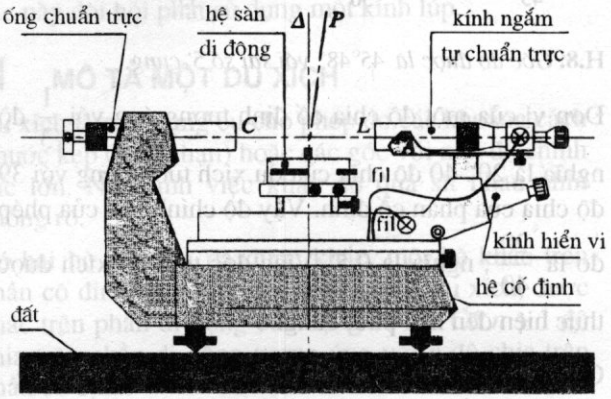


H.10. *Mắt nhìn ở vô cùng ; du xích được nhìn rõ nếu nó đặt trong tiêu diện vật của thấu kính.*

Phụ lục 3

Điều chỉnh một máy đo góc chính xác

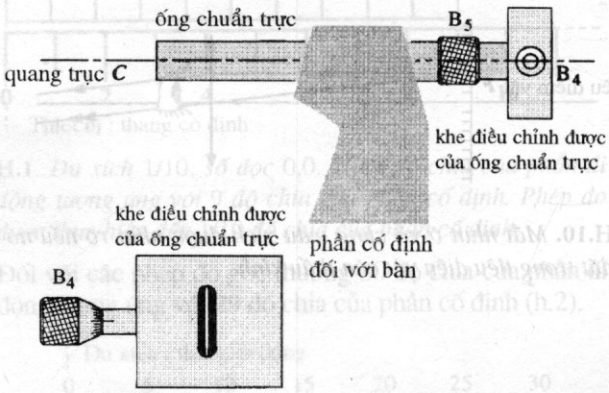
1 MÔ TẢ MỘT MÁY ĐO GÓC CHÍNH XÁC



H.1. *Các thành phần chủ yếu của một máy đo góc chính xác.*

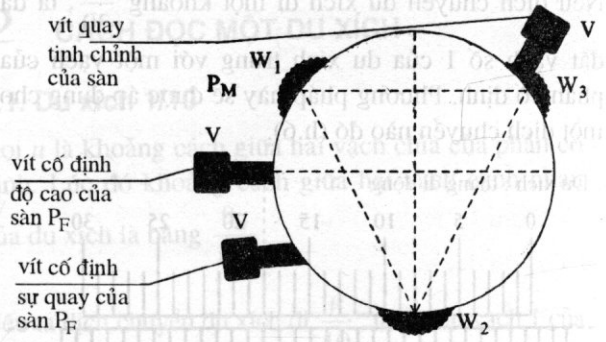
Một máy đo góc gồm ba bộ phận cố định hoặc di động xung quanh một trục trung tâm Δ liên hệ với bộ phận cố định F.

Một ống chuẩn trực được trang bị một khe có quang trục C cắt trục trung tâm Δ và vuông góc với Δ. Thường nó được gắn chặt với bộ phận cố định.

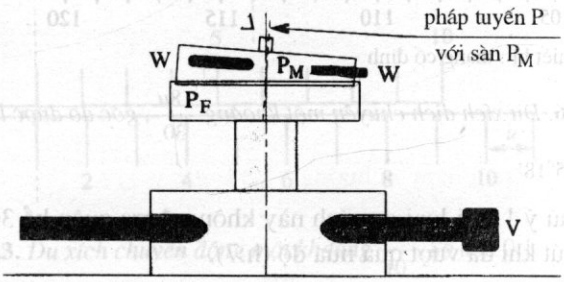


H.2. *Các thành phần chủ yếu của ống chuẩn trực.*
B_4 : vòng điều chỉnh độ rộng của khe của ống chuẩn trực (tinh chỉnh). B_3 : vòng điều chỉnh vật kính của ống chuẩn trực.

Một hệ "sàn", di động xung quanh trục trung tâm Δ và định hướng được, cho phép điều chỉnh một mặt độ cao của hệ, và mặt khác điều chỉnh sự định hướng của pháp tuyến P với mâm đối với trục trung tâm Δ, nhờ ba vít tinh chỉnh.

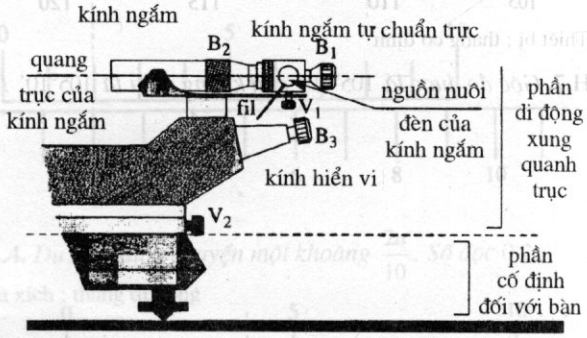


H.3a. *Các phần tử chủ yếu của hệ sàn.*

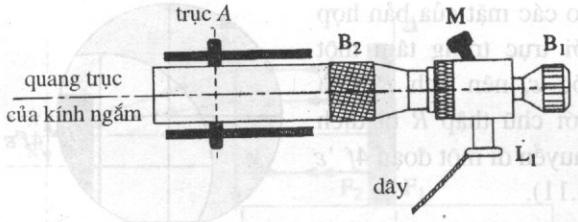


H.3b. *Sàn của máy đo góc. P_M là di động đối với P_F nhờ ba vít W điều chỉnh độ cao của sàn, ba vít đó được bố trí theo một tam giác đều.*

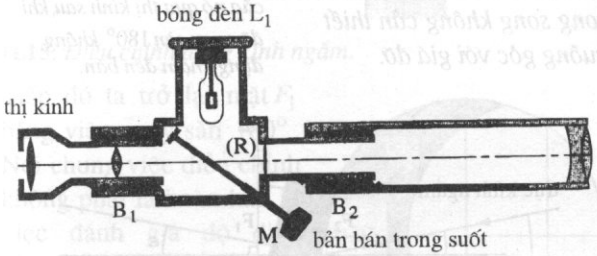
Một kính ngắm có lưới chữ thập được chiếu sáng (kính ngắm tự chuẩn trực) di động có thể quay quanh trục Δ. Quang trục L của nó luôn luôn cắt trục Δ. Một vít V_1 cho phép định hướng nó trong một mặt phẳng chứa Δ.



H.4a. *Các phần tử chủ yếu của kính ngắm tự chuẩn trực.*
B_1 : vòng điều chỉnh thị kính. B_2 : vòng điều chỉnh vật kính. B_3 : vòng điều chỉnh thị kính của kính hiển vi. V_1 : vít cho phép thay đổi sự định hướng của trục L của kính ngắm di động xung quanh trục A.; V_2 : vít khóa hệ di động.



H.4b. *Kính ngắm nhìn từ trên xuống.*



H.4c. *Sơ đồ bên trong của kính ngắm*

B_1 : vòng điều chỉnh thị kính ; B_2 : vòng điều chỉnh vật kính ; M : gương bán mạ.

Các vị trí góc của thị kính, và thông thường của sàn, là có thể xác định được. Đơn vị của độ chia trên hệ cố định thường tương ứng với nửa độ (từ 0^o đến 359^o) ; một du xích 1/30 cho phép thực hiện một phép đọc đến sai số một phút cung. Có tồn tại các du xích khác chính xác hơn.

Việc đọc trên một số máy đo góc chính xác (h.1 và 4a) được thực hiện trực tiếp nhờ một kính hiển vi mà thị kính có thể điều chỉnh được nhờ vòng B_3.

Các hệ khóa với vít vi chỉnh cho phép một dịch chuyển nhỏ kính ngắm và sàn sau khi đã dịch chuyển nhanh bằng tay.

2 CÁC TIÊU CHUẨN ĐIỀU CHỈNH MỘT MÁY ĐO GÓC

Máy đo góc được điều chỉnh nếu :

- kính ngắm được điều chỉnh ở vô cùng ;
- ống chuẩn trực được điều chỉnh ở vô cùng (ta không quan tâm đến việc điều chỉnh này ở đây) ;
- quang trục của kính ngắm L là vuông góc với trục trung tâm Δ ;
- dụng cụ sử dụng hoặc nghiên cứu (một lăng kính hoặc một cách tử sẽ được nghiên cứu ở năm thứ hai) được đặt đúng đắn trên sàn di động ; các việc lắp ráp sử dụng một máy đo góc là cần thiết cho một hình học phẳng : thiết bị được điều chỉnh khi các tia tới và các tia ló đều nằm trong cùng một mặt phẳng vuông góc với Δ. Sự định hướng của pháp tuyến P của sàn phụ thuộc vào dụng cụ nghiên cứu.

3 ĐIỀU CHỈNH KÍNH NGẮM

Để điều chỉnh một cách đơn giản một máy đo góc cần có một bản có các mặt hoàn toàn song song hoặc một gương phẳng mà đáy của nó là vuông góc với mặt phản xạ.

Nếu thiếu có thể sử dụng một lăng kính mà một mặt của nó được sử dụng như là một gương, nhưng sự điều chỉnh sẽ khó khăn hơn.

Ta sẽ bắt đầu bằng việc điều chỉnh sự định hướng của sàn và của kính ngắm một cách gần đúng bằng mắt trần.

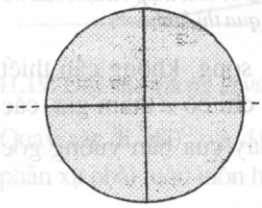
Chú ý rằng đối với các điều chỉnh này ống chuẩn trực là vô ích.

3.1. Điều chỉnh kính ngắm ở vô cùng

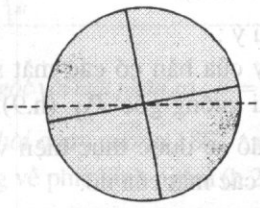
Trước hết cần phải điều chỉnh thị kính để thấy lưới chữ thập rõ nét.

Nhờ một mặt phản xạ, do sự tự chuẩn trực ảnh R' của lưới chữ thập R cũng rõ nét. Lúc đó kính ngắm được điều chỉnh ở vô cùng.

Với các điều chỉnh tiếp theo, dây của lưới chữ thập phải nằm ngang.



H.5a. *Cảnh tượng dây chữ thập lúc điều chỉnh đúng.*



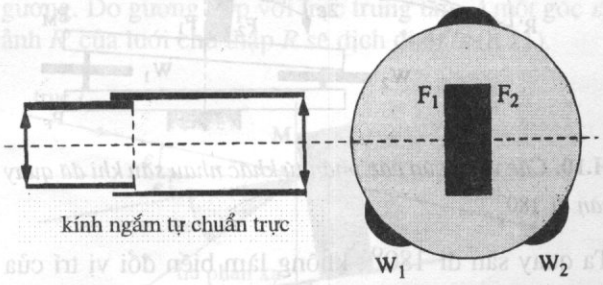
H.5b. *Cảnh tượng dây chữ thập thập lúc điều chỉnh không đúng.*

3.2. Điều chỉnh trục của kính ngắm

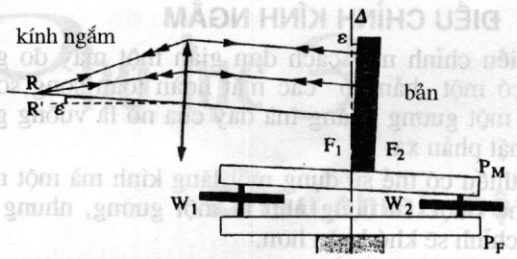
Việc điều chỉnh này cho phép định hướng quang trục L của kính ngắm vuông góc với trục trung tâm Δ. Trục L này lúc đó sẽ quét một mặt phẳng và không phải một hình nón khi quay xung quanh trục trung tâm Δ.

■ Điều chỉnh nhờ một bản có các mặt song song

Đặt một bản có các mặt song song (đáy của bản này không cần thiết phải vuông góc với các mặt của nó) theo một độ cao của tam giác đều tạo bởi ba vít. Lợi ích của vị trí này là để có một khả năng điều chỉnh lớn nhờ hai vít W_1 và W_2 (h.6).

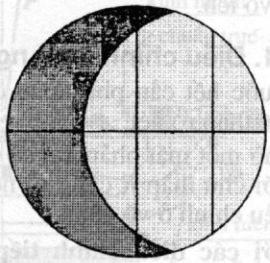


H.6. *Vị trí của bản có các mặt song song đối với việc điều chỉnh trục của một kính ngắm.*



H.7. *R : Lưới chữ thập, R' : ảnh của nó cho bởi hệ {vật kính – bản mặt song song} , ε : góc giữa pháp tuyến với sàn và trục quay.*

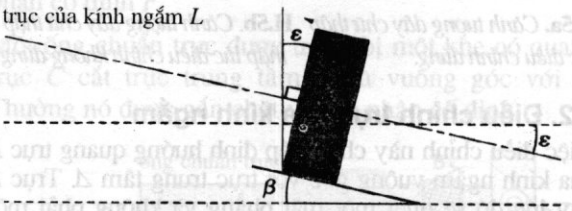
Ta hướng hệ để có tự chuẩn trực trên mặt F_1 của bản. Muốn vậy ta vặn lại vít điều chỉnh kính ngắm và các vít W_1 và W_2 của mâm để dây chữ thập nằm ngang R trùng với ảnh R' của nó (h. 7 và 8).



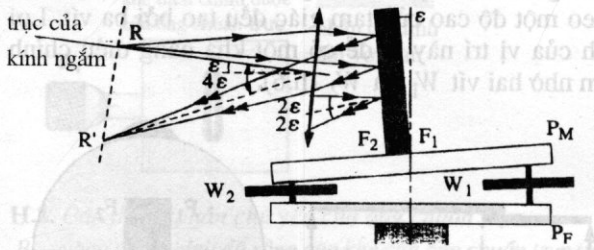
H.8. *Dây chữ thập và ảnh của nó nhìn qua thị kính.*

Chú ý :

Đáy của bản có các mặt song song không cần thiết phải vuông góc P_M (h.9). Do chỉ có ε tham gia, các sơ đồ sẽ được thực hiện với đáy của bản vuông góc với các mặt của nó.



H.9. *ε biểu diễn góc giữa trục trung tâm Δ và một mặt của bản có các mặt song song. Chỉ có góc ε này tham gia vào khi điều chỉnh.*



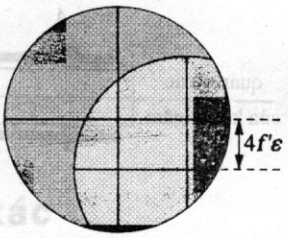
H.10. *Các vị trí của các phần tử khác nhau sau khi đã quay sàn đi* 180°.

Ta quay sàn đi 180°, không làm biến đổi vị trí của bản (h.10). Ta quan sát ảnh của lưới chữ thập do phản xạ trên mặt F_2.

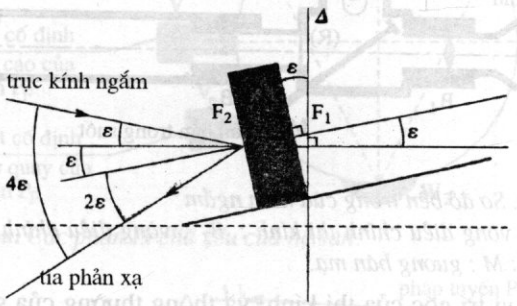
Do các mặt của bản hợp với trục trung tâm một góc ε, nên ảnh R' của lưới chữ thập R bị dịch chuyển đi một đoạn $4f'\varepsilon$ (h.11).

Chú ý :

Đáy của bản có các mặt song song không cần thiết vuông góc với giá đỡ.

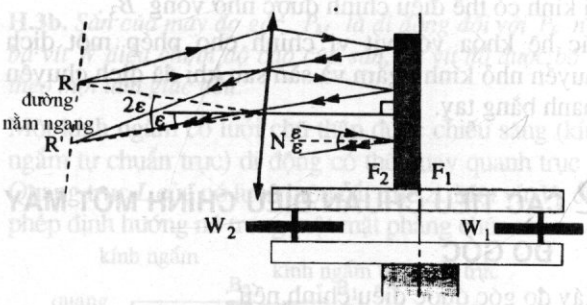


H.11. *Lưới chữ thập và ảnh của nó qua thị kính sau khi đã quay sàn* 180° *không đụng chạm đến bản.*



H.12. *ε biểu diễn góc giữa trục trung tâm Δ và các mặt của bản có các mặt song song. Sau khi quay* 180°, *ảnh của lưới chữ thập dịch chuyển đi* $4f'\varepsilon$.

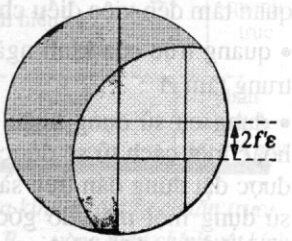
Khi gương quay một góc 2ε thì tia phản xạ xay một góc 4ε



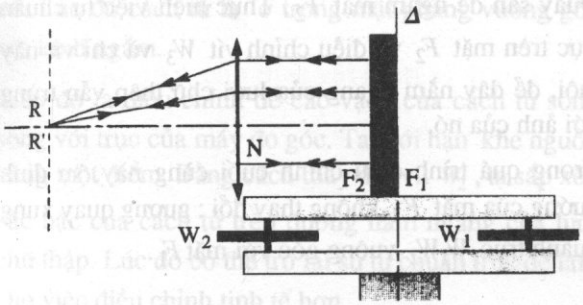
H.13.

Ta thay đổi sự định hướng của sàn nhờ các vít W_1 và (hoặc) W_2 (h.13) để đưa ảnh R' của lưới chữ thập dịch chuyển so với lưới chữ thập một đoạn $2f'\varepsilon$ (h.14).

Cuối cùng ta thay đổi sự định hướng của trục của kính ngắm để đưa lưới chữ thập trùng với ảnh của nó (h.15 và 16).

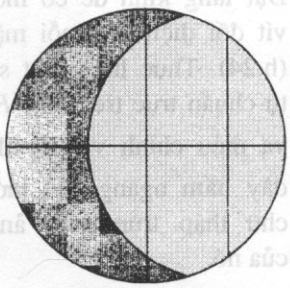


H.14. *Lưới chữ thập và ảnh của nó được nhìn thấy qua thị kính sau khi đã biến đổi sự định hướng của sàn.*



H.15. *Điều chỉnh đúng kính ngắm.*

Tiếp đó ta trở lại mặt F_1 bằng việc quay sàn 180^o. Nói chung việc điều chỉnh không phải là hoàn hảo vì việc đánh giá độ dịch chuyển $2f'\varepsilon$ rất khó. Lúc đó cần phải tuân theo cùng tiến trình của việc điều chỉnh trên mặt F_1.



H.16. *Lưới chữ thập và ảnh của nó nhìn qua thị kính.*

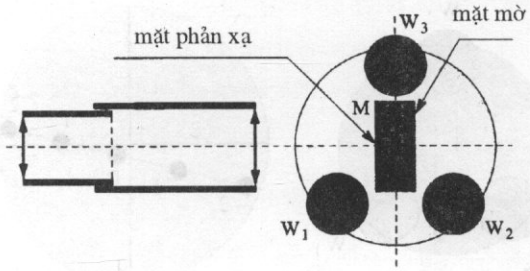
Ta phải lặp lại các điều chỉnh đó trên F_2, rồi F_1, rồi F_2 ...

cho đến một điều chỉnh chính xác. Quang trục L của kính ngắm lúc đó là vuông góc với trục trung tâm Δ của máy đo góc ($\varepsilon = 0$).

Chú ý ! Pháp tuyến P với sàn có một sự định hướng nào đó ($\beta \neq \varepsilon$) (h. 10)

■ Điều chỉnh nhờ một gương phẳng có đáy vuông góc với mặt phản xạ của nó.

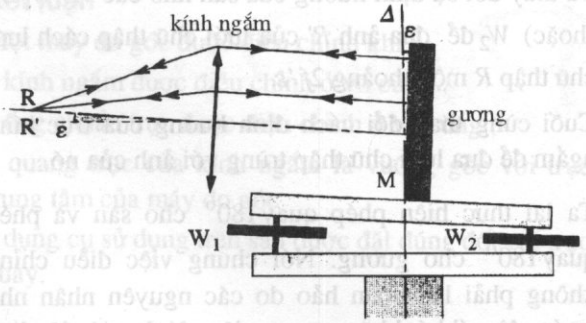
Đặt một gương có đáy vuông góc với mặt phản xạ của nó theo độ cao của tam giác đều tạo bởi ba vít (h.17).



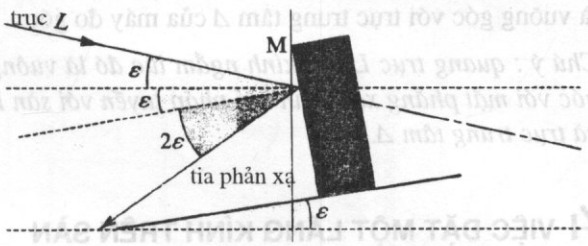
H.17. *Cách bố trí gương trên sàn.*

Ta định hướng hệ để có tự chuẩn trực trên gương. Muốn vậy ta sửa lại vít định hướng của kính ngắm và các vít W_1 và W_2 của mâm để dây chữ thập nằm ngay R trùng với ảnh R' của nó (h. 18).

Trong trường hợp này đáy của gương là vuông góc với mặt phản xạ của nó (h.19).

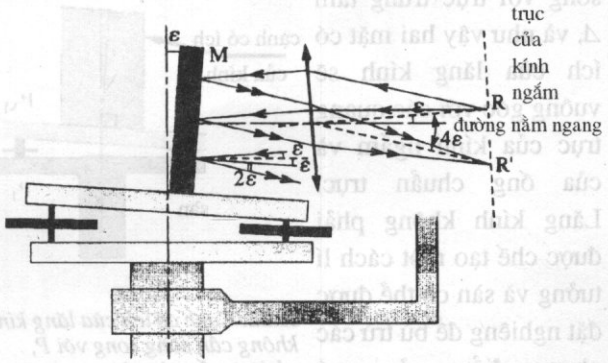


H.18. *R : Lưới chữ thập, R' : ảnh cho bởi hệ {vật kính – gương}, ε : góc giữa pháp tuyến của sàn với trục quay.*



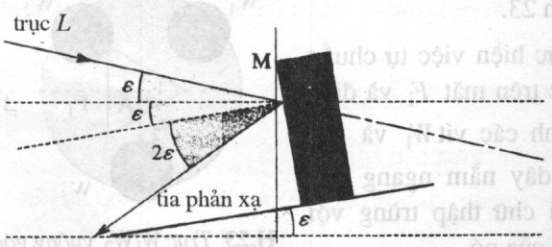
H.19. *Đáy của gương là vuông góc với mặt phản xạ : $\beta = \varepsilon$.*

Quay *sàn* đi 180^o và *đồng thời quay gương* 180^o : mặt phản xạ phải luôn luôn hướng về phía kính ngắm (h.20).



H.20.

Ta quan sát ảnh của lưới chữ thập do phản xạ trên gương. Do gương hợp với trục trung tâm Δ một góc ε, ảnh R' của lưới chữ thập R sẽ dịch đi $4f'\varepsilon$ (h.21).



H.21.

Ta thay đổi sự định hướng của sàn nhờ các vít W_1 và (hoặc) W_2 để đưa ảnh R' của lưới chữ thập cách lưới chữ thập R một khoảng $2f'\varepsilon$.

Cuối cùng thay đổi cách định hướng của trục kính ngắm để đưa lưới chữ thập trùng với ảnh của nó.

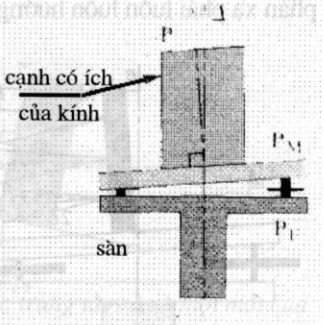
Ta lại thực hiện phép quay 180^o cho sàn và phép quay 180^o cho gương. Nói chung việc điều chỉnh không phải là hoàn hảo do các nguyên nhân như trước đây (khó khăn trong việc đánh giá độ dịch chuyển $2f'\varepsilon$) . Lúc đó cần phải tuân theo cùng tiến trình điều chỉnh và bắt đầu lại cho đến một sự điều chỉnh chính xác. Lúc đó quang trục L của kính ngắm là vuông góc với trục trung tâm Δ của máy đo góc.

Chú ý : quang trục L của kính ngắm lúc đó là vuông góc với mặt phẳng xác định bởi pháp tuyến với sàn P và trục trung tâm Δ.

4 VIỆC ĐẶT MỘT LĂNG KÍNH TRÊN SÀN

Việc điều chỉnh trước đây được giả sử là đúng đắn.

Mục đích là đặt cạnh có ích của lăng kính song song với trục trung tâm Δ, và như vậy hai mặt có ích của lăng kính sẽ vuông góc với các quang trục của kính ngắm và của ống chuẩn trực. Lăng kính không phải được chế tạo một cách lí tưởng và sàn có thể được đặt nghiêng để bù trừ các nhược điểm của quá trình chế tạo (h.22).

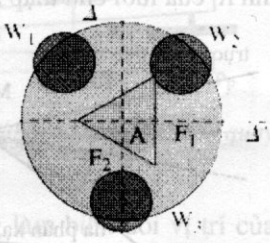


H.22. *Cạnh có ích của lăng kính không cần song song với P, pháp tuyến của sàn.*

4.1. Phương pháp thứ nhất

Đặt lăng kính như trên hình 23.

Thực hiện việc tự chuẩn trực trên mặt F_1 và điều chỉnh các vít W_1 và W_2 để dây nằm ngang của lưới chữ thập trùng với ảnh của nó.



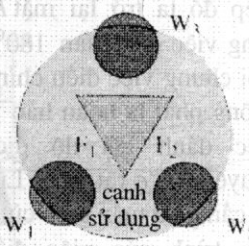
H.23. *Trục W_1W_2 vuông góc với mặt F_1.*

Quay sàn để ngắm mặt F_2. Thực hiện việc tự chuẩn trực trên mặt F_2 và điều chỉnh vít W_3 và chỉ vít này thôi, để dây nằm ngang của lưới chữ thập vẫn trùng với ảnh của nó.

Trong quá trình điều chỉnh cuối cùng này, sự định hướng của mặt F_1 không thay đổi : gương quay xung quanh trục W_1W_2 vuông góc với mặt F_1.

4.2. Phương pháp thứ hai

Đặt lăng kính để có mỗi vít đối diện với mỗi mặt (h.24). Thực hiện một số tự chuẩn trực trên mặt F_1 và điều chỉnh vít W_1 để dây nằm ngang của lưới chữ thập trùng với ảnh của nó.



H.24.

Làm tương tự trên mặt F_2 với vít W_2. Lặp lại các điều chỉnh trên F_1, sau đó trên F_2, cho đến sự điều chỉnh chính xác.

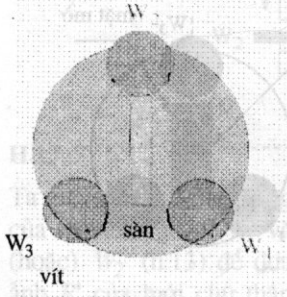
Không cần phải sử dụng mặt thứ ba của lăng kính.

5 VIỆC ĐẶT MỘT CÁCH TỬ

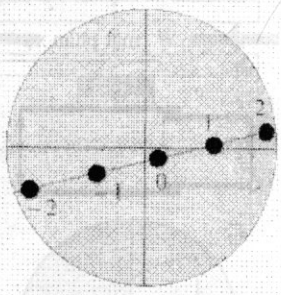
Việc điều chỉnh này chỉ được sử dụng ở năm thứ hai.

Trong quá trình điều chỉnh sau đây, trước hết không cần phải biến đổi sự định hướng của kính ngắm.

Các vạch của cách tử cần phải song song với trục quay của máy đo góc.



H.25.

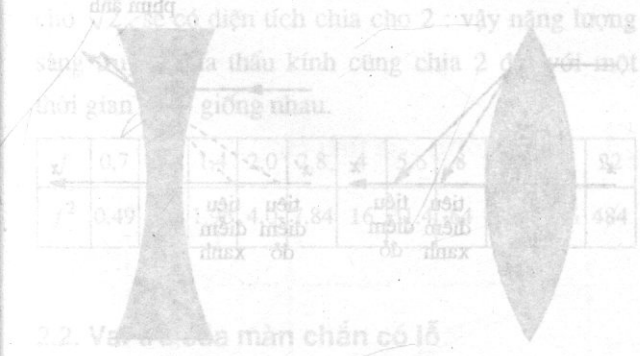


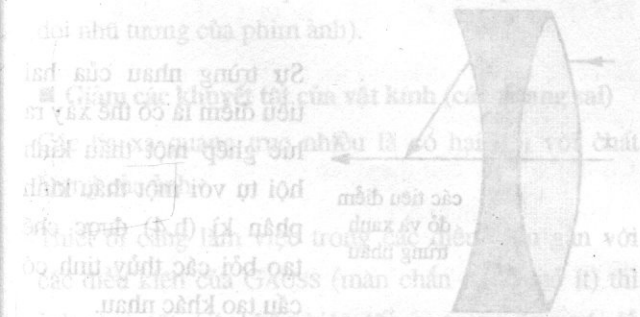
H.26. *Các bậc của cách tử thấy qua kính ngắm.*

Đặt cách tử trên độ cao của tam giác đều tạo bởi các vít (h. 25). Thực hiện sự tự chuẩn trực trên một mặt của cách tử. Bằng cách tác động lên vít W_1, ta đưa dây nằm ngang của lưới chữ thập trùng với ảnh của

nó. Lúc đó cách tử là ở trong mặt phẳng vuông góc với kính ngắm.

Tiếp đó ta điều chỉnh để các vạch của cách tử song song với trục của máy đo góc. Ta giới hạn khe nguồn bằng một điểm. Bằng cách thay đổi vít W_2, ta sắp xếp các bậc của cách tử trên đường nằm ngang của lưới chữ thập. Lúc đó có thể trở lại sự tự chuẩn trực để làm cho việc điều chỉnh tinh tế hơn.

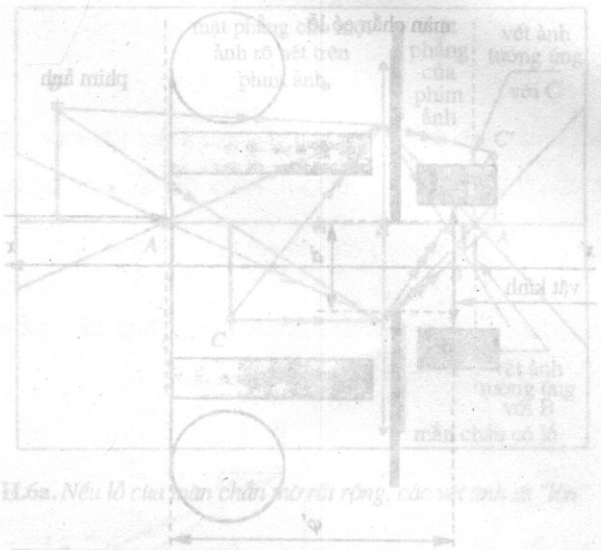


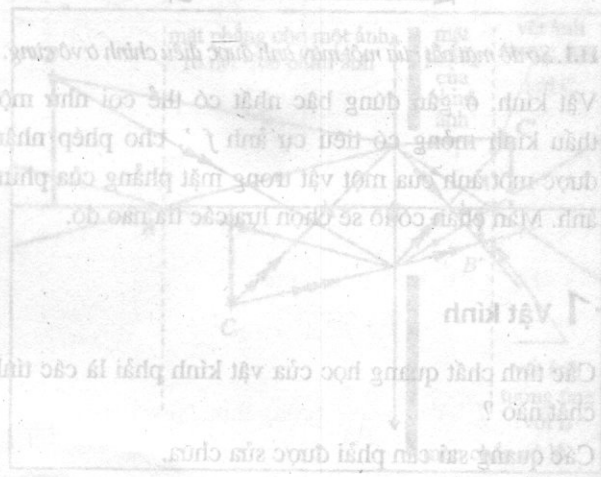


Kết luận

Một máy đo góc được điều chỉnh khi :

- kính ngắm được điều chỉnh ở vô cùng ;
- ống chuẩn trực được điều chỉnh ở vô cùng ;
- quang trục của kính ngắm là vuông góc với trục trung tâm của máy đo góc
- dụng cụ sử dụng trên sàn được đặt đúng đối với trục quay.



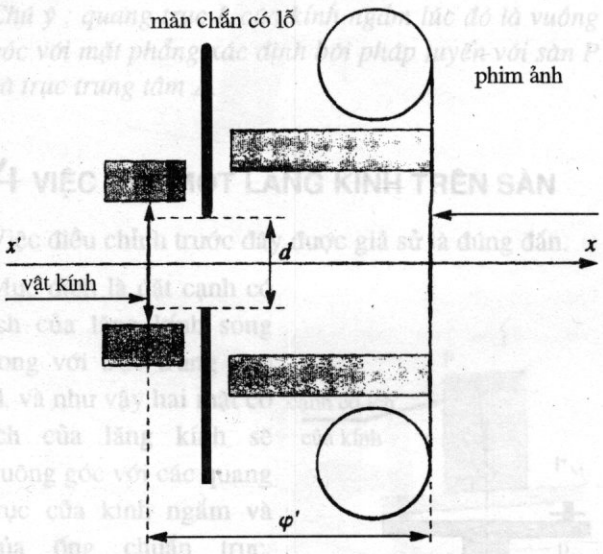


Phụ lục 4

Một số khái niệm về máy ảnh

Một máy ảnh gồm có ba phần quan trọng :

- vật kính,
- màn chắn có lỗ,
- phim ảnh.



H.1. *Sơ đồ mặt cắt của một máy ảnh được điều chỉnh ở vô cùng.*

Vật kính, ở gần đúng bậc nhất có thể coi như một thấu kính mỏng có tiêu cự ảnh f', cho phép nhận được một ảnh của một vật trong mặt phẳng của phim ảnh. Màn chắn có lỗ sẽ chọn lựa các tia nào đó.

1 Vật kính

Các tính chất quang học của vật kính phải là các tính chất nào ?

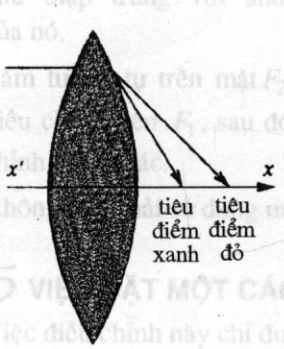
Các quang sai cần phải được sửa chữa.

1.1. Quang sai hình học

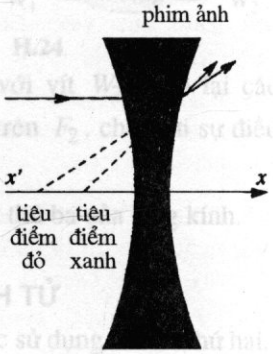
Các quang sai hình học được sửa chữa nhờ sự kết hợp của nhiều thấu kính cầu hoặc không cầu, mỏng hoặc dày. Tập hợp đó là tương điểm và tương phẳng.

1.2. Sắc sai

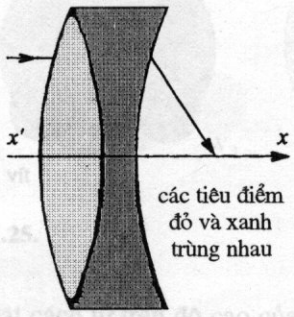
Sắc sai được sửa chữa nhờ sự kết hợp các thấu kính hội tụ và phân kì. Các khuyết tật về sắc sai của một thấu kính hội tụ (h.2) và của một thấu kính phân kì (H.3) là ngược dấu nhau.



H.2. *Sự tán mạn của các tiêu điểm của một thấu kính hội tụ theo hàm của bước sóng.*



H.3. *Sự tán mạn của các tiêu điểm của một thấu kính phân kì theo hàm của bước sóng.*



Sự trùng nhau của hai tiêu điểm là có thể xảy ra lúc ghép một thấu kính hội tụ với một thấu kính phân kì (h.4) được chế tạo bởi các thủy tinh có cấu tạo khác nhau.

H.4. *Sự tán mạn của các tiêu điểm không tồn tại đối với một thấu kính kép vô sắc nhờ sự kết hợp một thấu kính hội tụ với một thấu kính phân kì được chế tạo bởi các thủy tinh khác nhau (flint và crown).*

2 Màn chắn có lỗ

2.1. Khẩu độ *f* của một vật kính

Số của màn chắn có lỗ xuất hiện trên máy ảnh được định nghĩa bằng tỉ số $f = \frac{\varphi'}{d}$, trong đó φ' là tiêu cự ảnh của vật kính và d là đường kính lỗ của màn chắn.

Số đó được gọi là khẩu độ của vật kính, thường được kí hiệu bằng chữ *f*. Khẩu độ *f* càng lớn thì lỗ của màn chắn càng bị khép lại. Các giá trị tiêu chuẩn của khẩu độ được chỉ ra trên hình 5. Các giá trị đó khác nhau bởi một thừa số $\sqrt{2}$. Như vậy nếu ta chuyển từ một màn chắn có lỗ $\frac{f}{4}$ sang $\frac{f}{5,6}$, lỗ có đường kính chia cho $\sqrt{2}$, sẽ có diện tích chia cho 2 : vậy năng lượng sáng truyền qua thấu kính cũng chia 2 đối với một thời gian chụp giống nhau.

f	0,7	1,0	1,4	2,0	2,8	4	5,6	8	11	16	22
f^2	0,49	1,0	1,96	4,0	7,84	16	31,4	64	121	256	484

2.2. Vai trò của màn chắn có lỗ

Trong kĩ thuật nhiếp ảnh, màn chắn có lỗ có ba chức năng chính :

■ Làm giảm bớt ánh sáng

Ánh sáng dọi lên phim ảnh cần phải chiếu vào lúc nhiều lúc ít. Trong kĩ thuật nhiếp ảnh khẩu độ của màn chắn có lỗ liên quan đến tốc độ sập (thời gian dọi nhũ tương của phim ảnh).

■ Giảm các khuyết tật của vật kính (các quang sai)

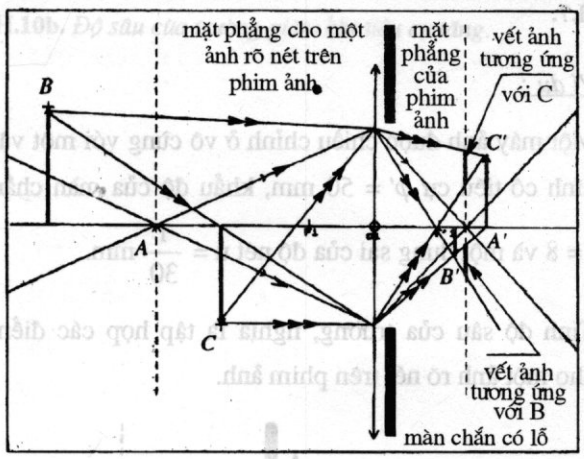
Các tia xa quang trục nhiều là có hại đối với chất lượng của ảnh.

Thiết bị càng làm việc trong các điều kiện gần với các điều kiện của GAUSS (màn chắn có lỗ mở ít) thì ảnh càng tốt. Các điều kiện tối ưu tương ứng với lỗ của màn chắn mở ít và tương ứng với một thời gian chụp "dài" (1/60s). Các thông số này phụ thuộc vào độ nhạy của phim ảnh.

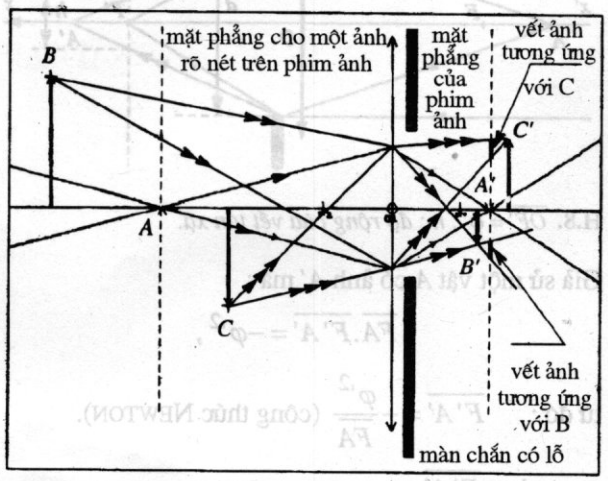
■ Thay đổi độ sâu của trường

Lỗ của màn chắn càng bị đóng thì ảnh càng rõ nét bất kể khoảng cách giữa vật kính và vật được chụp. Nếu lỗ được mở rộng, ảnh chỉ rõ nét (các quang sai bị loại trừ) đối với một vật nằm trong một mặt phẳng xác định : đó là mặt phẳng mà mặt phẳng liên hợp của nó cho bởi vật kính là mặt phẳng của phim ảnh. Ngoài mặt phẳng này ta không còn nhận được một điểm mà là một vệt : vệt của tán xạ.

Ta quan sát các hiện tượng đó trên hình 6a và 6b.



H.6a. *Nếu lỗ của màn chắn mở rất rộng, các vết ảnh sẽ "lớn".*



H.6b. *Nếu lỗ của màn chắn mở ít, các vết ảnh sẽ nhỏ hơn.*

Lỗ của màn chắn càng bị đóng (số của màn chắn cao) độ sâu của trường càng lớn.

Độ lớn giới hạn của các vết tán xạ thường được chấp nhận để có một ảnh rõ nét là các giá trị dưới đây :

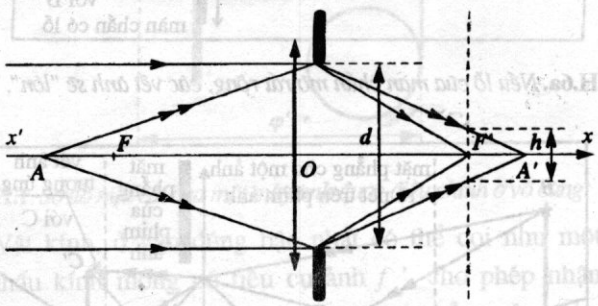
kích thước của phim ảnh	vết tán xạ giới hạn hoặc dung sai của độ nét u (mm)
24 × 36 (mm × mm)	1/30
6 × 6 (cm × cm)	1/20
6 × 9 (cm × cm)	1/20
9 × 12 (cm × cm)	1/10

H.7.

Ví dụ :

Một máy ảnh được chiều chỉnh ở vô cùng với một vật kính có tiêu cự $\varphi' = 50$ mm, khẩu độ của màn chắn $f = 8$ và một dung sai của độ nét u = $\frac{1}{30}$ mm.

Tính độ sâu của trường, nghĩa là tập hợp các điểm cho một ảnh rõ nét trên phim ảnh.



H.8. $\overline{OF'} = \varphi'$, h : *độ rộng của vết tán xạ.*

Giả sử một vật A có ảnh A' mà :

$$\overline{FA}.\overline{F'A'} = -\varphi'^2,$$

từ đó : $\overline{F'A'} = -\frac{\varphi'^2}{\overline{FA}}$ (công thức NEWTON).

Tỉ số $\frac{h}{d} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{OA'}}$ về môđun là :

$$h = d\frac{\varphi'^2}{AF(\varphi' + F'A')}$$

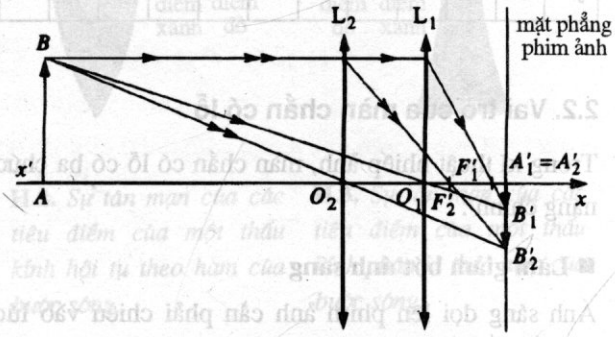
Với một máy ảnh, $F'A' \ll \varphi'$, và AF gần bằng OA, từ đó $h = d\frac{\varphi'}{OA}$ (AF vào khoảng mét và OF vào khoảng xăngtimet).

Ta muốn $h < u$, từ đó $OA > \frac{\varphi' d}{u} = \frac{\varphi'^2}{uf}$.

Các ảnh sẽ rõ nét đối với một vật nằm giữa khoảng cách đó và vô cùng.

A.N. : $\frac{\varphi'^2}{uf} = \frac{(50\times10^{-3})^2}{8\times\frac{1}{30}\times10^{-3}} = 9{,}4$ m.

3 Ảnh hưởng của tiêu cự



H.9. $f'_2 = \overline{O_2F'_2} > f'_1 = \overline{O_1F'_1}$, *từ đó* $A'_2B'_2 > A'_1B'_1$.

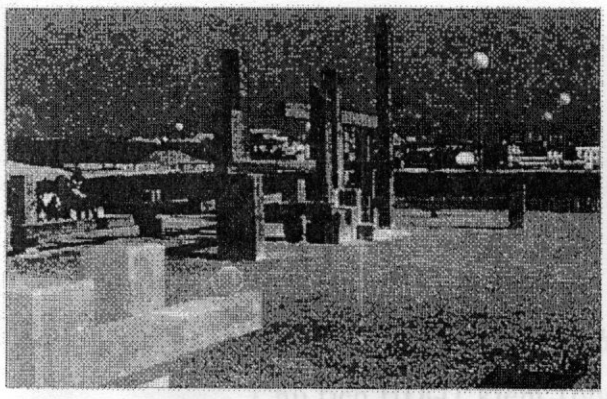
Hệ có tiêu cự thay đổi đóng vai trò của một vật kính có tiêu cự thay đổi (zoom).

Có nhiều máy ảnh được lắp các vật kính với tiêu cự (khoảng tiêu) thay đổi.

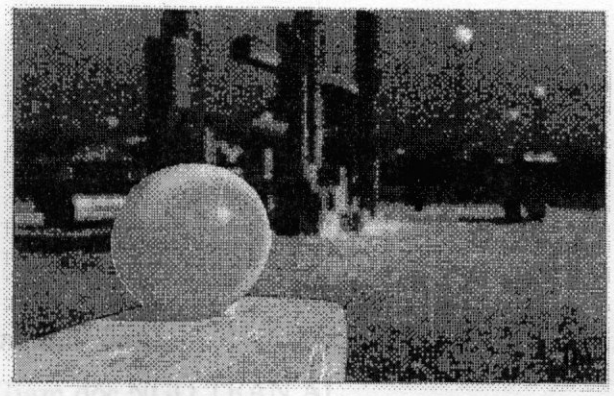
Ta nghiên cứu ảnh hưởng của tiêu cự đó khi chụp ảnh một vật ở khoảng cách hữu hạn.

Xét hình 9 trên đó ta biểu diễn hai tiêu cự cho phép có ảnh của cùng một vật rõ nét trên phim ảnh : tiêu cự càng lớn vật dường như càng "được xích gần lại".

Điều đó ta có thể quan sát thấy trên các ảnh sau đây (h.10a và 10.b).



H.10a.



H.10b. *Độ sâu của trường giảm khi tiêu cự tăng.*

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Chủ tịch HĐQT kiêm Tổng Giám đốc NGÔ TRẦN ÁI

Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NGUYỄN QUÝ THAO

Biên tập nội dung:

VŨ THANH MAI

Biên tập kĩ thuật:

NGUYỄN PHƯƠNG YÊN

Trình bày bìa:

ĐOÀN HỒNG

Sửa bản in:

VŨ THANH MAI

Sắp chữ:

PHÒNG CHẾ BẢN (NXB GIÁO DỤC VIỆT NAM)